САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ТЕЛЕКОММУНИКАЦИЙ им. проф. М.А.БОНЧ - БРУЕВИЧА

Вологдин Э.И.

СИГМА ДЕЛЬТА МОДУЛЯЦИЯ В ЦИФРОВОЙ АУДИОТЕХНИКЕ

Конспект лекций

СПбГУТ САНКТ ПЕТЕРБУРГ 2013

СОДЕРЖАНИЕ

1. Введение	3
2. Одноразрядный сигма дельта модулятор 1 порядка	3
3. Ошибки округления и квантования, шум квантования	4
4. Цифровые аудио технологии в сигма дельта модуляции	6
5. Ошибки двух уровневого квантования	. 10
6. Цифровая широтно-импульсная модуляция	. 11
7. Математические модели 1 бит сигма дельта модуляторов	. 13
8. Спектр шума квантования 1 бит сигма дельта модулятора	. 16
9. Расчет отношения сигнал/шум 1 бит сигма дельта модулятора <i>т</i> порядка	. 18
10. Нелинейность и стабильность	. 19
11. Одноразрядные АЦП на основе 1 бит сигма дельта модулятора 1 порядка	. 24
12.Одноразрядные ЦАП на основе сигма дельта модуляции	. 29
13. Малоразрядные АЦП и ЦАП на основе сигма дельта модуляции	. 32
14. Литература	.36

1. Введение

Сигма-дельта модуляция предназначена для аналого-цифрового и цифро-аналогового преобразований звуковых сигналов (3С). В отличие от импульсно-кодовой модуляции (ИКМ) она позволяет использовать при этих операциях достаточно грубые преобразователи *с числом разрядов вплоть до одного*, обеспечивая при этом отношение сигнал шум (*SNR*) до 120...140 дБ, что необходимо для профессиональной записи звука.

Технология производства АЦП и ЦАП на основе сигма-дельта модуляции значительно проще и дешевле, поэтому такие преобразователи широко используются в современных звуковых картах, оптической звукозаписи, цифровых магнитофонах, в измерительной и другой технике.

В отличие от ИКМ АЦП и ЦАП на основе сигма-дельта ($\Sigma\Delta$) модуляции работают на частоте дискретизации в 4 и более раз выше стандартного значения, соответствующего требованиям теоремы В.П. Котельникова. В них используются грубые *квантователи* с числом разрядов *q* от 1 до 6 *с частотно-зависимой отрицательной обратной связью*.

В последние годы эта модуляция полностью «вытеснила» из бытовой и даже профессиональной аудиотехники импульсно-кодовую модуляция, поэтому ее изучение по дисциплине «Аудиовизульная техника» стало настоятельной необходимостью.

Модуляция сложная для понимания, даже автор этого изобретения не смог в своем патенте толком объяснить, как она работает [1]. К сожалению, в технической литературе сигма дельта модуляция описывается либо очень примитивно на популярном уровне, либо слишком сложно с громоздкими математическими преобразованиями, недоступными большинству студентов.

2. Одноразрядный сигма дельта модулятор 1 порядка

В схеме на рис.1 на вход $In \Sigma\Delta$ модулятора поступает аналоговый сигнал и сразу сравнивается с выходным сигналом 1 бит ЦАП, который идентичен квантованному сигналу на выходе модулятора, только он двухполярный. *Разностный сигнал – это ошибка двух уровневого квантования*. В аналоговом интеграторе накапливаются последовательные ошибки квантования разной полярности, и их средняя величина флуктуирует относи-



Рис.1. Функциональная схема 1 бит аналогового $\Sigma\Delta$ модулятора

тельно входного нуля компаратора. Подчеркнем еще раз, что здесь идет речь об ошибках двухуровневого квантования, а это не ошибки квантования ΣΔ модулятора.

В $\Sigma\Delta$ модуляторе используется двухуровневый квантователь типа *midriser*, на выходе которого логическая «1» если сигнал на его входе больше 0, и логический «0», если равно или меньше 0. D-триггер повторяет эти состояния с задержкой на один такт, и формирует двухуровневый, но однополярный цифровой поток. На выходе ЦАП логической «1» соответствует положительное опорное напряжение, а логическому «0»- отрицатель-

ное. Для декорреляции ошибок квантования с выходным 3С может использоваться технология *Dithering*.

На счетный вход триггера подается частота f_{sk} , с которой осуществляется дискретизация аналогового сигнала. Она обязательно выше частоты Найквиста. Интегратор создает частотную зависимость выходного ЗС и ошибок квантования. Отрицательная обратная связь стремится уравнять выходной сигнал модулятора с входным.

В таком модуляторе выходной сигнал представляет собой непрерывную последовательность логических «1» и «0» одной полярности, в которой звуковой сигнал передается в виде модуляции плотности логических единиц, как среднее значение цифрового потока П-импульсов различной частоты и длительности. Этот цифровой поток называется *DSD* (*Direct Stream Digital*).

В таком потоке плотность логических «1» максимальна при амплитудах 3С положительной полярности, а плотность логических «0» максимальная при амплитудах 3С отрицательной полярности. При значениях 3С сигнала близких к нулю, плотности логических «1» и «0» одинаковые и минимальны.

Рассмотренный $\Sigma\Delta$ модулятор называется аналоговым и он используется в АЦП. В ЦАП применяется цифровой $\Sigma\Delta$ модулятор. От аналогового модулятора он отличается тем, что преобразует в цифровой поток *DSD*, подаваемый на его вход, много разрядный цифровой сигнал с высокой частотой дискретизации f_{sk} .

Все элементы схемы примерно такие же, как на рис.1, только все они цифровые. Квантователь осуществляет реквантование многоразрядных кодовых слов в одноразрядные путем отбрасывания младших разрядов и формирует цифровой поток *DSD*. Вместо 1 бит ЦАП используется цифровой конвертор, преобразующий сигнал *DSD* в одноразрядные кодовые слова.

3. Ошибки округления и квантования, шум квантования

Для того чтобы понять, как работает сигма дельта модуляция необходимо сначала вспомнить некоторые определения и понятия, относящиеся к аналого-цифровому преобразованию. Такое преобразование обязательно включает в себя две операции: сначала дискретизация аналогового сигнала по времени и затем квантование его по уровню. Иногда последовательность этих операция бывает обратной.

В соответствии с теоремой Найквиста (В.П.Котельникова) частота дискретизации f_s должна быть, по крайней мере, вдвое выше максимальной частоты спектра ЗС. Эта частота называется частотой Найквиста

$$f_n = \frac{f_s}{2}.$$

Преобразование аналоговых сигналов в цифровые осуществляется с помощью двух типов квантователей: *Mid-Tread* и *Mid-Riser*. Их передаточные характеристики с шагом квантования Δ приведены на рис.2.

Квантователь *Mid-Tread* используется при импульсно-кодовой модуляции и многоразрядной сигма дельта модуляции. У него всегда нечетное число уровней квантования, определяемое равенством

$$N = 2^{q} + 1$$

и минимально может быть только три уровня: 0, Δ и минус Δ .

Квантователь имеет отсечку, равную половине шага квантования. Пока пиковое значение входного сигнала не превысит этого значения, на выходе квантователя сигнал отсутствует. Поэтому он не может использоваться как одноразрядный. Для линеаризации передаточной характеристики многоразрядного квантователя *Mid-Tread* необходимо использовать технологию *Dithering*. Квантователь типа *Mid-Riser* используется только при одноразрядной сигма дельта модуляции. У него число уровней квантования определяется равенством

 $N = 2^{q}$

Оно всегда четное число и минимально может быть два уровня: $+\Delta/2$ и $-\Delta/2$.



Рис.2. Передаточные функции квантователей: a) Mid-Riser, b) Mid-Tread

Следует различать и не путать ошибки округления и ошибки квантования. Разность между аналоговым U(t) и квантованным $U(t)_q$ сигналами называется *ошибкой округления*

$$e(j)_r = U(t) - U(t)_a,$$

Ошибка квантования – это разность мгновенных значений дискретизированного $U(j)_d$ и квантованного сигналов $U(j)_q$ в момент выборки e(j), нет операции дискретизации – нет ошибок квантования.

$$e(j)_{a} = U(j)_{d} - U(j)_{a}$$

Ошибки квантования возникают при аналого-цифровом преобразовании, но проявляются при цифро-аналоговом преобразовании в ЦАП, где с помощью УВХ (устройство выборки и хранения) они сохраняются от одной выборки до другой. Ошибки округления это ошиб-



Рис.3. Ошибки округления (красный) и квантования (синий) при разных частотах дискретизации

ки квантования при очень высокой частоте дискретизации. На рис.6. приводится сравнение ошибок округления и квантования сигнала синусоидальной формы с амплитудой $\Delta/2$ с помощью квантователя *Mid-Riser* при двух частотах дискретизации.

Таким образом, ошибки квантования это дискретизированные ошибки округления. С повышением частоты дискретизации разница между этими ошибками стремится к нулю. Ошибки округления достаточно просто рассчитываются, а ошибки квантования не поддаются математическому описанию, так как они очень сложным образом зависят от уровня, частоты и формы ЗС. Поэтому часто, неправильно, ошибки округления называют ошибками квантования.

Спектр ошибок округления и квантования дискретный, в частности, при частоте дискретизации кратной частоте ЗС он представляет собой медленно затухающие гармоники ЗС. Отличие этих двух ошибок в том, спектр ошибок квантования не превышает частоты Найквиста, и при стандартных частотах дискретизации он полностью попадает в звуковой диапазон и слышен в виде призвуков или шума. Спектр ошибок округления не ограничен по частоте. Он всегда состоит из бесконечного числа очень медленно затухающих гармоник 3С.

В зависимости от характера ЗС ошибки квантования могут быть детерминированными, то есть сильно коррелированными со ЗС, или случайными, не связанными со ЗС. Это может быть, когда ЗС является музыкальным. С помощью специальных аудио технологий детерминированные ошибки квантования могут быть преобразованы в случайные. У случайных ошибок спектр сплошной и он простирается также до частоты Найквиста.

Вся теория квантования хорошо разработана применительно к квантователю *Mid-Tread* в предположении, что входной сигнал по уровню *много больше шага квантования* и является стационарным случайным процессом с равномерной плотностью вероятности ошибок квантования в диапазоне $\pm \Delta/2$.

При таких условиях ошибки квантования имеют характер белого шума, пиковые значения которого не превышают половины шага квантования. Основными характеристиками такого шума является мощность шума квантования P_q и спектральная плотность мощности S_d . Она определяется как отношение мощности P_q к ширине спектра шума квантования от 0 до частоты Найквиста

$$S_d = \frac{P_q}{f_n}$$

Для 3С, которые по уровню значительно выше шага квантования, *мощность шума квантования* равна $\Delta^2/12$. Она не зависит от уровня 3С его частоты и частоты дискретизации. Отношение сигнал шум квантователя этого типа определяется равенством

$$SNR_q = 6,02q+1,76dB$$
.

Одноразядный квантователь *Mid-Riser* не имеет отсечки и поэтому принципиально линеен. Однако, отсутствие отсечки приводит к тому, что при любом минимальном уровне шума на входе квантователя на его выходе создается квантованный шум с пиковыми значениями $\pm \Delta/2$. Тем не менее, во всех публикациях по расчету отношения сигнал/шум такого квантователя принимается, что мощность его шума также равна $\Delta^2/12$.

4. Цифровые аудио технологии в сигма дельта модуляции

Важной отличительной особенностью сигма дельта модуляции является одновременное использование трех аудио технологий: *Dithering*, *Oversampling* и *Noise Shaping*. С помощью этих технологий ошибки квантования преобразуются в шум, спектр шума расширяется в область ультразвуковых частот и преобразуется так, что его спектральная плотность мощности в звуковом диапазоне сильно уменьшается, а в области высоких частот далеко за пределами частоты Найквиста увеличивается.

