



**МОСКОВСКИЙ ЭНЕРГЕТИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
(ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)
филиал в г. Смоленске**

**Кафедра промышленной электроники
Факультет компьютерных технологий и электроники**

М.А. Амелина

**ЛЕКЦИИ
по курсу**

Электронные промышленные устройства

Часть 1

Электронные промышленные устройства

Содержание

Электронные промышленные устройства.....	2
Содержание.....	2
Литература.....	4
1. Информационные основы построения электронных промышленных устройств (ЭПУ).....	5
1.1. Сигналы в электронных промышленных устройствах.....	5
1.1.1. Задачи, решаемые в процессе проектирования ЭПУ.....	5
1.1.2. Виды информации.....	6
1.1.3. Преобразование Фурье. Спектры сигналов.....	8
1.1.4. Носители сигналов и их модуляция.....	11
1.2. Дискретизация сигналов.....	13
1.2.1. Дискретизация непрерывных сигналов по времени.....	13
1.2.2. Дискретизация по уровню (квантование).....	20
1.3. Коды и кодирование.....	23
1.3.1. Количественное измерение информации в сигнале.....	23
1.3.2. Выбор вида модуляции для передачи сообщения.....	23
1.3.3. Основные характеристики кодов, выбор оптимальной значности кода.....	24
1.3.4. Помехозащищенное кодирование.....	25
1.4. Структура цифровой системы записи-воспроизведения звука на основе оптического компакт-диска.....	29
2. Цифроаналоговые преобразователи (ЦАП).....	30
2.1. Параллельные ЦАП.....	31
2.1.1. ЦАП с суммированием весовых токов (с двоично-взвешенными сопротивлениями).....	31
2.1.2. ЦАП на основе матрицы R-2R.....	32
Основные схемы включения.....	34
2.1.3. Формирование выходного сигнала в виде напряжения.....	37
2.1.4. ЦАП на источниках тока.....	41
2.1.5. Параллельный ЦАП на переключаемых конденсаторах.....	45
2.1.6. ЦАП с суммированием напряжений.....	45
2.2. Последовательные ЦАП.....	46
2.2.1. ЦАП с широтно-импульсной модуляцией.....	46
2.2.2. Последовательный ЦАП на переключаемых конденсаторах.....	46
2.3. Интерфейсы цифро-аналоговых преобразователей.....	47
2.3.1. ЦАП с последовательным интерфейсом входных данных.....	47
2.3.2. ЦАП с параллельным интерфейсом входных данных.....	48
2.4. Применение ЦАП.....	49
2.4.1. Атенюаторы и интеграторы на ЦАП.....	50
2.4.2. Системы прямого цифрового синтеза сигналов.....	50
2.5. Основные параметры ЦАП.....	51
2.5.1. Статические параметры.....	51
2.5.2. Динамические параметры ЦАП.....	53
2.5.3. Шумы, помехи, дрейфы.....	54
3. Аналого-цифровые преобразователи (АЦП).....	55
3.1. Параметры АЦП.....	55
3.1.1. Статические параметры АЦП.....	55
3.1.2. Динамические параметры АЦП.....	56
3.2. Устройства выборки-хранения (УВХ).....	58
3.3. Основные принципы построения АЦП. Классификация АЦП.....	60
3.4. Последовательные АЦП.....	60
3.4.1. Последовательные АЦП с единичным приближением.....	60
3.4.2. Последовательные АЦП с двоично-взвешенным приближением.....	62

3.4.3. АЦП с промежуточным преобразованием в интервал времени.....	64
3.4.4. АЦП с промежуточным преобразованием напряжения в частоту.....	64
3.4.5. Преобразователи напряжение частота.....	65
Сигма-дельта преобразователи.....	65
3.4.5.1. Концепция сигма-дельта преобразователей.....	67
3.4.5.2. Передискретизация.....	67
3.4.5.3. Сигма-дельта преобразователи и формирование шума квантования.....	68
3.4.5.4. Цифровая фильтрация и децимация.....	72
3.4.5.5. Сигма-дельта ЦАП.....	74
3.4.5.6. Применение сигма-дельта преобразователей.....	75
3.4.6. АЦП двухтактного интегрирования.....	77
3.5. Параллельные АЦП.....	80
3.5.1. Параллельные АЦП (АЦП считывания).....	80
3.5.2. Последовательно-параллельные АЦП.....	82
4. Цифровые фильтры.....	84
4.1. Цифровая функция передачи фильтра.....	84
4.2. Цифровая обработка сигналов.....	86
4.2.1. Реализация цифровых фильтров.....	86
4.2.2. Представление сигналов и основные элементы.....	86
4.2.3. Структуры цифровых фильтров.....	87
Расширенный список литературы по курсу ЭПУ.....	93
Основы теории информации.....	93
АЦП, ЦАП, цифровая обработка сигнала.....	93
Цифровая техника.....	93
Интерфейсы.....	94
Измерительная техника, разное.....	94

Электронные промышленные устройства (ЭПУ)

Литература

1. Темников Ф.Е., Афонин В.А., Дмитриев В.И. Теоретические основы информационной техники. М., Энергия, 1972, 512 с. 621.391 /075.8 /Т32
2. Электронные промышленные устройства. Учебник. Васильев В.И., Гусев Ю.М., Миронов В.Н., Обухов С.Г., Семеран В.А. М.: Высш. школа, 1980. - 303 с.
3. С.И. Баскаков Радиотехнические цепи и сигналы: Учеб. для вузов. – 3-е изд-е, перераб. и доп. – М.: Высш. шк., 2000. – 462 с.: ил.
4. А.Б. Сергиенко Цифровая обработка сигналов: Учебник для вузов – СПб.: Питер, 2002– 608 с.: ил.
5. Ю.Г. Карпов Теория автоматов: Учебник для вузов – СПб.: Питер, 2002 – 224 с.: ил.
6. Прянишников В.А. Электроника: Курс лекций. — 2-е изд. исп и под. — СПб.: КОРОНА принт, 2000. — 416 с., ил.
7. Микросхемы для аналого-цифрового преобразования и средств мультимедиа. Вып. 1 /Серия «Интегральные микросхемы». М. Додэка 1996 г., 384 с. 681.3(083) И 73.
8. Федорков Б.Г., Телец В.А. Микросхемы ЦАП и АЦП: Функционирование, параметры, применение. – М.: Энергоатомиздат, 1990. – 320 с.: ил.
9. Шкритек П. Справочное руководство по звуковой схемотехнике: Пер. с нем. – М.: Мир, 1991. – 446 с.: ил.
10. Титце У., Шенк К. Полупроводниковая схемотехника: Справочное руководство. Пер. с нем. – М.: Мир, 1982. – 512 с., ил.

Введение в предмет ЭПУ

Электронными промышленными устройствами называют функционально и конструктивно законченные средства получения, обработки, использования информации для управления объектами и процессами, а также отображения состояния объекта и связи его с другими управляющими средствами.

Вначале устройства выполняли функции измерения и регистрации, по мере совершенствования элементной базы и повышения ее надежности область применения стала включать в себя автоматизированные (с участием человека) и полностью автоматические управляющие системы. Одна из первых и важнейших задач управления – регулирование состояния объектов. Регулирование требует последовательности выполнения операций, основными из которых являются:

- 1) получение сведений о состоянии объекта или процесса;
- 2) получение извне командных воздействий, определяющих требуемое состояние объекта или процесса;
- 3) обработка полученных сигналов с целью наиболее эффективного приведения объекта в соответствие с заданием;
- 4) формирование управляющих воздействий, которые с помощью исполнительных органов изменяют режим работы объекта.

За последние годы способы управления, аппаратура и подход разработчика к созданию автоматов существенно изменились, что связано с цифровым представлением информации и программной реализацией алгоритмов. Это стало возможным благодаря интенсивному развитию микроэлектроники, приведшему к увеличению количества электронных компонентов на единицу площади кристалла. Что, в свою очередь, позволило разместить вычислитель плюс контроллер (микро-ЭВМ) на одном кристалле полупроводника, заключенном в единый корпус. Такая интегральная схема и называется *микропроцессором*. Основные изменения в проектировании ЭПУ состоят в следующем:

- 1) наиболее существенные операции над сигналами производятся после представления их в форме двоичных многоразрядных чисел;
- 2) вместо линейных преобразований над аналоговыми (непрерывными во времени) сигналами стали использоваться конечно-разностные преобразования (цифровое управление);
- 3) произошла централизация функций: вместо нескольких управляющих устройств для сложного объекта может использоваться один процессор, поочередно выполняющий их функции в режиме разделения времени;
- 4) вследствие этого усилилось внимание к алгоритмической стороне управления (т.е. к написанию

эффективного и надежного программного обеспечения)

5) Усилилось внимание к созданию встроенных средств самодиагностики устройств.

Курс ЭПУ состоит из двух частей. В *первой части* (читаемой в 7-ом семестре) будут рассмотрены:

- информационные основы построения ЭПУ: количественные меры информации, разновидности сигналов, методы модуляции, квантование сигналов по времени и по уровню, теорема отсчетов (Котельникова, Найквиста);
- основные разновидности цифро-аналоговых (ЦАП) и аналого-цифровых (АЦП) преобразователей;
- основы цифровой обработки сигналов с помощью ЦАП, АЦП и цифровых фильтров.

Во *второй части* курса (читаемой в 8-ом семестре) будут рассмотрены:

- Цифровые интегральные схемы (малой, средней большой степени интеграции), их применение для синтеза комбинационных и последовательностных логических устройств;
- Методы синтеза цифровых автоматов;
- Моделирование цифровых устройств с помощью программы MICROCAP-7.

В 8-ом семестре запланирован типовой расчет, в котором студенты должны самостоятельно разработать цифровое устройство и промоделировать его функционирование в различных режимах с помощью программы MICROCAP-7(8).

1. Информационные основы построения электронных промышленных устройств (ЭПУ)

1.1. Сигналы в электронных промышленных устройствах

1.1.1. Задачи, решаемые в процессе проектирования ЭПУ

На начальной стадии проектирования ЭПУ обычно решаются задачи сбора и первичной обработки информации. Полезная информация об управляемом процессе содержится в первичных сигналах датчиков. Эти сигналы, как правило, искажены помехами и ошибками измерения. Основные задачи первичной обработки сигналов:

- 1) вычисление и преобразование спектров сигналов, например, для правильного выбора характеристик квантования аналоговых сигналов (частота и число уровней квантования);
- 2) нормализация, усиление или ослабление сигналов.
- 3) предварительная цифровая или аналоговая фильтрация сигналов с целью выделения из них полезной составляющей, используемой на последующих этапах обработки;
- 4) квантование аналоговых сигналов по времени и уровню;

На последующих стадиях проектирования решаются задачи измерения и обработки информации об управляемом процессе. Можно выделить следующие типичные задачи:

- 1) определение текущих параметров измеряемых процессов (например, скоростей и ускорений их протекания);
- 2) прогнозирование хода управляемых процессов, кодирование;
- 3) цифроаналоговые преобразования и т. д.