Технология Dithering осуществляет декорреляцию ошибок квантования и тем самым преобразует дискретный спектр ошибок в спектр белого шума квантования. Такое преобразование осуществляется путем добавления на вход квантователя вместе с аналоговым 3С дополнительного шума небольшого уровня.

Если операция *Dithering* выполняется на частоте дискретизации f_s , удовлетворяющей требованиям теоремы В.П. Котельникова, то дискретные ошибки квантования преобразуются в белый шум с равномерным спектром от 0 до частоты Найквиста f_n , определяемый спектральной плотностью мощности

$$S_d = \frac{P_q}{f_n}.$$

Обычно представляет интерес не сама спектральная плотность, а ее уровень по отношению к мощности шума квантования

$$L_d = 10\log P_q - 10\log f_n = L(P_q) - 10\log f_n$$

При частоте дискретизации 48 кГц этот уровень меньше уровня шума квантования $L(P_q)$ на 43,8 дБ.

В одноразрядных квантователях использовать стандартную технологию *Dithering TPDF* с треугольным законом распределения плотности вероятности мгновенных значений шума с размахом 2 LSB нельзя, так как она неизбежно вызывает перегрузку. Поэтому технология *Dithering* вообще не применяется или используется шум с пиковым значением значительно меньше шага квантования. Этот шум частично устраняет искажения вида limit cycles и idle tones, свойственные одноразрядной сигма дельта модуляции.

В теоретическом плане применение технологии *Dithering*, преобразующей дискретные ошибки квантования в белый шум, позволяет использовать более простой математический аппарат расчета статистических характеристик шума квантования и отношения сигнал/шум.

При выводе расчетных формул и построении графиков часто бывает удобно полагать, что $P_q = 1$ и тогда уровень этого шума принимается за 0 дБ.

Технология Oversampling заключается в применении частоты дискретизации f_{sk} во много раз выше частоты f_s , удовлетворяющей требованиям теоремы В.П. Котельникова.



Рис.4. Передискретизация. Спектр шума квантования Благодаря этой технологии спектр шума квантования расширяется, а спектральная плотность мощности шума уменьшается. Этим упрощается проблема фильтрации ошибок квантования на высоких частотах и уменьшается мощность шума в звуковом диапазоне.

При данной технологии частота дискретизации увеличивается до значения

$$f_{sk} = f_s \cdot K_{os},$$

 $K_{os} = 4$ где $K_{os} -$ коэффициент дискретизации, который может

 $K_{os} = 8$ принимать значения 2^x , x = 1, 2, 3, ... 1024. Соответственно, в K_{os} раз увеличивается и частота Найквиста

$$f_{nk} = \frac{f_{sk}}{2} = \frac{f_s \cdot K_{os}}{2}$$

а спектральная плотность во столько же раз уменьшается (рис.4)

$$S_{dk} = \frac{P_q}{f_{nk}} = \frac{2P_q}{f_s K_{os}} \,.$$

Таким образом, при данной технологии при изменении спектра шума его мощность не меняется и остается равной P_a .

На приведенном графике звуковой диапазон спектра шума, который воспринимается на слух, ограничен графиками S_{dk} от 0 до частоты Найквиста f_n и чем выше частота дискретизация, тем мощность шума в этом диапазоне.

Уровень спектральной плотности рассчитывается относительно мощности шума квантователя по формуле

$$L_{dk} = L(P_q) - \log f_{nk}.$$

При каждом удвоении частоты дискретизации этот уровень уменьшается на 3 дБ.

В отношении дискретных ошибок квантования все немного сложнее. Естественно, величина ошибок квантования от частоты дискретизации не зависит, она определяется только шагом квантования. При увеличении частоты f_s существенно меняется функция ошибок квантования и увеличивается их частота (рис.5). Из этого рисунка видно, что при исходной частоте дискретизации на период ЗС 24 выборки, а при ее увеличении в 4 раза



Рис.5. Квантованный звуковой сигнал и ошибки квантования при разных частотах дискретизации

число выборок на период ЗС становится равным 96. При этом квантованный сигнал меняется мало, он становится по форме ближе к синусоидальной.

При повышении частоты дискретизации мощность ошибок квантования не меняется, а число составляющих спектра увеличивается, поэтому амплитуды дискретных составляющих, уменьшаются, но насколько предсказать невозможно. Из рис.6. следует, что при частоте 3С 1 кГц, увеличение частоты дискретизации в 4 раза приводит к значительному



Рис.6. Спектры ошибок квантования при двух частотах дискретизации

увеличению числа составляющих спектра, поэтому их амплитуды уменьшаются сильно, на 10-15 дБ. При этом *THD*, характеризующее мощность ошибок квантования от 0 до частоты Найквиста, не меняется. На более высоких и низких частотах 3С результаты будут совсем другие. Именно поэтому все теоретические расчеты делаются применительно к случайным ошибкам квантования с равномерным спектром.

При использовании технологии Oversampling отношение сигнал шум определяется равенством

$$SNR_{os} = 6,02q + 10\log K_{os}$$

Из приведенной формулы следует, что каждое четырехкратное увеличение частоты дискретизации эквивалентно увеличению числа разрядов квантователя на один бит. На этом основании эквивалентное число бит при двухуровневом квантовании определяется равенством

$$q_{eqv} = 1 + \frac{10}{6} \cdot \log K_{os}$$

В соответствии с формулой для числа уровней квантования

$$N = 2^{q_{eq}}$$

с каждым следующим битом число уровней квантования удваивается, а ошибки квантования уменьшаются в два раза, но это только для теоретических расчетов. При $K_{os} = 64$ число эквивалентных уровней квантования увеличивается с 2 до 16.

Технология Noise Shaping заключается в применении квантователя с отрицательной обратной связью и интегратором на его входе. Интегратор создает частотную зависимость шума квантования. При этом изменяется спектр шума квантования таким образом, что мощность шума в звуковом диапазоне уменьшается, а за пределами этого диапазона уве-

личивается. Такое изменение спектра шума сопровождается, к сожалению, значительным увеличением общей мощности шума квантования, о чем, обычно, умалчивается.

Для пояснения принципа преобразования спектра шума квантования при сигма дельта модуляции и построения графиков в линейном масштабе в качестве переменной выберем относительную частоту

$$\Psi = \frac{f}{f_s},$$

где $\Psi = 0...\Psi_{nk}$, и примем, что $P_q = 1$. Тогда исходные нормированные параметры частоты Найквиста f_n^* и спектральной плотности f_{nk}^* будут определяться равенствами

$$f_n^* = \frac{1}{2}, \quad S_{dk}^* = 2, \ K_{os} = 4$$

как это показано на рис.7.

С повышением частоты дискретизации в 4 раза расчетные формулы для этих параметров принимают вид



Рис.7. Преобразования спектра шума квантования 1 бит ΣΔ -модулятора 1 порядка

ная вертикальная красная линия).

$$f_{nk}^* = \frac{K_{os}}{2} = 2, \qquad S_{dk}^* = \frac{2}{K_{os}} = 0,5.$$

Таким образом, в результате выполнения операции *Dithering* ошибки квантования преобразуются в шум, спектр которого простирается от 0 до частоты Найквиста f_n^* . Его мощность «равна» площади, ограниченной этой частотой. Мощность слышимого шума, ограничивается фильтром с частотой среза 20 кГц. На графике этой частоте соответствует нормированная частота Ψ_{max} (пунктир-

В результате выполнения операции *Oversampling* с коэффициентом дискретизации спектр шума расширяется в 4 раза, а спектральная плотность мощности шума S_{dk}^* уменьшается в 4 раза. При этом мощность слышимого шума также уменьшается в 4 раза (прямоугольник 0,5 x 0,50).

В результате выполнения операции *Noise Shaping*. благодаря частотно-зависимому коэффициенту передачи квантователя спектральная плотность мощности S^*_{dkm} в области низких частот понижается, а в области высоких частот повышается. К сожалению, при этой технологии повышается и общая мощность шума квантования. Даже из рисунка видно, что повышение мощности шума в области высоких частот значительно больше, чем понижение в области низких частот. Чем больше порядок модулятора, тем этот эффект выражен сильнее. Из-за него возможна перегрузка цифрового тракта на частотах далеко за пределом звукового диапазона.

Мощность слышимого шума определяется маленьким треугольником в области звуковых частот, ограниченным графиком S_{dkm} . Как видно, его площадь существенно меньше площади этого прямоугольника. В этом и есть весь смысл применения аудио технологий. Чем больше коэффициент дискретизации, тем в более высокочастотную область «вытесняется» шум квантования и тем меньше мощность шума в звуковом диапазоне от 0 до частоты Ψ_{max} .

Для того чтобы от качественной картины перейти к цифрам, необходим математический анализ и вывод расчетных формул.

5. Ошибки двух уровневого квантования

При двух уровневом квантовании выборки осуществляются с частотой дискретизации f_{sk} , ошибки квантования в моменты всех выборок рассчитываются по формуле



Рис.8.Сигнал и ошибки округления сигма дельта модулятора.

$$E(j)_q = U(j)_d - U(j)_q,$$

где $U(j)_d$ – может принимать любые значения от минус 0,5 до +0.5, тогда как $U(j)_q$ может быть равно только +0,5 или минус 0,5.

На рис.8 приведен сигнал на выходе $\Sigma\Delta$ модулятора и выделены цветом ошибки округления, которые достаточно близки к ошибкам квантования.

В этой последовательности положительные и отрицательные ошибки квантования чередуются. При положительной полярности ЗС ошибки квантования $+E(j)_q$ имеют длительность один такт, равный периоду частоты дискретизации T_d . За ними несколько тактов следуют уменьшающиеся по величине отрицательные ошибки квантования $-E(j)_q$. При отрицательной полярности ЗС ошибки квантования $-E(j)_q$ имеют длительность один такт. За ними несколько тактов следуют положительные ошибки квантования $+E(j)_q$. Общий размах ошибок квантования равен 2 Δ , очень большой.

Для пояснения на рис.9, показаны огибающие функции ошибок квантования. На этом рисунке приведены: U(t) звуковой сигнал и уровни квантования $\pm U(j)_q$. Огибающие $\pm E(j)_{q0}$ относятся к ошибкам длительностью один такт, но разной полярности. Огибающие $\pm E(j)_q$ относятся к ошибкам, следующим за каждой ошибкой $\pm E(j)_{q0}$. Ошибки $\pm E(j)_q$ могут быть от 0 до $\pm \Delta/2$, а ошибки $\pm E(j)_{q0}$ - от $\pm \Delta/2$ до $\pm \Delta$ (рис.9). Эти ошибки спределяются двухуровневым квантованием, они не зависят, ни от коэффициента дис-



Рис.9. Огибающие ошибок двухуровневого квантования 1 бит сигма дельта модулятора 1 порядка

кретизации, ни от порядка интегратора.

С уменьшение амплитуды 3С ошибки квантования $\pm E(j)_{q0}$ уменьшаются, а ошибки $\pm E(j)_q$ увеличиваются и обе стремятся к значению $\pm \Delta/2$. Они также сильно зависят от отношения частот f_{sk} и F, особенно, когда это отношение есть иррациональное число. При увеличении часто-

ты дискретизации пиковые значения ошибок остаются неизменными, увеличивается число выборок на период ЗС и уменьшается их длительность.

Обычно на этом и заканчивается анализ ошибок квантования. Далее делается предположение, что ошибки квантования с сигналом не коррелированны и являются шумом с равномерной спектральной плотностью мощности S_{dk} от 0 до частоты Найквиста f_{nk} . С увеличением коэффициента дискретизации спектр шума расширяется, а S_{dk} уменьшается, поэтому мощность шума в звуковом диапазоне уменьшается. Применение технологии *Noise Shaping* еще больше уменьшает мощность шума квантования в этом диапазоне частот.