Таким образом, электронные устройства управления и контроля связаны с преобразованием и обработкой информации.

Информацией называется совокупность каких-либо сведений об изучаемом процессе (объекте), являющаяся объектом передачи, распределения, преобразования, хранения или непосредственного использования. Информация в процессе взаимодействия с ЭПУ с целью управления некоторым объектом проходит несколько фаз. Рассмотрим основные из них (рис. 1.1).

Восприятие состоит в том, что формируется образ объекта, производится его опознание и оценка. При восприятии нужно отделить полезную информацию от шумов, что в некоторых случаях (тонкие биологические, физико-химические эксперименты; сложные производственные условия; радиосвязь, локация, астрономия и др.) связано со значительными трудностями. В результате восприятия получается сигнал в форме, удобной для передачи или обработки. В фазу восприятия могут включаться опе-

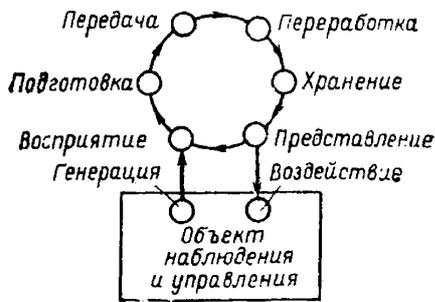


Рис. 1.1. Цикл обращения информации в автоматической системе.

зует функции обработки, имеющие отношение главным образом к моделям ситуации и принятию решений при управлении. Обработка производится при помощи устройств или машин, осуществляющих аналоговые или цифровые преобразования поступающих величин и функций. Промежуточным этапом обработки может быть хранение в запоминающих устройствах. Извлечение информации из запоминающих устройств также имеет характер восприятия и связано с борьбой с помехами.

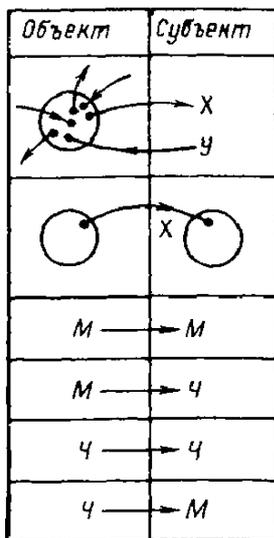


Рис. 1.2. Движение информации между машиной M и человеком $Ч$.

Объект как источник информации неисчерпаем. Но подавляющая часть потоков отображения его состояния рассеивается и только небольшая часть, отвечающая потребности и определяемая принятым в информационной системе языком, ответвляется к приемнику в виде параметров наблюдения X или управления Y .

1.1.2. Виды информации

Общее философское понятие информации – это отражение реального мира. По структуре и метрическим свойствам информация подразделяется на параметрическую и топологическую.

Топологическая – геометрические образы, карты местности, различные плоские изображения и объемные объекты. В инженерной практике широкое распространение имеет *параметрическая* информация (наборы численных оценок каких-либо параметров – измеряемых величин), которую можно свести к следующим четырем основным видам: событию, величине, функции и комплексу.

Событие

Первичным и неделимым элементом информации является элементарное двоичное событие A (рис. 1.3, а) — выбор из утверждения или отрицания, истины или лжи, согласия или несогласия, наличия или отсутствия какого-либо явления. Примером могут служить сведения об импульсе или паузе в электрической цепи, выпуске годного или негодного изделия, достижении или недостижении измеряе-

рации подготовки информации, ее нормализации, квантования, кодирования, модуляции сигналов и построения моделей.

Передача информации состоит в переносе ее на расстояние посредством сигналов различной физической природы соответственно по механическим, гидравлическим, пневматическим, акустическим, оптическим, электрическим или электромагнитным каналам. *Прием* информации на другой стороне канала имеет характер вторичного восприятия со свойственными ему операциями борьбы с шумами.

Обработка информации заключается в решении задач, связанных с преобразованием информации, независимо от их функционального назначения. Применение ЭВМ обобщает и централи-

Представление (или *отображение*) информации требуется тогда, когда в цикле обращения информации принимает участие человек. Оно заключается в демонстрации перед человеком условных изображений, содержащих качественные и количественные характеристики выходной информации. Для этого используются устройства, способные воздействовать на органы чувств человека.

Из устройства обработки информация может выводиться не только оператору, но и непосредственно воздействовать на объект управления.

Воздействие состоит в том, что сигналы, несущие информацию, производят регулирующие или защитные действия, вызывая изменения в самом объекте.

Не все информационные системы замкнуты. Существуют и разомкнутые системы, в которых информация передается от источника к приемнику или потребителю. Активное воздействие на отбираемую от источника информацию может оказывать либо сам источник, либо потребитель. Часть системы, оказывающую активное воздействие на ее работу, называют субъектом, а пассивную — объектом.

Как объектом, так и субъектом может быть человек $Ч$ или машина M . Возможные отношения между ними в разомкнутой информационной системе приведены на рис. 1.2.

мой величиной одного определенного значения, черном или белом элементах телевизионного изображения, попадании или непопадании в цель, наличии или отсутствии команды и т. д.

Двоичность (есть или нет) события позволяет представлять его условно в геометрической символике точкой и пробелом (\bullet и \circ), в арифметической символике – единицей и нулем (1 и 0), в сигнальной символике – импульсом и паузой ($_ \lceil _$ и $_ _$).

Событие является категорией нулевой меры, т. е. не имеет геометрических измерений. Поэтому оно и представляемо точкой.

Величина

Величина X (рис. 1.3, б) есть упорядоченное в одном измерении (по шкале значений) множество событий, причем каждое из них отвечает принятию величиной какого-либо одного значения. Величина может быть или дискретной, или непрерывной; в первом случае множество событий счетно, во втором — несчетно. Геометрически величину можно представить линией (рис. 1.3, б).

Функция

Функция $X(T)$ (рис. 1.3, в), $X(N)$ или $X_2(X_1)$ есть соотношение между величиной и временем, пространством или другой величиной. В этом смысле функцию можно трактовать как двумерное поле событий.

Комплекс

Полный комплекс информации $X(T, N)$ (рис. 1.3, г) есть соответствие между величиной, с одной стороны, и временем и пространством – с другой. Таким образом, полный комплекс информации есть трехмерное поле событий.

Следовательно, источник информации обладает способностью изменять во времени или пространстве свое состояние. Источником информации могут быть различные физические величины и процессы, например: ЭДС термопары (величина), ток фотодиода (фототранзистора) (событие, величина, функция), напряжение тензодатчика, горение сигнальной лампы (событие) и т. д. Сведения о состоянии источника называются *сообщениями*. Для их передачи используются сигналы, которые по имеющимся каналам поступают к приемнику сообщения.

Таким образом, **сигналом** называется физический процесс, параметры которого содержат информацию (сообщение) и который пригоден для обработки и передачи на расстояние.

Одно и то же сообщение может быть передано разными сигналами (например, жест регулировщика и сигнал светофора). Сигнал может быть электрическим, акустическим, оптическим и др. — в зависимости от свойств источника, приемника и среды, в которой передается сообщение. Основное внимание будем уделять электрическим сигналам (телевидение, радио, телефония), хотя все чаще применяются устройства, в которых сообщения передаются некоторым набором сигналов, например, в оптроне электрический сигнал на входе превращается в световое излучение, которое затем подвергается обратному преобразованию. При всех преобразованиях сигнала сохраняется содержащаяся в нем информация, хотя некоторые потери ее возможны (искажения, появление шумов и других видов помех).

Так как сообщение предполагает изменение состояния источника, сигнал также должен иметь какой-то один или группу параметров, подвергающихся изменению, модуляции. Сигнал, в котором ничего не меняется, не может нести информации. Показания прибора становятся информативными только при их изменении, подобно тому как, сейсмограф привлекает внимание лишь тогда, когда он после длительной паузы свидетельствует о толчке.

В зависимости от того, какой исходной (априорной) информацией о свойствах источника и характере протекания сигнала во времени располагаем, принято разделять сигналы на детерминированные и случайные. *Детерминированными* считаются такие сигналы, поведение которых можно предсказать заранее с приемлемой точностью. Допустим, что генератор вырабатывает синусоидальное напряжение с амплитудой U_0 , частотой ω_0 и начальной фазой φ_0 . Мгновенное значение напряжения на выходе генератора в любой момент времени: $u(t) = U_0 \cos(\omega_0 t + \varphi_0)$. Таким образом, детерминированный сигнал

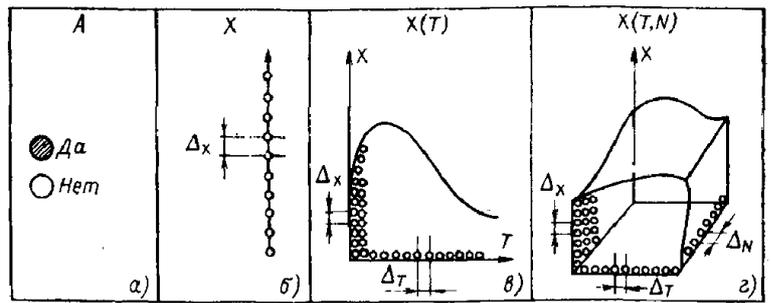


Рис. 1.3. Виды параметрической информации. а— событие; б— величина; в— функция; г— комплекс.

может быть задан своей математической моделью — описанием в виде некоторой, вполне определенной функции времени, что облегчает анализ различных свойств сигнала и способов его преобразования.

Случайными называют сигналы, которые, в отличие от детерминированных, нельзя предсказать с достаточно малой погрешностью, так как состояние источника информации в данном случае определяется большим числом факторов, поэтому каждая серия измерений описывается своей функцией времени (реализацией процесса). Классическим примером случайных сигналов являются помехи – наводки по цепям электропитания, шумы усилителей, сбои в работе цифровой аппаратуры. В более широком смысле любой сигнал, точный закон изменения которого неизвестен, рассматривается как случайный. Для описания случайных сигналов используются вероятностные (стохастические) законы, характеризующие распределение вероятностей отдельных значений сигнала для каждого момента времени.

1.1.3. Преобразование Фурье. Спектры сигналов

Представление сигнала во временной области позволяет определить его параметры, энергию, мощность и длительность. Существуют также формы математического описания, лучше отображающие другие параметры. Нередко уделяется большое внимание изучению частотных свойств сигнала. Для этого используется представление сигнала в частотной области в виде спектра, получаемого на основе математического аппарата преобразования Фурье. Знание частотных свойств позволяет решать задачи идентификации характеристик сигнала (определения его наиболее информативных параметров), фильтрации (выделения полезного сигнала на фоне помех), выбора частоты дискретизации непрерывного сигнала. Одним из важнейших параметров сигнала является ширина его частотного спектра, так как именно этот параметр оказывается определяющим при согласовании сигнала с аппаратурой обработки и передачи информации. Полагая, что сигнал описывается известной функцией времени, т. е. является детерминированным, рассмотрим особенности получения и анализа частотных спектров.