Все правильно, но при таком подходе невозможно объяснить, где на схемах, графиках осциллограммах те ошибки квантования, которые уменьшаются благодаря аудио технологиям. Заметим, что сигма дельта модуляция в принципе работает и без использования технологии *Dithering*.

6. Цифровая широтно-импульсная модуляция

Обычно сигма дельта модуляция рассматривается как модуляция цифрового потока логических «1» и «0» по плотности. Возможен и другой поход к изучению сигма дельта модуляции, при котором она рассматривается как одновременное двух уровневое квантование входного сигнала и *цифровая* широтно-импульсная модуляция (ШИМ) с частотно-зависимой отрицательной обратной связью, известной под названием DSD (Direct Stream Digital).

При этой модуляции уровни ЗС положительной полярности представляются выбор-



Рис.10. Аналого-цифровое преобразование сигнала треугольной формы в в цифровую широтно-импульсную модуляцию

ками в виде последовательности логических 1 в виде 01111...x., а Уровни 3С отрицательной полярности представляются выборками в виде последовательности логических 0 в виде 1000...x (рис.10). Функцию тактовой частоты при такой ШИМ выполняет частота дискретизации f_{sk} , поэтому чем больше коэффициент дискретизации K_{os} , тем выше тактовая частота ШИМ.

В кодовой последовательности ШИМ используются служебные кодовые комбинации и, соответствующие им интервалы времени, позволяющие выделить начало и конец выборок. Переходу от отрицательной полярности напряжения ЗС к положительной соответствует кодовая комбинация 101, а переходу от положительной полярности ЗС к отрицательной соответствует кодовая комбинация 010. Длительность этих служебных интервалов 2 такта.

При положительной полярности ЗС, началу каждой выборки ЗС соответствует кодо-



1 бит сигма дельта модулятора 1 порядка.

вая комбинация 01, конец выборки – 10. При отрицательной полярности 3С, началу каждой выборки 3С соответствует кодовая комбинация 10, конец выборки – 01. Длительность этих служебных интервалов один такт.

На рис.11. приведен график ошибок квантования, возникающих при квантовании сигнала треугольной формы. Этот рисунок поясняет, что служебные интервалы определяются положитель-

ными ошибками квантования при ЗС положительной полярности и отрицательными ошибками квантования при ЗС отрицательной полярности.

В рассматриваемой ШИМ длительность выборок ΔT_j пропорциональна уровню ЗС в момент дискретизации. Период повторения выборок также меняется в зависимости от уровня ЗС и может определяться равенствами

$$T_j = T_d + \Delta T_j$$
, или $T_j = 2T_d + \Delta T_j$,

где интервал T_d равен одному такту. Чем выше уровень положительного напряжения 3С, тем больше длительность выборки тем длиннее кодовая комбинация10111...*х* пропорциональная уровню 3С Чем ниже уровень отрицательного напряжения 3С, тем больше длительность выборки с кодовой комбинацией 01000...*х*. На рис.11. моменты дискретизации 3С с переменной частотой f_{pwm} указаны красными точками.

При ШИМ *DSD* чем ниже частота 3С, тем больше выборок на его период и наоборот, чем выше частота, тем меньше выборок на ее период. В соответствии с теоремой В.П. Котельникова верхней граничной частоте соответствуют две выборки на ее период и двухуровневое квантование. Для рассматриваемой ШИМ, это условие соответствует временному интервалу, в котором происходят две выборки на период 3С. Этот интервал равен 8 тактам (рис.12). Это значит, что частота Найквиста при ШИМ меньше f_{sk} в 8 раз и при



Рис.12. Цифровая ШИМ в ∑∆ модуляторе на высшей частоте 3С

 $f_{sk} = 48 \,\mathrm{k}\Gamma \mathrm{\mu}$ она равна всего 6 кГ $\mathrm{\mu}$. Такое сильное сокращение звукового диапазона связано с необходимостью введения служебной информации при организации цифрового потока ШИМ. Необходимый звуковой диапазон до 20 кГ $\mathrm{\mu}$ при ШИМ *DSD* может быть обеспечен лишь при $K_{os} = 4$.

Каждой выборке при ШИМ соответствует определенная кодовая комбинация и соответствующее ей среднее значение напряжения $\overline{U}(j)_q$ за длитель-

ность *j* выборки. Интересующая нас ошибка квантования при ШИМ определяется равенством

$$e(j) = U(j)_d - \overline{U}(j)_a$$

Максимальное число уровней квантования при ШИМ определяется коэффициентом дискретизации *K*_{os} и рассчитывается по формуле

$$V = 2^{1+10\log(K_{os}/4)}$$

Так повышение частоты дискретизации в 64 раза соответствует 4 разрядному квантованию по уровню. Шаг квантования по времени равен T_d , а ошибка квантования не может превышать половины этого шага. Поэтому чем коэффициент дискретизации больше, тем меньше ошибки квантования ШИМ.

Квантованная величина выборок по времени и соответствующее ей квантованное напряжение 3С могут меняться путем дискретного изменения длительности ΔT_j с шагом T_d . Это происходит при изменении времени окончания выборки логическим 0. Таким образом и минимизируются рассматриваемые ошибки квантования ШИМ, а эту функцию выполняет отрицательная обратная связь квантователя сигма дельта модулятора.

В квантователе сигма дельта модулятора ошибки квантования ШИМ *e*(*j*) функционально связаны с интегралом функции ошибок двухуровневого квантования по уровню

$$e(j) = \oint_{\Delta T_i} \phi \ E(j)_{q0}, E(j)_q \ dt \ .$$

Ошибки двухуровневого квантования $E(j)_{q0}$ и $E(j)_q$ определяют время заряда и разряда конденсатора интегратора. Ошибка квантования ШИМ e(j) равна нулю, если конденсатор интегратора разряжается до нуля в момент точного преобразования в интервал времени. Ошибки e(j) приводят к тому, что конденсатор разряжается раньше или позже, чем это нужно. Процесс заряда и разряда поясняется рис.13 и происходит следующим образом.

При положительной полярности нарастающего по уровню ЗС за один такт до начала



Рис.13. Цифровая ШИМ

каждой выборки T_j конденсатор интегратора быстро за один такт заряжается до положительного напряжения, равного ошибке квантования $E(j)_{q0}$ при *j* выборки. По кодовой комбинации, 01, соответствующей заднему фронту импульса ошибки квантования $E(j)_{q0}$, происходит дискретизация 3С по уровню и начинается преобразование его во временной интервал.

Длительность этого интервала определяется временем разряда конденсатора интегратора. Его разряд ускоряется отрицательными ошибками квантования $E(j)_q$, уменьшающимися по уровню каждый такт. Разряд конденсатора до нуля означает конец преобразования напряжения ЗС в интервал

времени ΔT_j . При этом срабатывает компаратор модулятора, по этой командой прекращается выборка и формируется следующая положительная ошибка квантования $E(j+1)_{q0}$ и все начинается сначала.

С увеличением уровня ЗС амплитуда положительных ошибок квантования $E(j)_{q0}$ растет, конденсатор заряжается до большего напряжения, а отрицательные ошибки квантования $E(j)_q$ постепенно уменьшаются. В результате время разряда конденсатора увеличивается, поэтому увеличиваются и длительности выборок ΔT_j .

При положительной полярности уменьшающегося по уровню 3С в начале каждой выборки конденсатор интегратора заряжается до положительного напряжения, уменьшающейся по уровню положительной ошибке квантования $E(j)_{q0}$ при *j* выборки. Поэтому конденсатор заряжается до меньшего уровня. Следующие затем отрицательные ошибки квантования $E(j)_q$, наоборот, возрастают. В результате конденсатор разряжается все быстрее, и длительности интервалов ΔT_j уменьшаются. Аналогичным образом происходят дискретизация и квантование при ШИМ, когда полярность 3С отрицательная.

7. Математические модели 1 бит сигма дельта модуляторов

После того как разобрались с физической стороной сигма дельта модуляции, можно перейти к математическому анализу. Такой анализ производится в трех областях: частотной, временной и в виде Z преобразования в предположении линейности передаточной функции модуляторов. В каждой из них раскрываются различные стороны и характеристики сигма дельта модуляции. Сразу необходимо подчеркнуть эквивалентные схемы для $\Sigma\Delta$ модуляторов, используемых в АЦП и ЦАП, ничем не отличаются. На входах этих схем могут быть как аналоговой, так и цифровой сигналы.

На рис.14. приведена эквивалентная схема сигма дельта модулятора в *частотной области*. В этой схеме на вход подается аналоговый сигнал, исключен 1 бит ЦАП, квантователь и дискретизатор заменены сумматором, на один из входов которого подается шум квантования N(S). Эту схему часто называют формирователем спектра шума квантования.



Рис.14. Эквивалентная схема формирователя спектра шума квантования

Интегратор в схеме имеет передаточную функцию

$$T(s)_{\text{int}} = \frac{1}{s},$$

где $s = j2\pi F \tau_i$ -оператор преобразования Лапласа, τ_i - постоянная времени интегратора.

Передаточная функция для сигнала

$$T(s)_s = \frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{1}{1+s}$$
, (когда $N(s) = 0$),

такая же, как у фильтра нижних частот (ФНЧ) первого порядка. Передаточная функция для ошибки квантования

$$T(s)_n = T(s)_n = \frac{Y(s)}{N(s)} = \frac{s}{1+s}$$
, (когда $X(s) = 0$)

имеет такой же вид как у фильтра верхних частот (ФВЧ) первого порядка.

Таким образом, в приведенной схеме в звуковом диапазоне частот квантуемый сигнал передается без изменений, а спектральная плотность ошибок квантования понижается на низких частотах и повышается на высоких. Отрицательная обратная связь стремится уравнять выходной сигнал с входным.

В схеме на рис.14. могут быть последовательно включены два, три и более интеграторов подряд, что приводит к повышению крутизны нарастания и спада передаточной функции. Такие интеграторы имеют название первого, второго и более высоких порядков. Эти названия относятся и к $\Sigma\Delta$ модуляторам.

При анализе сигма дельта модуляции во временной области и в форме Z-преобразования предполагается, что ошибки квантования рандомизированы и декоррелированы, а спектр шума квантования равномерен от 0 до частоты Найквиста f_{nk} .

На рис.15. приведена эквивалентная схема сигма дельта модулятора 1 порядка во



Рис.15. Модель ∑∆ модулятора 1 порядка во временной области временной области. В этой схеме X(j) мгновенные значения входного сигнала в функции номера выборки j, Y(j) – мгновенные значения j выборки на выходе модулятора. В этой схеме квантователь является источником случайных ошибок квантования E(j), поэтому разность между входным V(j) и выходным Y(j) сигналами квантователя и есть ошибка квантования.

В этой схеме

$$V(j) = U(j-1) + V(j-1), \quad E(j) = Y(j) - V(j), \quad U(j) = X(j) - Y(j)$$

где U(j)-это разность между входным аналоговым сигналом и выходным квантованным, которая называется ошибкой округления. Выходной сигнал $\Sigma\Delta$ модулятора можно представить в виде равенства

$$Y(j)_{out} = X(j) + E(j) - E(j-1)$$

где E(j), E(j-1) – мгновенные значения ошибок квантования, сдвинутые по времени на один такт. Из этой формулы следует, что ошибка квантования $\Sigma\Delta$ модулятора определяется как

$$E(j)_{SDM} = E(j) - E(j-1).$$

Данная формула отражает основную суть ∑∆-модуляции. Очевидно, что ошибки двух последовательных выборок на низких частотах отличаются мало и разностная ошибка стремится к нулю. На высоких частотах скорость изменения уровня ЗС большая и эти ошибки могут отличаться очень значительно, а также иметь разную полярность, поэтому суммарная ошибка квантования сильно возрастает.