Пусть исследуемый сигнал описывается периодической функцией времени $x(t)$, которая удовлетворяет условиям Дирихле, т. е. является кусочно-непрерывной и кусочно-монотонной в пределах периода ее изменения T , а в точках разрыва принимает ограниченные значения. Тогда функцию $x(t)$ можно представить в виде **ряда Фурье**:

$$x(t) = a_0 + \sum_{k=1}^{\infty} b_k \cos k\omega_1 t + \sum_{k=1}^{\infty} c_k \sin k\omega_1 t, \quad \omega_1 = \frac{2\pi}{T} \quad (1.1)$$

коэффициенты которого определяются по формулам:

$$a_0 = \frac{1}{T} \int_0^T x(t) dt; \quad b_k = \frac{2}{T} \int_0^T x(t) \cos k\omega_1 t dt; \quad c_k = \frac{2}{T} \int_0^T x(t) \sin k\omega_1 t dt \quad (k = 1, 2, 3, \dots) \quad (1.2)$$

Физически такое представление сигнала соответствует выделению постоянной составляющей a_0 , первой гармоники с частотой $\omega_1 = 2\pi / T$ и высших гармоник с частотами $2\omega_1$, $3\omega_1$ и т.д. Распространена и другая форма записи ряда Фурье:

$$x(t) = a_0 + \sum_{k=1}^{\infty} a_k \cos(k\omega_1 t + \varphi_k), \quad (1.3)$$

Где постоянную составляющую a_0 , амплитуду a_k и фазу φ_k k -ой гармоники сигнала находят как:

$$a_0 = \frac{1}{T} \int_0^T x(t) dt; \quad a_k = \sqrt{b_k^2 + c_k^2}; \quad \varphi_k = \arctg(-c_k / b_k). \quad (1.4)$$

Совокупность значений a_k и φ_k ($k=1, 2, 3, \dots$) называют *амплитудным и фазовым частотными спектрами сигнала* (спектром амплитуд и спектром фаз), а последовательность операций по нахождению указанных коэффициентов для каждой гармоники сигнала – *гармоническим анализом*.

Часто удобно использовать **ряд Фурье в комплексной форме**, выражение для которого несложно выводится при использовании для гармонических функций вещественного аргумента формул Эйлера ($\cos(z) = 0.5(e^{jz} + e^{-jz})$, $\sin(z) = -0.5j \cdot (e^{jz} - e^{-jz})$):

$$x(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} D_k \cdot e^{jk\omega_1 t}, \quad \text{где } D_k = \frac{1}{T} \cdot \int_{-\frac{T}{2}}^{+\frac{T}{2}} x(t) \cdot e^{-jk\omega_1 t} dt; \quad k = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3 \dots$$

Используя разложение периодической функции $x(t)$ в ряд Фурье, а также свойство ортогональности составляющих его гармонических функций, несложно показать, что средняя за период мощность периодического сигнала при единичном сопротивлении нагрузки определяется соотношением:

$$P_{cp} = \frac{1}{T} \int_0^T x^2(t) dt = a_0^2 + \frac{1}{2} \sum_{k=1}^{\infty} a_k^2. \quad (1.5)$$

Таким образом, средняя мощность сигнала определяется только его спектром амплитуд и не зависит от спектра фаз. Из последнего соотношения (*равенство Парсевалья* для периодического сигнала) следует, что независимо от формы сигнала если его разложение в ряд Фурье существует, то амплитуда гармоники падает с ростом ее частоты (поскольку мощность конечна).

Рассмотрим частотный спектр периодического импульсного сигнала (рис. 1.4). Пользуясь предыдущими соотношениями несложно получить выражения для амплитудного частотного спектра:

$$a_0 = E \frac{\tau}{T}; \quad a_k = \frac{2E}{k\pi} \sin \frac{k\pi\tau}{T}; \quad (k = 1, 2, 3, \dots) \quad (1.6)$$

который удобно представить графически в виде отрезков длины a_k , проведенных перпендикулярно оси, на которой наносятся значения частот $k\omega_1$.

На рис. 1.5 приведен график амплитудного частотного спектра исследуемого сигнала для $\tau/T = 1/2$ (по оси ординат отложены относительные значения амплитуд гармоник a_k/E). Как видно из графика, в спектре сигнала преобладают низкочастотные составляющие. Воспользовавшись формулой (1.5), нетрудно убедиться, что распределение средней мощности сигнала по его гармоникам является следующим: 50%-постоянная составляющая, 40% — первая гармоника, 5% - третья гармоника, 1% - пятая гармоника и т.д. Таким образом, в диапазоне частот $(0 \dots 2\omega_1)$ содержится 90 %

средней мощности импульсного сигнала, в полосе частот $(0 \dots 4\omega_1)$ — 95 % мощности сигнала.

Изменение соотношения между длительностью τ и периодом T следования импульсов приводит к перераспределению указанной мощности сигнала по отдельным участкам спектра — уменьшается удельный вес его низкочастотных составляющих, возрастает удельный вес высших гармоник. На рис. 1.6 показан график амплитудного частотного спектра для $\tau/T = 1/5$. Вычисления показывают, что 90 % средней мощности сигнала содержится в диапазоне частот $(0 \dots 5\omega_1)$, а 95 % — в полосе $(0 \dots 10\omega_1)$. Оценивая практическую (эффективную) ширину частотного спектра $\Delta\omega$ по 90%-ному содержанию мощности, можно воспользоваться следующей формулой (см. рис. 1.5 и рис. 1.6):

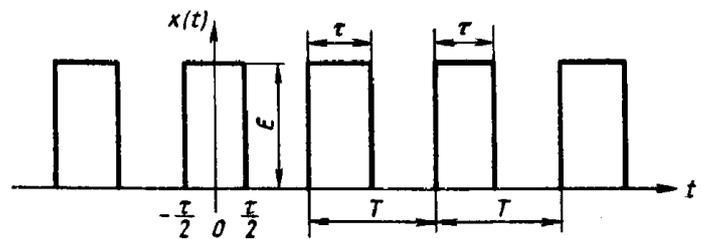


Рис. 1.4. Периодический импульсный сигнал

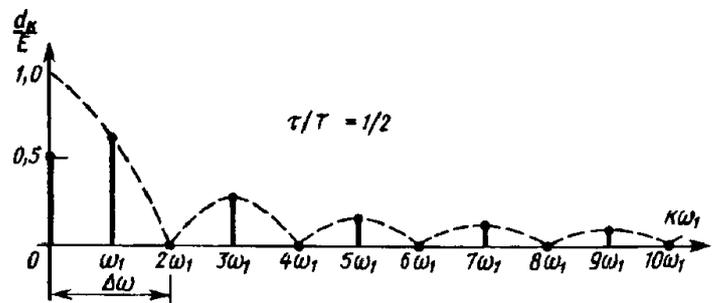


Рис. 1.5. Спектр периодического импульсного сигнала ($\tau/T = 1/2$)

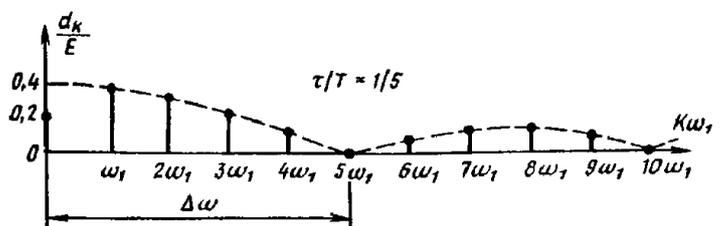


Рис. 1.6. Спектр периодического импульсного сигнала ($\tau/T = 1/5$)

$$\Delta\omega = \frac{T}{\tau} \omega_1 = \frac{2\pi}{\tau}; \quad (1.7)$$

откуда видно, что $\Delta\omega$ определяется главным образом длительностью прямоугольного импульса τ .

Частотный спектр непериодического сигнала формально можно получить из спектра соответствующего периодического сигнала, принимая $T \rightarrow \infty$ в формулах (1.1). В этом случае разность частот между двумя соседними гармониками $\omega_1 = 2\pi / T$ стремится к нулю, т. е. частотный спектр из дискретного (линейчатого) становится непрерывным (сплошным). Если функция $x(t)$, описывающая исследуемый сигнал, на любом конечном интервале удовлетворяет условиям Дирихле и, кроме того, является абсолютно интегрируемой на бесконечном промежутке $(-\infty, +\infty)$, т. е.

$$\int_{-\infty}^{+\infty} |x(t)| dt < \infty$$

то частотный спектр этой функции определяется **интегралом Фурье** (или **прямым преобразованием Фурье**):

$$X(j\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) e^{-j\omega t} dt. \quad (1.8)$$

Для выяснения физического смысла прямого преобразования Фурье (1.8) приведем формулу **обратного преобразования Фурье**, осуществляющего обратный переход от изображения $X(j\omega)$ к оригиналу — временной функции $x(t)$:

$$x(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} X(j\omega) e^{j\omega t} d\omega = \lim_{\Delta\omega \rightarrow 0} \sum_{\omega=-\infty}^{\infty} \left[\frac{1}{2\pi} X(j\omega) d\omega \right] e^{j\omega t}. \quad (1.9)$$

Отсюда видно, что интеграл Фурье позволяет представить непериодическую функцию $x(t)$ в виде суммы бесконечного числа гармоник с бесконечно малыми амплитудами $\Delta A(j\omega) = (1/2\pi)X(j\omega)\Delta\omega$ и с частотами, занимающими диапазон от $-\infty$ до $+\infty$. Таким образом, изображение $X(j\omega)$ характеризует плотность распределения амплитуд гармонических составляющих по отдельным участкам спектра и поэтому нередко называется **спектральной плотностью сигнала**. Полученное изображение

$$X(j\omega) = X(\omega) e^{j\theta(\omega)}, \quad (1.10)$$

где $X(\omega) = |X(j\omega)|$ — амплитудный частотный спектр; $\theta(\omega) = \arg X(j\omega)$ — фазовый частотный спектр сигнала (тэта).

При определении энергии сигнала $x(t)$ можно воспользоваться **равенством Парсеваля**

$$W = \int_{-\infty}^{+\infty} x^2(t) dt = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} X^2(\omega) d\omega. \quad (1.11)$$

В левой части равенства записано выражение для полной энергии сигнала W во временной области, в правой — та же энергия, но подсчитанная в частотной области, с учетом характера распределения амплитудного частотного спектра.

Найдем частотный спектр одиночного прямоугольного импульса, принимающего значение E на интервале $[-\tau/2, \tau/2]$.