В цифровой схемотехнике работа всех узлов модулятора тактируется и для анализа работы используются не преобразования Лапласа, а *z* –*преобразования*, поэтому эквивалентная схема формирователя спектра шума квантования с интегратором 1 порядка име-



Рис.16. Модель ∑∆ модулятора 1 порядка в форме Z преобразования

ет вид, приведенный на рис.16. Это одна из бесконечно большого числа эквивалентных схем модулятора, предложенных в технической литературе. Все они могут быть преобразованы одна в другую.

Для работы этой схемы необходимо, чтобы сигнал обратной связи был сдвинут по времени на один такт по отношению к входному.

В приведенной схеме используется дискретно-временной интегратор 1 порядка с собственной петлей обратной связи. У него единичный коэффициент усиления и он осуществляет задержку на один такт: $\tau = 1/f_{sk}$. В схеме интегратора функция z^{-1} является z-оператором временной задержки, сумматор выполняет функции аналогового накопителя в дискретной форме.

Из эквивалентной схемы сигма дельта модулятора 1 порядка на рис. 16. следует, что выходной сигнал в форме z-преобразования имеет вид

$$Y(z)_{out} = z^{-1} \cdot X(z)_{in} + (1 - z^{-1}) \cdot e(z).$$

Поэтому передаточная функция интегратора имеет вид

$$H(z) = \frac{z^{-1}}{1 + z^{-1}},$$

где $z = e^{i\theta}$, $\theta = \frac{2\pi f}{f_{sk}}$, $i = \sqrt{-1}$, *i* – мнимая единица, $0 < \theta < \pi$, *f* – текущая частота, θ –

нормализованная частота, $f_{sk} = f_s \cdot K_{os}$, f_s - стандартная частота дискретизации.

Из этой формулы следует, что модули коэффициентов передачи по сигналу и ошибке соответственно равны:

$$|STF(z)| = |z^{-1}| = 1, |NTF(z)_1| = |1 - z^{-1}| = 2 \left| \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \right|$$

Это значит, что квантуемый сигнал проходит на выход сигма-дельта модулятора без частотных искажений и только задерживается на один такт, а ошибка квантования является нелинейной функцией частоты.

На рис.17 приведена модель ∑∆-модулятора второго порядка с последовательным включением двух интеграторов 1 порядка. В этом случае сигнал на выходе модулятора



Рис. 17. Модель ΣΔ модулятора 2 порядка

в функции дискретного времени можно представить в виде

$$Y(j)_{out} = X(j)_{in} + E(j) - E(j-1) + E(j-2)$$

Это значит, что суммарная ошибка квантования определяется алгебраической суммой 4 значений ошибок квантования, сдвинутых по времени.

Выходной сигнал модулятора 2 порядка в форме z – преобразования определяется равенством

Рис.18. Графики передаточных функций

 $NTF(\theta)_m$ по шуму квантования

$$Y(z)_{out2} = z^{-1} \cdot X(z)_{in} + (1 - z^{-1})^2 \cdot e(z)$$

из которого не сложно определить модуль передаточной функции ошибки квантования

$$|NTF(z)_2| = |(1-z^{-1})^2| = \left[2\left|\sin\left(\frac{\theta}{2}\right)\right|\right]^2$$

Аналогичным образом можно показать, что для схемы с интегратором *m* порядка коэффициент передачи интегратора, как функция θ может быть представлен в виде

$$NTF(\theta)_m = \left[2\left|\sin\left(\frac{\theta}{2}\right)\right|\right]^m$$
.

По этой формуле графики на рис.18 построены с использование нормированной частоты θ в диа-

пазоне от 0 до π . Они иллюстрируют, как меняется передаточная функция шума квантования *по напряжению* от порядка интегратора. Все графики пересекаются на частоте $f_o = \frac{\pi}{3}$, у всех максимум на частоте Найквиста f_{nk} . Чем выше порядок интегратора, тем

больше максимум передаточной функции.

8. Спектр шума квантования 1 бит сигма дельта модулятора

При выводе расчетных формул для частотной зависимости спектральной плотности мощности шума квантования (спектр) следует учитывать, что коэффициент передачи интегратора по мощности равен квадрату его коэффициента передачи по напряжению.

Исходя из этого, расчетная формула для спектра шума квантования $S_{dkm}(\theta)$ принимает вид

$$S_{dkm}(\theta) = S_{dk} \cdot (NTF(\theta)_m)^2 = S_{dk} \cdot \left(4\left|\sin^2\left(\frac{\theta}{2}\right)\right|\right)^m$$

где $\theta = 0...\pi$ и

$$S_{dk} = \frac{P_q}{\pi}$$

При изучении сигма дельта модуляции важно представлять физическую сторону математических преобразований, поэтому нужно перейти от нормированной частоты θ к текущей f и представлять графики спектра в логарифмическом масштабе по обеим осям

$$L_{sdkm}(f) = 10\log\left(\frac{1}{f_{nk}}\right) + 10\log\left[\left(4\left|\sin^2\left(\frac{\pi f}{f_s K_{os}}\right)\right|\right)^m\right] + 10\log\left[P_q\right]$$

При этом все графики имеют вид прямых линий с разной крутизной подъема в область высоких частот. Крутизна этих графиков в звуковом диапазоне частот немного зависит от коэффициента дискретизации, но при $K_{os} > 2$ она равна 6, 12, 18, 24 и 30 дБ на октаву. Это соответствует порядку, используемых фильтров. Отличие от линейности заметно, только при частоте близкой к частоте Найквиста f_{nk} . При увеличением K_{os} все графики сразу сдвигаются вниз и вправо в соответствии с изменением частоты Найквиста.

Если необходимо, в графиках спектральной плотности мощности шума квантования учесть мощность шума квантователя Mid - Riser, то тогда за 0 дБ шкалы принимается максимально допустимая мощность ЗС синусоидальной формы. Называется такая шкала -FS(Full Scale).

В формуле спектра шума квантования три составляющих. Первая, это уровень нормированной спектральной плотности мощности, определяемый только технологией Over-



Рис.19. Зависимость спектра шума 1 бит сигма дельта модулятора от порядка интегратора и коэффициента дискретизации в шкале FS

sampling. Чем выше частота дискретизации, тем ниже этот уровень. Вторая составляющая, это уровень шума квантования, определяемый технологиями *Oversampling* и *Noise Shaping*. Третья составляющая, это уровень мощности шума квантователя по отношению к мощности 3C, который теоретически равен +9 дБ.

На рис.19. в шкале FS приведены графики спектра шума квантования для 1 бит $\Sigma\Delta$ модуляторов 1-5 порядков с учетом уровня мощности шума квантователя для двух значений $K_{os} - 1$ и 64. Как видно, с изменением K_{os} графики без изменения формы сдвигаются вправо и вниз на 3 дБ при каждом удвоении частоты дискретизации. Учет уровня мощности шума квантователя поднимает все графики вверх на 9 дБ.

Пунктирной линией на графиках отмечена верхняя частота звукового диапазона 20 кГц. При $K_{os} = 1$ большая часть графиков находятся слева от этой линии. Это значит, что применение технологии *Noise Shaping* в этом случае не может существенно уменьшить слышимый шум квантования. При $K_{os} = 64$ площадь графика, ограниченная пунктирной линией и графиками спектра от нее слева определяют слышимую мощность шума. Чем выше порядок интегратора, тем эта площадь меньше.

9. Расчет отношения сигнал/шум 1 бит сигма дельта модулятора *т* порядка

По определению SNR это отношение максимальной мощности ЗС к мощности шума квантования при сигма дельта модуляции P_{qsdm}

$$SNR_{qsdm} = 10\log \frac{P_{sin}}{P_{qsdm}}$$

С учетом, что

$$S_{dk} = \frac{P_q}{\pi}$$

мощность шума квантования в звуковом диапазоне частот может быть представлена в виде

$$P_{qsdm} = \left[\frac{P_q}{\pi} \cdot \int_{0}^{\theta_c} \left[4\sin\left(\frac{\theta}{2}\right)^2\right]^m \cdot d\theta\right].$$

Теперь расчетная формула для SNR $\Sigma\Delta$ модулятора *m* порядка принимает вид

$$SNR_m(x) = -10 \cdot \log \left[\frac{1}{\pi} \cdot \int_0^{\theta_c} \left[4\sin\left(\frac{\theta}{2}\right)^2 \right]^m \right] \cdot d\theta + SNR_q,$$

где θ_c – нормированная частота среза ФНЧ,

$$\Theta_c = \frac{2\pi F_{\max}}{f_s K_{os}} \; .$$

Часто расчет SNR производится в диапазоне от 0 до частоты Найквиста f_n , тогда

$$\theta_c = \frac{\pi}{K_{os}}$$

В формуле для *SNR* первый член равенства определяет приращение *ΔSNR* обеспечиваемое сигма дельта модуляцией. Второй член определяет *SNR* квантователя. Для сигма дельта модулятора с квантователем типа *Mid-Tr*ead



$$SNR_q = 10 \cdot \log\left(\frac{P_{\sin}}{P_q}\right) = 6,02q+1,76,dB$$

Зависимость *SNR* от коэффициента дискретизации крайне нелинейная, поэтому полезно сделать замену переменных вида $K_{os} = 2^x$, где x = 0,1,..., тогда графики *SNR* в функции *x* принимают вид прямых линий (рис.20). На этом рисунке приведены графики *SNR*, рассчитанные без учета шума квантователя P_q при частоте среза ФНЧ, равной 20 кГц. Крутизна графиков на рисунке в зависимости от порядка интегратора равна 9, 15, 21, 27 и 33 дБ, рассчитываемая при изме-

нении переменной *х* в два раза.

Из рис.20 видно, что необходимое для цифровой звукозаписи значение SNR не менее 120 dB достигается при коэффициенте дискретизации, равном 32, 64, 128 и 512 для модуляторов 2 – 4 порядка. Чем меньше порядок, тем при большем значении K_{os} достигается необходимая величина SNR. Если при расчете SNR учесть уровень мощности шума квантователя, то все графики на рис.20 опустятся или поднимутся вверх на величину SNR_a.

С уменьшением коэффициента дискретизации эффективность сигма дельта модуляции быстро падает и при $K_{os} \leq 2$ из-за нее приращение *SNR* становится отрицательным, причем чем выше порядок модулятора тем отрицательный эффект больше. Физически это означает, что при сигма дельта модуляции возрастает мощность шума квантования в области высоких частот и тем больше, чем выше порядок модулятора. Однако, это увеличение мощности шума на слух может не восприниматься.

В публикациях по теории сигма дельта модуляции всегда приводится приближенная расчетная формула для мощности шума квантования [2,3,4]

$$\Delta SNR_m \approx 10 \log \frac{P_q \pi^{2m}}{2^m + 1 \cdot K_{os}^{2m+1}}$$

По этой формуле более очевидна зависимость приращения SNR от порядка модулятора и коэффициента дискретизации. Она получена при использовании разложения синусоидальной функции в ряд Тейлора и в предположении, что $K_{os} \gg 1$, поэтому результаты расчета SNR по ней могут сильно отличаться от приведенных на рис.21.

Для того чтобы можно было сравнивать АЦП на основе ИКМ и $\Sigma\Delta$ модуляции, часто используется эквивалентное число бит q_{ekv} , определяемое равенством

$$q_{eqv} = \frac{SNR - 1,76}{6,02}$$

На этом основании 1 бит $\Sigma\Delta$ модуляторы, обеспечивающие SNR = 100dB, называются 16ти разрядными, с SNR = 120dB - 20-ти разрядными и с SNR = 140dB - 24-х разрядными

10. Нелинейность и стабильность

Расчетные соотношения для SNR, полученные на основе линейной модели сигма дельта модулятора, определяют предельные возможности этого вида модуляции. При этом совершенно не гарантируется, что эти возможности могут быть реализованы практически и модуляторы могут стабильно работать. Это связано с тем, что в линейной теории не учитываются нелинейные свойства квантователя и цепи обратной связи модулятора. Линейная модель объясняет технологию Noise Shaping, но не дает никаких критериев стабильности работы. Это особенно большая проблема для проектирования 1 бит моду-



Рис.21. Классические графики NTF(z) в линейной и логарифмической шкалах

ляторов высокого порядка.

К сожалению, методы анализа стабильности для линейных систем не могут быть использованы к анализу работы SDM и критерии стабильности невозможно определить аналитически. Несмотря на то, что за 20 лет сигма дельта модуляторы высокого порядка получили очень широкое распространение в различных областях техники, нет удовлетворительной теории их работы, особенно это касается вопросов стабильности. Поэтому такие вопросы решаются только экспериментальным путем на основе моделирования работы модуляторов в программе MatLab.

Основным источником нелинейности в работе модулятора является передаточная функция цепи обратной связи NTF(z). Графики этой функции различного порядка приведены на рис.21. В классической реализации функция NTF(z) является идеальным дифференциатором с медленным увеличением коэффициента передачи в функции частоты по экспоненциальному закону. На частотах ниже частоты

$$f_0 = \frac{f_n K_{os}}{3} = \frac{f_{nk}}{3}$$

ошибки квантования ослабляются, а выше до частоты Найквиста f_{nk} усиливаются и подлежат фильтрации, поэтому этот диапазон называется Out of Band. Коэффициент усиления максимален на частоте Найквиста f_{nk} и равен 2^m . Этот коэффициент принято называть Out of Band Gain (OBG). При анализе он обозначается как $\|NTF(z)\|_{\infty} = 2, 4,...$ Иногда он определяется в децибелах или битах

$$\|NTF(z)\|_{\infty} = 20\log 2^m, dB, \quad \|NTF(z)\|_{\infty} = \frac{20}{6}\log 2^m, bit$$

Чем выше порядок модулятора тем больше величина $\|NTF(z)\|_{\infty}$ и тем значительнее увеличение SNR благодаря цепи обратной связи модулятора. Если OBG каким то образом ограничивается, то естественно уменьшается достижимое значение SNR.

Величина $\|NTF(z)\|_{\infty}$ от коэффициента дискретизации не зависит. С увеличением порядка *m* она катастрофически быстро возрастает. Так при m = 5, $\|NTF(z)\|_{\infty} = 30$ дБ, что соответствует 5 бит. Очевидно, что при двухуровневом квантовании должны возникнуть проблемы с перегрузкой квантователя даже при отсутствии 3С. Именно это и является основным результатом проявления нелинейности и называется нестабильностью работы модулятора.

Таким образом, под нестабильность модулятора понимается ситуация, когда частично или полностью отсутствует связь между входным и выходнам сигналами модулятора, модулятор не работает при отсутствии входного сигнала или полностью перегружается уже при небольшом уровне входного сигнала и с дальнейшим его увеличением SNR резко уменьшается.



Известны несколько, экспериментально полученных, критериев стабильности 1 бит модуляторов, связанных, с ограничением величины $\|NTF(z)\|_{\infty}$. Из них основным является критерий Lee

$$\|NTF(z)\|_{\infty} < 1,5$$

В некоторых публикациях предлагаются менее жесткие критерии:



 $\|NTF(z)\|_{\infty} < 1.68; 2; 3.$

Еще одним критерием стабильности работы 1 бит SDM является характер функции NTF(z): она не может быть монотонной, в ней должны быть пики и провалы. На рис.22. приведена оптимальная по форме NTF(z), с ограниченным значением OBG, немного выше 1.

Проблемы стабильности существенно различны для одноразрядных и много разрядных модуляторов. Считается, что все 1 бит модуляторы выше второго порядка стабильны лишь условно. Некоторые многоразрядные модуляторы могут работать без ограничения $\|NTF(z)\|_{\infty}$.

Еще одним проявлением нелинейности SDM является экспериментальный факт, что у

квантователя Mid-Riser суммарная мощность шума и сигнала постоянна и равна $\frac{\Delta^2}{4}$. Это

значит, чем больше сигнал, тем меньше мощность шума квантования [12]. Из этого следует, что если максимальная амплитуда синусоидального сигнала равна $\Delta/2$, то мощность шума должна быть равна нулю, а *SNR* стремится к бесконечности, что невозможно.

Данный факт подтверждается экспериментальными графиками, приведенным на

рис.23. На этом рисунке представлены результаты исследования взаимосвязи между значением SNR, входным напряжением Umax и OBG для аналогового 1 бит SDM 5 порядка с коэффициентом дискретизации 64 и фильтром Чебышева. Напомним, что для такого модулятора теоретическое значение $\Delta SNR = 168$ дБ.

Из этого рисунка видно, что модулятор работает лишь при OBG >1,04. С увеличением OBG до 1,1 Umax и SNR увеличиваются одновременно и Umax



Рис.23. Зависимость SNR от Umax и OBG для 1 bit SDM 5 порядка с Kos=64

достигает значения 0,9 полной шкалы, что соответствует 0,45 Δ . Максимальное значение SNR около 115 дБ достигается при OBG равном 1,68 при уровне входного сигнала 0,3 полной шкалы, что соответствует всего 0,15 Δ . При OBG равном 1,8 модулятор прекращает работать.

Путем усложнении схемы модулятора с введением весовых коэффициентов и местных обратных связей удается расширить допустимую глубину модуляции входного сигналов до 50%. Таким образом амплитуда 3С (0,25-0.3) Δ является предельно допустимой для 1 бит SDM 2 и более высоких порядков. При этом мощность 3С примерно равна $\Delta^2/32$, а мощность шума квантования $7\Delta^2/32$. Таким образом, для реального одноразрядного квантователя *Mid-Rise*r

$$SNR_{q\max} = 10\log\frac{P_{\sin}}{P_q} = -9dB$$

Это значит, что у него мощность шума почти на 17 дБ выше, чем у квантователя *Mid-Tread*.

Если мощность шума квантователя *Mid-Riser* от порядка модулятора не зависит, то при использовании линейной модели сигма дельта модуляции эта зависимость выражена очень сильно. Так полная мощность шума квантования определяется равенством

$$P_{qsm} = \left\lfloor \frac{P_q}{\pi} \cdot \int_0^{\pi} \left[4\sin\left(\frac{\theta}{2}\right)^2 \right]^m \right\rfloor \cdot d\theta,$$

которое можно преобразовать к виду,

$$P_{qsm} = A_m P_q.$$

Тогда для порядков m = 1, 2, 3, 4, 5, 6... получим весовые коэффициенты:

 $A_m = 2, 6, 20, 70, 252, 924...,$

которые показывают как сильно возрастает мощность шума квантования с увеличением порядка модулятора. Так, например, для 1 бит модулятора 5 порядка мощность шума квантования теоретически возрастает в 250 раз, что, очевидно, физически не может быть

реализовано при двухуровневом квантовании и, естественно, неизбежно должно привести к насыщению SDM..

У классической NTF все нули передаточной функции находятся на частоте равной нулю и ее коэффициент передачи увеличивается плавно по экспоненциальному закону до значения 2^m . Такая функция не может обеспечить стабильность работы SDM. Целью разработки NTF является достижение возможно высокого подавление шума в звуковом диапазоне, сохраняя достаточно низкий OBG для обеспечения стабильности работы.

На практике ограничение OBG осуществляется правильным выбором полюсов NTF, которые предпочтительно следует реализовывать на основе фильтра высоких частот Баттерворта или инверсного фильтра Чебышева с частотой среза вне звукового диапазона.



Рис.24. Трансформация NTF(z) при оптимизации

Эти фильтры обеспечивают полностью плоскую часть передаточной функции в области OBG и наперед заданное значение $\|NTF(z)\|_{\infty}$. Чем больше $\|NTF(z)\|_{\infty}$, тем выше значение SNR, но меньше допустимое значение входного сигнала.

Введение в передаточную функцию NTF(z) нулей в звуковом диапазоне обеспечивает повышение SNR, так как уменьшается мощность шума в звуковом диапазоне. Это поясняется графиками на рис.24.

Местоположение нулей могут оптимизировать SNR. Чем выше порядок NTF(z) тем



Рис.25. Разработка оптимальной NTF(z)

больше должно быть нулей в области звуковых частот и тем больше достигается выигрыш по значению SNR. Только за счет правильного расположения нулей в для SDM 5 порядка достигается улучшение на 18 дБ Число нулей и их местоположение зависят только порядка *m* и не зависит от коэффициента дискретизации. На рис.25. поясняется как осуществляется трансформация идеальной NTF(z) в реальную. В этом примере 4 порядка, у рассматривается SDM $\left\| NTF(z) \right\|_{\infty} = 8$ которого (18 дБ).

Сначала вводится полюс, который ограничивает значение $||NTF(z)||_{\infty} = 3 \, dE$, затем дится ноль в передаточной функции, который делает NTF(z) еще более неравномерной и улучшает значение SNR.

В настоящее время методы разработки NTF состоят из обычного расчета фильтров Чебышева или Баттерворта, чтобы реализовать желаемую NTF(z), и затем путем моделирования определить его характеристики. Если SNR мало или стабильность недостаточна, необходимо корректировать параметры фильтра.

Когда хорошая реализация NTF(z) найдена, необходимо трансформировать ее в коэффициенты фильтра для выбранной структуры или топологии. Хотя топологии и структуры крайне разнообразны поведение SDM принципиально такое же как NTF. Она определяет техническую реализацию модулятора и его стабильность. Единственное ограниче-



Рис.26. Графики SNR с оптимальными фильтрами в цепи обратной связи (п-порядок, OSR-коэффициент дискретизации)

ние, что при технической реализации модулятора могут быть ошибки вычисления коэффициентов фильтра, которые сведут на нет конечные результаты.

На рис.26 приведены экспериментально полученные графики *SNR* с оптимизированными сложными фильтрами. Из них видно, что, чем выше порядок модулятора, тем сильнее отличаются реальные графики *SNR* от теоретических графиков на рис.20. Так, например, по приведенным выше формулам *SNR* модулятора 5 порядка с $K_{os} = 64$ равно 168 дБ, тогда как в реальных устройствах оно не превышает 100 и в лучшем случае 120 дБ. Достижимое значение *SNR* в значи-

тельной мере определяется техническими характеристиками используемого фильтра в цепи обратной связи модулятора, разработка которых крайне сложное дело.



Рис.27. Топологии цифровых SDM (b)-Out-feedback (OF) (c)- Error-feedback (EF)

В заключение настоящего раздела остановимся на проявлении нелинейности многоразрядных цифровых SDM. На рис.27. приведены две возможные топологии реализации таких модуляторов EF и OF. С позиции линейной модели SDM эти две топологии ничем



не отличаются и их расчет производится по одним и тем же формулам, а вот нелинейность у них проявляется совершенно по разному. Результаты исследований двух моделей 5 bit SDM 5 порядка на основе квантователя Mid-Tread с коэффициентом дискретизации равным 64 и с использованием фильтров Чебышева представлены на рис.28.

На этом рисунке красным цветом представлена зависимость SNR от OBG, а зеленым – зависимость допустимой амплитуды входного сигнала, в долях шага квантования Δ , от OBG для модуляторов OF и EF.

Из приведенных графиков следует, что модулятор ОF прекращает работу при

глубине модуляции больше 95% и OBG >3,6. В тоже время модулятор EF работает в диа-

пазоне OBG до 16. При этом допустимая глубина модуляции меняется от 100 до 70%. Отметим, что глубине модуляции 100% соответствует амплитуда входного сигнала, равная шагу квантования Δ , а не $\Delta/2$ как в квантователе Mid-Riser. Таким образом, при правильно выбранном числе разрядов SDM с топологией EF не имеет ограничений по величине OBG.