Используя (1.8) несложно получить

$$X(j\omega) = 2E \cdot \frac{\sin[\omega\tau/2]}{\omega} \quad X(\omega) = \frac{2E}{\omega} \left| \sin \frac{\tau\omega}{2} \right|. \quad (1.12)$$

Как видно из рис. 1.7, энергия исследуемого сигнала также в основном сосредоточена в области низких частот (90% полной энергии сигнала содержится в диапазоне частот от 0 до $\omega = 2\pi/\tau$, 95% — в диапазоне частот, не превышающих $\omega = 4\pi/\tau$). Таким образом, как и в случае периодического импульсного сигнала (см. рис. 1.4), здесь можно говорить о практической ширине частотного спектра $\Delta\omega$, которая влияет на поведение (форму) сигнала.

Если принять, что полоса частот $\Delta\omega$ содержит 90% энергии

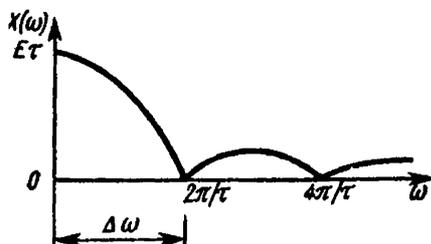


Рис. 1.7. Спектр одиночного прямоугольного импульса

сигнала, то получаем $\Delta f = \Delta \omega / 2\pi = 1/\tau$. Иногда последнее выражение записывают так

$$\tau \Delta f = 1 \quad (1.13)$$

и называют его *соотношением неопределенностей*. Как видно из (1.13), чем короче импульс (меньше τ), тем более широкий спектр должен быть сохранен при передаче сигнала, например, по линии связи. Удлинение импульса позволяет обойтись узкополосной линией связи для передачи значительной части энергии сигнала. Для рассмотренного ранее периодического импульсного сигнала полоса частот $\Delta \omega$, подсчитываемая по 90%-ному содержанию мощности, также принимает значение, равное $2\pi/\tau$.

1.1.4. Носители сигналов и их модуляция

Итак, назначение сигналов заключается в том, чтобы с помощью параметров какого-либо физического процесса отобразить информацию (а именно события, величины, функции).

Преобразование сигнала, заключающееся в изменении какого-либо его информативного параметра в соответствии с передаваемым сообщением, называется *модуляцией*. Чаще всего для этих целей используется изменение параметров колебаний или импульсных последовательностей. Обратные операции восстановления величин, вызвавших изменение параметров при модуляции, называются *демодуляцией*.

Для образования сигналов используются фиксированный уровень (рис. 1.8, а), колебания (рис. 1.8, б) или импульсы (рис. 1.8, в) любой физической природы, которые рассматриваются как носители информации. В исходном состоянии эти носители представляют собой как бы чистую поверхность, подготовленную к нанесению необходимых данных — модуляции. Последняя заключается в том, что изменяется какой-либо один или несколько (сложная модуляция) параметров носителя в соответствии с передаваемой информацией. Эти параметры будем называть информационными.

Если обозначить параметры носителя через a_1, a_2, \dots, a_n , то носитель как функция времени может быть представлен в виде

$$U_H = g(a_1, a_2, \dots, a_n, t)$$

Модулированный носитель (сигнал) можно описать в виде

$$U_X = g(a_1, \dots, a_i + \Delta a_i(t), \dots, a_n, t)$$

где $\Delta a_i(t)$ — переменная составляющая параметра носителя, несущая информацию, или модулирующая функция. Последняя обычно связана с информационной (управляющей) функцией x линейной зависимостью

$$\Delta a_i = Kx,$$

где K — коэффициент пропорциональности.

Первый тип носителя $U_H(t)$ — постоянное состояние (рис. 1.8, а), например, постоянное напряжение имеет только один информационный параметр; это в данном случае — значение напряжения, причем модуляция сводится к такому изменению напряжения, чтобы оно в определенном масштабе представляло передаваемые данные. При этом может изменяться и полярность напряжения.

Второй тип носителя — колебание (рис. 1.8, б), например, переменное напряжение содержит три таких параметра: амплитуду U , фазу φ , частоту ω (или период $T = 2\pi/\omega$).

Третий тип носителя — последовательность импульсов (рис. 1.8, в) предоставляет еще большие возможности. Здесь параметрами модуляции могут быть: амплитуда импульсов U , фаза импульсов φ , частота импульсов f , длительность импульсов или пауз τ , число импульсов n и комбинация импульсов и пауз, определяющая код k . В последнем случае имеет место так называемая кодо-импульсная модуляция.

Ниже приводится перечень основных видов модуляции для носителей перечисленных типов с их названиями и обозначениями.

Носитель первого типа (рис. 1.8, а)

ПМ — прямая модуляция.

П р и м е ч а н и е. Изменение постоянного напряжения или тока избегают называть модуляцией,

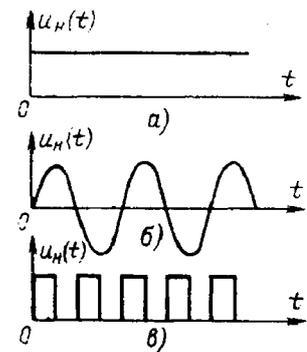


Рис. 1.8. Виды носителей информации.
а — постоянное состояние;
б — колебание;
в — последовательность импульсов.

хотя последняя (от латинского *modulatio* — мерность) характеризует придание размера вообще.