11. Одноразрядные АЦП на основе 1 бит сигма дельта модулятора 1 порядка

В последние годы основной интерес вызывают одноразрядные АЦП на основе $\Sigma\Delta$ модуляции (1-бит *SDM*). Они очень успешно конкурируют с АЦП на основе ИКМ, во всей цифровой аудио технике массового производства, так как отличаются значительно более простой технологией изготовления, существенно дешевле, а по качественным характеристикам примерно равноценны.

Наиболее важным вопросом построения АЦП на основе сигма-дельта модуляции является выбор частоты дискретизации. Чем эта частота больше, тем при меньшем значении порядка интегратора достигается необходимое значение SNR 120...130 дБ. Однако, с повышением частоты дискретизации увеличивается и скорость цифрового потока, что приводит к уменьшению времени записи на дисковом носителе. Поэтому приходиться искать



Рис.29. Функциональная схема 1 бит сигма-дельта модулятора первого порядка

компромисс между значениями частоты дискретизации и порядком интегратора. В настоящее время в качестве такого компромиссного решения принят коэффициент дискретизации равным 64. Из графиков на рис.20 видно, что при таком значении K_{os} отношение сигнал шум 120 дБ достигается только при использовании *SDM* не менее 3 порядка.

На рис.29. приведена упрощенная схема 1-бит *SDM* первого порядка. В этой схеме выбран $K_{os} = 64$, поэтому стандартной частоте дискретизации $f_s = 48$ кГц соответствует частота дискретизации $f_{sk} = 3,072$ МГц.

Аналоговый сигнал подается на вход модулятора через антиэлайзинговый фильтр, в качестве которого может использоваться простейший *RC*-интегратор, так как требуется подавлять частоту Найквиста (1,5 МГц) и выше.

По сравнению с ИКМ в этой схеме нет классического дискретизатора, выполняющего функцию амплитудно-импульсной модуляции, отсутствует устройство выборки и хранения, но работа всех узлов тактируется частотой дискретизации. В качестве одноразрядного квантователя используется компаратор, который формирует выходной сигнал положительной полярности только при условии, что входное напряжение выше нуля.

В приведенной схеме V_j – аналоговый входной сигнал, R_j – сигнал с выхода 1 бит ЦАП. Этот сигнал может принимать значения только ± 1 и он сдвинут по отношению к входному на один такт и никогда не может быть равен входному.

Разностный сигнал E_j – это мгновенная ошибка квантования, она не может быть равна нулю. Сигнал на выходе интегратора B_j – это накопленная за два такта ошибка квантования, ее среднее значение. При квантовании этой ошибки важно только она больше или меньше нуля. При сигма дельта модуляции ошибки квантования E_j и накопленная ошибка B_j - это ошибки грубого квантования, но они играют очень важную роль, так как формируют цифровую ШИМ, при которой осуществляется квантование уже квантованых сигналов с более высокой точностью.

В приведенной схеме задержка на один такт осуществляется D- триггером, на счетный вход которого подается сигнал с частотой дискретизации f_{sk} . Этот же триггер выполняет функцию дискретизатора. В таком варианте исполнения при аналого-цифровом преобразовании сначала производится двухуровневое квантование, а потом дискретизация. Одноразрядный ЦАП преобразует однополярный выходной сигнал D-триггера в двух полярный. Амплитуды сигналов на выходе ЦАП должны быть очень точно равны максимально возможным значениям входного сигнала.

В сигма дельта модуляторе 1 порядка интегратор – это *RC* цепочка. Конденсатор этой цепочки заряжается быстро, а разряжается медленно.

Пусть в исходном состоянии: уровень входного синусоидального сигнала близок к нулю, а напряжение на выходе интегратора чуть ниже или равно нулю, и оно квантуется как «-1», тогда

$$B_j \le 0$$
, $C_{j-1} > 0$, $D_j = 1$, $R_j = 1$, $V_j < R_j$,

В соответствии с приведенным на рис.30. алгоритмом работы сигма-дельта модулятора в начале каждого цикла работы ШИМ дифференциальный усилитель вырабатывает на

$$\begin{split} E_{j} &= V_{j} - R_{j}, \\ B_{j} &= R_{j-1} + E_{j}, \\ C_{j} &= \begin{cases} 1; & B_{j} > 0 \\ 0; & B_{j} \leq 0 \end{cases}, \\ D_{j} &= \begin{cases} 1; & C_{j-1} > 0 \\ 0; & C_{j-1} = 0 \end{cases}, \\ R_{j} &= \begin{cases} 1; & C_{j-1} > 0 \\ -1; & C_{j-1} = 0 \end{cases}, \end{split}$$

Рис.30. Алгоритм работы 1 бит SDM

своем выходе разностный сигнал E_{j+1} между входным напряжением V_j и выходным напряжением одноразрядного ЦАП R_j .

При положительных напряжениях 3С во время служебных интервалов времени, длительностью один такт, конденсатор интегратора быстро заряжается от сравнительно больших положительных ошибок квантования E_{j0} , достигающих величины Δ . В промежутке между этими интервалами он медленно разряжается, так как подразряжается относительно малыми отрицательными ошибками квантования E_j , величина которых не превышает $\Delta/2$.

Напряжение с интегратора B_j подается на вход компаратора нуля. Компаратор срабатывает только при условии, что $B_j \leq 0$,

когда конденсатор интегратора разрядится.. Это может произойти на следующем такте или через несколько тактов, в зависимости от уровня квантуемого сигнала, когда выполнится приведенное условие. Тогда на выходе компаратора напряжение становится равным 0. С задержкой *D*-триггер и ЦАП формируют логический 0. В результате сравнения на выходе дифференциального усилителя возникает положительный сигнал ошибки E_{j+1}

и снова все повторяется и это иллюстрируется рис.31. На этом рисунке шаг квантования принят равным 2 В, поэтому все ошибки квантования вдвое больше.

В связи с тем, что АЦП преобразование аналогового входного сигнала производится на очень высокой частоте, среднее значение квантованного сигнала за время задержки на один такт практически не меняется. Быстрые грубые вариации входного сигнала компа-



Рис.31. Осциллограммы работы 1 бит сигма дельта модулятора 1 порядка.

ратора обусловлены только ошибками квантования, которые меняются от выборки к выборке.

Выходной сигнал компаратора, называемый DSD (Direct Stream Digital), однополярный в виде непрерывной последовательности логических 1 и 0 без разделения их на символы и блоки. В таком потоке плотность логических «1» максимальна при амплитудах ЗС положительной полярности, а плотность логических «0» максимальная при амплитудах ЗС отрицательной полярности. При значениях ЗС сигнала близких к нулю, плотности логических «1» и «0» одинаковые и минимальны. На рис.32. иллюстрируется, как меняется этот сигнал при изменении коэффициента дискретизации K_{os} с двух до четырех.

В отличие от ИКМ сигма дельта модулятор является в принципе линейным, так как никакого квантования по уровню (округления) не осуществляется при всех уровнях ЗС. Такой модулятор фактически является линенейным преобразователем напряжения в частоту- чем больше напряжение сигнала, тем выше частота логических «1», чем меньше напряжение, тем выше частота логических «0».

У компаратора, в отличие от многоразрядного квантователя типа *Mid-Tread*, нет порога квантования. Поэтому в одноразрядном ∑∆ модуляторе при отсутствии 3С на входе из-за неизбежного собственного шума компаратор начинает хаотически работать. При



Рис.32. Сигнал DSD при коэффициентах дискретизации $K_{os} = 2$ и $K_{os} = 4$

этом на выходе схемы формируется случайная последовательность импульсов с одинаковой вероятностью логических «1» и «0» и с постоянной составляющей, равной + $\Delta/2$. Мощность этого шума равна $\Delta^2/4$.

При любом минимальном уровне 3С на входе модулятора хаотическая последовательность логических «1» и «0» преобразуется детерминированную. Такая кодовая последова-



тельность 10101010..., соответствует нулю напряжения на входе модулятора. В сигма дельта модуляторе входному постоянному напряжению, равному + $\Delta/2$., соответствует кодовая последовательность из логических «1», а напряжению, равному $-\Delta/2$., соответствует кодовая последовательность из логических «0».

Если на вход $\Sigma\Delta$ модуляторе подается постоянное напряжение положительной полярности с напряжением, допустим, 0,3 Δ на выходе соответствующая этому напряжению устанавливается за 2 такта и имеет вид: 110111101111011110. В этой кодовой последовательно-

сти явно присутствует периодичность повторения кодовых комбинаций. Такого рода искажения называют *limit cycles*. Этим подчеркивается, что искажения имеют определенную длительность (рис.33).

Таким образом, каждому значению входного напряжения соответствует своя кодовая комбинация и период ее повторения. Аналогичные искажения возникают и при сигналах синусоидальной формы, они могут повторяться с периодом 3С. Эти искажения определяются работой отрицательной обратной связи и они проявляются в виде многочастотного спектра, состоящего из множества дискретных составляющих (рис.34).

Составляющие спектра такой кодовой последовательности могут попадать в звуковой диапазон и быть слышны в виде паразитных тонов или призвуков. В 1 бит сигма дельта модуляторах 1 порядка искажения проявляются тем чаще, чем уровень 3С ближе к максимально допустимому значению $\Delta/2$. Наряду с искажениями *limit cycles* по малопонятным причинам возникают искажения, называемые *idle pattern tones*, спектр которых состоит из ряда случайно расположенных по спектру тональных составляющих. На рис.35 в спектре 3С хорошо видна составляющая этих искажений с частоты 1 кГц. Все эти искажения являются одним из серьезных недостатков $\Sigma\Delta$ -модуляторов 1 порядка. В модуляторах более высокого порядка они проявляются менее сильно.

Одноразрядные *SDM* 1 порядка очень чувствительны к перегрузкам, поэтому максимальный размах сигнала его на входе на должен превышать 0.84Δ . При превышении этого уровня модулятор переходит в режим самовозбуждения. Ошибки квантования в одноразрядных *SDM* сильно коррелированны с сигналом, поэтому без операции *«Dithering»* их



Рис.34. Спектр искажений Limit cycles на звуковом сигнале



Рис.35. Спектр искажений Idle Tones на звуковом сигнале

использовать нельзя. В тоже время добавление шума с размахом 0.8Δ приводит к значительному уменьшению *SNR* и существенному уменьшению допустимого уровня входного сигнала по размаху до значения 0.5Δ .

По этим причинам в таких модуляторах невозможно использовать шум с треугольным законом распределения, как это делается в ИКМ трактах. Поэтому применяют шум с прямоугольным законом распределения в пределах 0.5Δ . Такой шум лишь улучшает линейной передаточной функции, но происходит это за счет уменьшения SNR на 12 дБ и ухудшения стабильности работы модулятора.

Операция декорреляции ошибок квантования с помощью технологии *Dithering* в 1бит *SDM* не преобразует их в аддитивные, поэтому особого положительного эффекта она не приносит. Если декорреляция ошибок не используется, то в звуковом диапазоне уровень шума уменьшается до минус 130 дБ, добавление шума с размахом 0.01Δ снижает уровень шума до минус 140 дБ.

Модуляторы выше 2-3 порядков с последовательным включением интеграторов работают неустойчиво, поэтому они практического применения не нашли. Структурные схемы современных модуляторов более высоких порядков достаточно сложны. В них применя-



Рис.60. Схема одноразрядного SDM 5 порядка

ется каскадное включение интеграторов 1 порядка, охваченных местными обратными связями. В качестве примера на рис.36. приведена блок-схема 1-бит АЦП на основе SDM 5порядка, который используется при записи звука по стандарту *Super Audio CD*. В этой схеме выходы всех интеграторов суммируются со своими весовыми коэффициентами *c*_i и подаются на вход компаратора. Для каждой цепи обратной связи также подбирается весовой коэффициент *c*_i, чтобы получить огибающую спектра шума квантования необходимой формы. Шум, осуществляющий декорреляцию ошибок квантования, вводится непосредственно у входа компаратора.

Для этой схемы на рис.37. приведена огибающая спектра шума квантования. В области низких частот у нее подъем с крутизной 12 дБ/на декаду. Это делает зависимым уровня шума от частоты в звуковом диапазоне частот. В худшем случае, на частоте око-



Рис.37. Спектр шума квантования

ло 5 Кгц, уровень шума повышается до минус 90 дБ. За пределами звукового диапазона уровень шума повышается линейно с крутизной 90 дБ/декаду и на 100 кГц достигает нулевого уровня. При этом спектральные компоненты шума соизмеримы с максимальными компонентами ЗС в области этих частот.

Повышение порядка интегратора существенно улучшает *SNR* в области низких частот. Для сравнения

на рис.37. приведен график спектральной плотности шума квантования для 1-бит SDM 7 порядка. В таком модуляторе уровень шума на частотах ниже 100 Гц понижается до минус 195 дБ. В пределах звукового диапазона уровень шума не превышает минус 140 дБ. В практике уже есть разработки таких модуляторов до 12 порядка.

В связи с тем, что коды коррекции ошибок и канальная модуляция рассчитаны на работу с организацией цифровых данных в виде байт и блоков, одноразрядные АЦП на основе *SDM* высоких порядков сами по себе используются только в аппаратуре записи звука по стандарту *Super Audio CD*. В большинстве случаев после такого АЦП включается дециматор, в котором частота дискретизации понижается до стандартного значения ИКМ тракта и формируются выборки с числом разрядов от 16 до 24. В качестве дециматора обычно используется прореживающий цифровой фильтр. Считается, что дециматор входит в состав АЦП и поэтому его называют по числу выходных разрядов, например, 24разрядным.

12. Одноразрядные ЦАП на основе сигма дельта модуляции

В общем объеме производства аудиоаппаратуры более 90% приходиться на долю звуковоспроизводящей техники. Поэтому очень важное значение имеет технология производства и стоимость цифро-аналоговых преобразователей. Так, например, стандартом на *DVD-audio* диски предусмотрено при записи использование 24-разрядной ИКМ. Такой профессиональный АЦП стоит около 10000 долларов, тогда как для бытовых проигрывателей стоимость ЦАП не может превышать 5-10 долларов. Поэтому большинство ЦАП, используемых в проигрывателях *CD* и *DVD-A* дисков, а также в звуковых картах компьютеров строятся на основе использования сигма-дельта модуляции и, в частности, одноразрядных ЦАП.

В цифровых *SDM*, используемых для цифро-аналогового преобразования, частота дискретизации известна априори и выбор коэффициента передискретизации не связан с процессом записи, как это имеет место в аналоговых *SDM*. Поэтому значение частоты дискретизации $f_{\rm sk}$, на которой работает модулятор, может быть сколь угодно большим и ограничивается только быстродействием элементов схемотехники. Это значит, что необходимое значение *SNR* может достигаться при значительно меньшем порядке интегратора модулятора, чем в АЦП.

Эквивалентные схемы 1 бит $\Sigma\Delta$ модуляторов, используемых в АЦП и ЦАП совершено одинаковы. При практической реализации 1 бит SDM отличаются тем, что в них все элементы за исключение триггера аналоговые, а в 1 бит SDM все элементы цифровые, 1 бит ЦАП заменен DDC (Direct Digital Converter). Этот элемент осуществляет реквнтова-



Рис.38. Функциональная схема 1 бит ЦАП на основе ΣΔ- модулятора 1 порядка

ние цифровых сигналов, при котором уменьшается число разрядов кодовых слов- отбрасываются младшие разряды. Такая операция называется *truncating*.

В приведенной на рис.38. схеме цифрового *SDM* 1 порядка на один из входов дифференциального усилителя подается цифровой q разрядный ИКМ сигнал $U(q, f_{sk})$ с частотой выборок $f_{sk} = K_{os} \cdot f_s$. В дифференциальном усилителе производится сравнение его с опорным импульсным сигналом $D_R(f_{sk})$ также с частотой дискретизации f_{sk} . Этот сигнал формируется интегратором, на вход которого подается сигнал *D*-триггера, сдвинутый по времени относительно входного на 1 такт. Отрицательная обратная связь стремится уравнять среднее значение выходного сигнала с входным.

На рис.39 приведена диаграмма работы 1бит ЦАП. Если при сравнении опорный сигнал с интегратора меньше входного на выходе компаратора формируется логическая 1 и



Рис.39. К вопросу работы одноразрядного ЦАПа

опорный сигнал увеличивается. Этот процесс повторяется в течение периода T_s , пока опорный сигнал не станет больше входного. Тогда выходной сигнал дифференциального усилителя становится меньше нуля ($\Delta < 0$), на выходах компаратора и *D*-триггера формируется логический 0, поэтому опорный сигнал начинает уменьшаться. Выходная после-

довательность 1010 будет продолжаться до тех пор пока на вход не поступит новая выборка входного сигнала. Это поясняется приведенным рисунком.

В приведенной схеме на выходе формируется однополярный сигнал *DSD*, такой же как в АЦП, у которого среднее значение меняется по времени по такому же закону, как и на входе модулятора. Фактически все операции при цифро-аналоговом преобразовании осуществляются в цифровом виде и на выходе может быть сформирована любая двоичная последовательность.

Обычно, выходной сигнал одноразрядного ЦАПа подается на время импульсный преобразователь с цифровой модуляцией параметров импульсов. В настоящее время используются три вида ВИМ: *PDM – Pulse Density Modulation* (модуляция импульсов по плотности), *PWM – Pulse Width Modulation* (модуляция импульсов по ширине- широтно-



Рис.40. Блок-схема ЦАП фирмы Philips на основе технологии Noise Shaping

импульсная модуляция) и *PLM – Pulse Length Modulation* (модуляция импульсов по длине). Все эти виды модуляции позволяют выделять ЗС из этого потока с помощью простейшего ФНЧ 3 порядка.

На основе одного SDM 1 или 2 порядка невозможно обеспечить необходимое значение SNR 120...140 дБ, поэтому используется их каскадной включение. На рис.40. приведена функциональная схема одноразрядного ЦАПа фирмы Philips на основе технологии «Noise Shaping». Входные цифровые 16-ти разрядные выборки с частотой дискретизации 44.1 кГц подаются на вход цифрового фильтра передискретизации. В схеме используется нерекурсивный с 4-кратной передискретизацией *FIR* (finite impulse response) интерполяционный фильтр с линейной фазовой характеристикой. На первом этапе модуляции в результате переквантования число разрядов в выборках понижается с 16 до 14 и используется SDM 1 порядка.

Затем еще раз производится передискретизация с помощью двух ступеней (K_{os} =32 и 2). Между этими ступенями в тракт вводится шумовой сигнал, осуществляющий операцию «*Dithering*» с уровнем шума равны минус 20 дБ. Она уменьшает нелинейность передаточной функции из-за ошибок квантования. Общий коэффициент передискретизации равен 256 и частота дискретизации увеличивается до 11,29 МГц.

Во второй ступени модуляции используется *SDM* 2 порядка и формируется 1разрядный цифровой поток. К выходу ЦАПа подключается время-импульсный цифровой модулятор, преобразующий цифровые данные в последовательность импульсов, модулированных по плотности (*PDM*).

В табл.1. приведены некоторые данные по современным ЦАП фирм Philips, Matsushita и Sony с использованием технологии «Noise Shaping» и ВИМ. Эти ЦАП обеспечивают

Та б л и ц а 1. Характеристики ЦАП на основе ΣΔ- модуляции и ВИМ						
Вид модуля-	Коэффициент	Частота	Порядок	Число уровней		
ции	передискретизации	дискретизации, МГц	интегратора,	квантования		
PDM	256	11,29	1и2	2		
PLM	1024	45,1584	2	2		

SNR до 115...120 дБ, поэтому изготовители проигрывателей указывают в технических характеристиках эквивалентное число разрядов 18...20, иногда приводится и значение ко-эффициента передискретизации.

Одноразрядные ЦАП на основе *SDM* имеют целый ряд важных особенностей. Их несомненным преимуществом является высокая линейность во всем диапазоне изменения 3С и отсутствие особых требований к точности изготовления элементов схемы. Прямая зависимость шума квантования от уровня 3С приводит к возникновению неустранимого модуляционного шума. Для его устранения требуется использовать технологию *Dithering*, но при одноразрядной *SDM* это приводит к перегрузке реквантователя и возникновению самовозбуждения. Одноразядные ЦАП крайне чувствительны к фазовому джиттеру частоты дискретизации, которая тактирует работу модулятора. Даже небольшой джиттер вызывает ошибки равные кванту.

Еще одной проблемой построения одноразрядных ЦАП являются ФНЧ, реконструирующие ЗС. Выходной сигнал такого ЦАП представляет собой последовательность прямоугольных импульсов высокой частоты с очень высокой крутизной нарастания и спада. Для фильтрации ЗС требуются специальные конструкции ФНЧ, в которых подавляются ВЧ составляющие спектра, возникающие из-за емкостных связей. Из-за применения *SDM* высоких порядков в спектре ошибок квантования очень велики ВЧ составляющие за пределом звукового диапазона. Их также очень трудно фильтровать из-за наличия емкостных связей между элементами ФНЧ. По всем этим причинам одноразрядные ЦАП в высококачественных звуковых трактах не применяются.

13. Малоразрядные АЦП и ЦАП на основе сигма дельта модуляции

Малоразрядные АЦП и ЦАП, которые далее будем называть ADC и DAC, чтобы не путать ЦАП, как конвертер, и как внутренний ЦАП сигма дельта модуляторов. Они предназначены для работы в высококачественных звуковых трактах, таких как проигрыватели *DVD-Audio* и *Super Audio CD*, дорогие звуковые карты компьютеров и цифровые магнитофоны. Такие конверторы применяются и в профессиональной аудиотехнике.

В схеме на рис.41. ADC содержит *N*-разрядный квантователь, а в состав DAC входит *N*-разрядный реквантователь (*Truncater*), который уменьшает число разрядов кодовых слов с тем, чтобы уменьшить требования к внутреннему цифро-аналоговому преобразова-



Рис.41. (а) Аналого-цифровой конвертор (ADC). (b) Цифро-аналоговый конвертор (DAC)

телю. Число разрядов на входе DAC *L* может достигать 16-24 бит, а на выходе оно может быть от 2 до 14. Аналогичный внутренний ЦАП входит в состав *N*-бит ADC.

Таким образом, оба конвертора содержат *внутренний N*-бит ЦАП, поэтому увеличение разрядности конвертеров приводит к необходимости увеличения разрядности внутренних ЦАП и, следовательно к повышению точности их изготовления. Это уже проходили при аналого-цифровом и цифро-аналоговом преобразованиях с использованием импульсно-кодовой модуляции. Там был тупик, так как при изготовлении таких конверторов требовалась лазерная подгонка элементов конверторов, что приводило к чрезвычайно высокой их стоимости. Необходимы новые идеи и они есть.

Серьезный недостаток одноразрядных конверторов это очень высокий уровень ошибок квантования компаратора, из-за которого его *SNR* равен всего минус 9 дБ, и в котором мощность шума больше мощности сигнала. В малоразрядных конверторах используются квантователи типа *Mid-Tread*. У них всегда нечетное число уровней квантования, мощность шума квантования равна $\Delta^2/12$, а отношение сигнал-шум определяется по известной формуле

$SNR = 6,02q + 1,76 \, dB, q > 1$

Это значит, что уже при трех битах SNR = +20 дБ, а при 6 битах - +38 дБ. Различие огромное, главное, что сигнал выше уровня шума. Это исключает необходимость использовать очень высокую частоту дискретизации и модуляторы высокого порядка для достижения SNR 120 дБ. Например, если 1 бит сигма дельта модулятор 5 порядка с $K_{os} = 16$ имеет SNR = 60 dB, то увеличение числа уровней квантования до 8, это 3 бита, SNR увеличивается до 108 дБ. Таким образом, два дополнительных бита могут увеличить SNR на 48 дБ.

Важное преимущество малоразрядных конверторов - это возможность использовать стандартную технологию *Dithering* с треугольным законом распределения вероятностей - *TPDF* с размахом пиковых значений $\pm LSB$. Это позволяет сделать передаточную функцию квантователей более линейной и устранить искажения звука, обусловленные артефактами и ошибками квантования, что крайне важно для высококачественных звуковых трактов. В отличие от 1 бит сигма дельта модуляторов, технология *Dithering* в малоразрядных конверторах не приводит к перегрузке и не сужает динамический диапазон. Однако, мощность квантования достигает величины $\Delta^2/4$, а отношение сигнал шум определяется равенством

$SNR = 6,02q - 3,01 \, dB$

Важно также, что чем больше число разрядов DAC, тем ближе форма сигнала на выходе цифрового модулятора приближается к форме воспроизводимого звукового сигнала,



Рис.41. Дефекты ЦАП, определяющие линейность его передаточной функции

а не носит чисто импульсного характера. Это значительно упрощает низкочастотную фильтрацию при воспроизведении 3С.

Другое важное преимущество малоразрядных аудио конверторов это значительно меньшая чувствительность к паразитной фазовой модуляции тактовой частоты модулятора, которая вызывает большие искажения воспроизводимого 3С. В 1 бит сигма дельта модуляторе первого порядка для достижения SNR = 100 dB джиттер тактовой частоты должен быть меньше 10 пикосекунд. Такие высокие требования к джиттеру связаны с большим шагом квантования.

В тоже время у 6-бит ЦАП шаг квантования в 64 раза меньше, и во столько же раз меньше требования к джиттеру тактовой частоты. Уменьшение шума квантования и влияния фазового джиттера наиболее сильно проявляется когда используются квантователи *Mid-Tread*, у которых нечетное число уровней квантования. При этом положительные и отрицательные значения цифрового сигнала становятся симметричными относительно нулевого значения.

На рис.41. приведена передаточная характеристика реального ЦАП, с видимыми внутренними и внешними дефектами изготовления. Можно представить сколько нужна труда, чтобы ее исправить путем лазерной подгонки шагов квантования. Многочисленные преимущества малоразрядных ADC и DAC привели к исследованиям различных методов преодоления проблем, связанных главным образом с ошибками подгонки элементов устройств, используемых в ЦАП, для генерации уровней постоянного тока.

Основная идея преодоления этих трудностей заключается в том, чтобы 2^N уровневый цифровой поток на входе внутреннего ЦАП преобразовать в 2^N одноразрядных цифровых потоков и осуществить их преобразование в аналоговый сигнал с помощью 2^N однораз-



Рис.42. N-разрядный ЦАП на основе 2^N 1-бит ЦАП

рядных ЦАП с суммированием результатов множества преобразований (рис.42).

Как известно, в 1 бит ЦАП нет элементов, требующих высокой точности изготовления и подгонки. Точность их работы определяется стабильностью опорного напряжения. Некоторая проблема в том, что многоуровневое квантование осуществляется с разными весовыми коэффициентами и, очевидно, 10% погрешность младшего разряда может не играть су-

щественной роли, когда такая же погрешность старшего разряда совершенной неприемлема.

Поэтому преобразование цифровых потоков производится с использованием кода *thermometer*. Он преобразует двоичный N-разрядный двоичный код в 2^N одноразрядных потоков с равными весовыми коэффициентами. Любопытно, что этот код был запантенто-



белый шум

Рис.44. Преобразование спектра ошибок ЦАП

ван в 1800 году!, и только теперь он массово используется во всех малоразрядных конверторах. По этой идее предполагается, что ошибки могут быть положительными и отрицательными, поэтому при усреднения результатов преобразования суммарная ошибка уменьшается и стремится к нулю.

Следующая идея, это преобразовать детерминированные ошибки ЦАП в случайные с использованием генератора случайных чисел (рис.43), или другими способами. И еще одна идея, это использовать технологию *Noise Shaping* и вынести спектр ошибок ЦАП за пределы звукового диапазона, что поясняется рис.44.

На основе этих идей разработано множество устройств, выполняющие рандомизацию ошибок внутренних ЦАП конверторов ADC и DAC на основе сигма дельта модуляции. К ним относятся: цифровая самокоррекция, *Individual Level averaging (ILA), Data Weighted Averaging (DWA) и dynamic element matching (DEM)*. Все эти устройства отличаются чрезвычайной сложностью. Это подтверждает, что высокого качества звучания невозможно добиться простыми и дешевыми средствами.

На рис.45 и 46. приведены схемы, использующие эти технологии в цифроаналоговых преобразователях для рандомизации ошибок внутреннего. Они предназначены для работы в проигрывателях *CD* и *DVD* и оьеспечивают *SNR* 117 dBA, и *THD* минус 104 dBA.



Рис.45. Схема аналого-цифрового SDM конвертора с использованием техники DWA



Рис.46. Схема цифро-аналогового SDM конвертора с использованием техники DEM

В качестве еще одного примера на рис.47 приведена функциональная схема 5разрядного, 31 уровневого (\pm 15) ЦАП с сигма дельта модулятором 3 порядка, он предназначен для высококачественных цифровых трактов, который работает с частотой дискретизации до 192 кГц с динамическим диапазоном 120 дБ. На рис.48 представлен спектр выходного сигнала этого ЦАП при уровне 3С минус 60 дБ, из которого видно, что во всем звуковом диапазоне уровень шума не превышает минус 140 дБ. Число уровней квантования может быть \pm 3, 7 и 11. С увеличением числа разрядов качественные характеристики



ЦАП улучшаются, но сильно усложняются устройство и алгоритм работы DEM.

Особое место занимают *мало разрядные ЦАП, не использующие технику DEM*. Они используются в трактах среднего качества со значением *SNR* не выше 100 дБ, когда для снижения стоимости аналоговых ЦАП применяют 12-14 разрядные *SDM* 1 порядка, но хотят получить значение *SNR* такое же, как 16-ти разрядном ЦАП. В этом случае используются возможности сигма-дельта модуляции, при которой уменьшение разрядности на каждый бит может компенсироваться двукратным увеличением частоты дискретизации.

Функциональная схема такого ЦАП, используемая фирмой Филипс в *CD* плеерах, приведена на рис.49. В этой схеме на вход цифрового фильтра интерполятора подается





кодовая последовательность в формате 44,1/16. В интерполяторе осуществляется повышение частоты дискретизации в 4 раза до 176,4 Гц. При этом число разрядов в выборках увеличивается до 17 бит. В преобразователе *Noise Shaper* 1 порядка осуществляется округление, при котором отбрасываются младшие 3 разряда, и в выходном сигнале остаются только старшие 14 разрядов. По цепи отрицательной обратной связи младшие разряды с задержкой на один такт подаются на сумматор. Формирователь шума стремится произвести округление таким образом, чтобы выходной 14 разрядный сигнал был как можно ближе к входному 17 разрядному сигналу. Значение *SNR* 14-разрядного ЦАП получается такое же, как у 16-ти разрядного около 100 дБ.

14. Литература

1. C. C. Cutler, "Transmission Systems Employing Quantization," U.S. patent 2,927,962 (1960 Mar. 8). Massachusetts Institute of Technology, Cambridge.

2. M.W. Hauser. Principles of Oversampling A/D conversion. J. Audio Eng. Soc. v. 39, 1990.

3. Pervez M.Aziz. Multi-band Oversampled Noise Shaping Analog to Digital Conversion. A dissertation in Electrical Engneering. University of Pennsylvania, 1996,-172 p.

4. Pervez M.Aziz, Henrik V. Sorensen, Jan van der Spiegel. An Overview of Sigma-Delta Converters. IEEE, 1996.

5. C. Candy, Gabor C. Temes. Oversampling Delta-Sigma Data Converters: Theory, Design and Simulation. The Institute of Electrical and Electronics Engineers. IEEE Press, Wiley, New York, 1997, 475 p.

6. Steven R. Norsworthy, Richard Schreier, Gabor C. Temes. Delta-Sigma Converters: Theory, Design and Simulation. The Institute of Electrical and Electronics Engineers. IEEE Press, Wiley, New York, 1997, 475 p.

7. James A. Chery. Theory, Practice, and Fundamental Performance Limits of High-Speed Data Conversion Using Continuous-Time Delta-Sigma Modulators. 1998. 235.p.

8. Sangil Park. Principles of Sigma-Delta Modulation for Analog-to-Digital Converters. Motorola. Digital Signal Processors.

9. Udo Zolzer. Digital Audio Signal Processing. John Willey. New York Technical University of Hamburg-Harburg, Germany.1999. p.278

10. Richard Schreier. Understanding Delta-Sigma Data Converters. Wiley, 2004, 464 p

11. Pohlman K.C. Principles of Digital Audio, 5rd Ed. McGraw-Hill, 2005.-860 c.

12. Stanley P. Lipshitz and John Vanderkooy. Why 1-Bit Sigma-Delta Conversion is Unsuitable for High-Quality Applications. Audio Engineering Society. Convention Paper 5395. Presented at the 110th Convention 2001 May 12–15 Amsterdam.

13. Martin J.W. Schubert. Delta Sigma Modulation. The Art of Oversampling, Noise Shaping and Averaging. Electronic Labor. Hochscule Regenburg University of Applied Sciences.

14. Calculation bit-saving achieved with noise-shaping. Application Note No. 363.1016 Hans haw Rd,Ithaca, NY 14850, March 2006

15. G.Bourdopoulos, A.Pneymatikakis, V.Anastassopoulos, T.Deliyannis. Delta-Sigma Modulators. Modeling, Design and Applications. Published by Imperial College Press.2003.World-Scientific Publishing Co. Pte.Ltd. 275 p.

16. Derk Reefman, Erwin Janssen. One-bit Audio. An Overview.2003

17. Georgi Tsvetanov Tsenov, Valeri Markov Mladenov. Fast Approximation Formula for Calculation of Signal to Noise Ratio of Sigma Delta Modulators. Dept of Theoretical Electrical Engineering, Technical University of Sofia, 8, Kliment Ohridski St., Sofia 1000, Bulgaria 18. Joshua D.Reiss, Understanding sigma-delta modulation: The Solved and Unsolved Issues. J.AudioEng.Soc., Vol.56, No.1/2, 2008 January/Februar

19. J. Vanderkooy and S. P. Lipshitz, "Towards a Better Understanding of 1-Bit Sigma-Delta Modulators", Convention Paper 5398, presented at the 110th Convention of the Audio Engineering Society, Amsterdam, The Netherlands, 2001 May 12-15. Audio Engineering Society 20. Peter Kiss, Jesus Arias, and Dandan Li. Stable High-Order Sigma-delta DAC

21. Ståle Andreas Skogstad, Mats Erling Høvin. Using Heuristic Search To Find Stable High-Order Single-Bit Delta Sigma Modulators. Department of Informatics, University of Oslo, N-0316 Oslo, Norway

22. Jurgen van Engelen Stability Analysis and Design of Bandpass Sigma Delta Modulators ©Copyright 1999 Josephus A.E.P. van Engelen.