Носитель второго типа (рис. 1.8, б)

АМ—амплитудная модуляция (АМ—amplitude modulation);

ЧМ—частотная модуляция (ФМ—frequency modulation);

ФМ—фазовая модуляция (ФМ—phase modulation).

П р и м е ч а н и е. Частотную и фазовую модуляцию иногда называют угловой модуляцией.

Носитель третьего типа (рис. 1.8, в)

АИМ—амплитудно-импульсная модуляция (РАМ— pulse-amplitude modulation);

ЧИМ—частотно-импульсная модуляция (PFM— pulse-frequency modulation);

ВИМ—время-импульсная модуляция (PTM—pulse-time modulation);

ШИМ—широтно-импульсная модуляция (PDM— pulse-duration modulation);

ФИМ—фазо-импульсная модуляция (PPM—pulse-phase modulation);

СИМ—счетно-импульсная модуляция (PNM—pulse-number modulation);

КИМ—кодо-импульсная модуляция (PCM—pulse-code modulation).

П р и м е ч а н и я:

1) ШИМ и ФИМ являются частными случаями ВИМ.

2) Строго говоря, КИМ нельзя рассматривать как отдельный вид модуляции, хотя этот термин и получил широкое распространение; при КИМ используется любой вид модуляции носителя, параметры которого отображают кодовые величины.

3) Счетно-импульсная модуляция (СИМ) является частным случаем КИМ: информация передается числом импульсов.

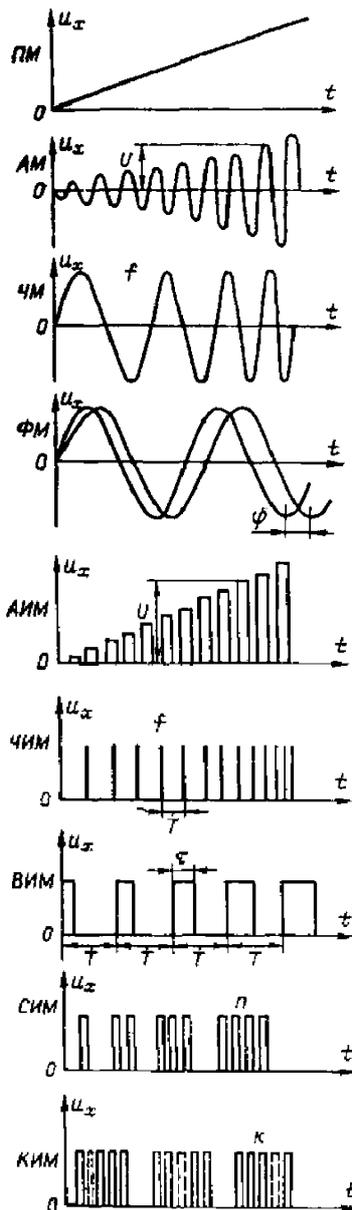


Рис. 1.9. Виды модуляций

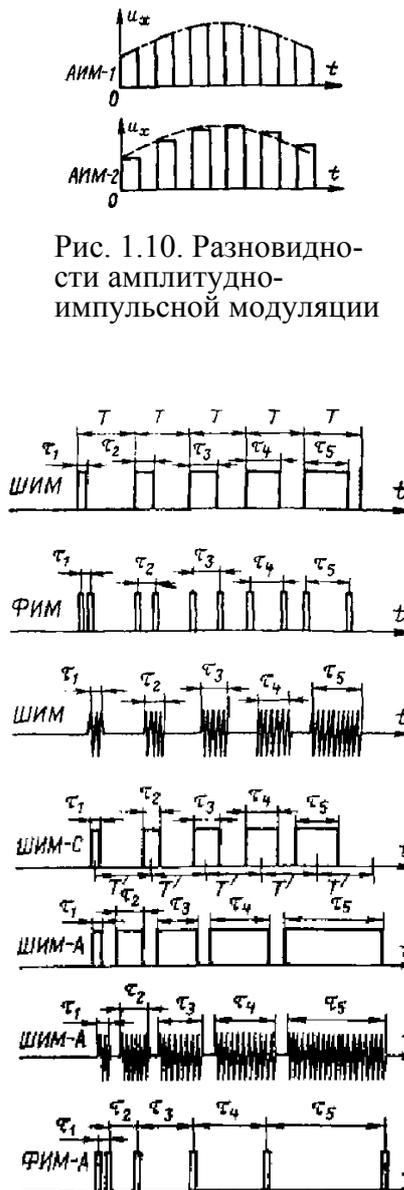


Рис. 1.10. Разновидности амплитудно-импульсной модуляции

Рис. 1.11. Разновидности время-импульсной модуляции

Типичные сигналы, различающиеся видами модуляции, показаны на рис. 1.9 для случая равномерного возрастания отображаемой величины $x(t)$. Как видно, счетно-импульсная (СИМ) и кодо-импульсная модуляции (КИМ) связаны с квантованием по уровню непрерывной величины x : АИМ, ЧИМ, ВИМ, СИМ и КИМ неизбежно приводят к дискретности отсчетов во времени. Другие виды модуляции принципиально сохраняют непрерывную структуру информации.

Амплитудно-импульсная модуляция имеет две разновидности: АИМ-1, при которой верхние участки импульсов (амплитуды) повторяют форму модулирующей функции (огibaющей); АИМ-2, при которой амплитуда в пределах элементарного импульса остается неизменной, определяемой значением модулирующей функции в начале импульса (рис. 1.10).

Время-импульсная модуляция выполняется в нескольких вариантах, дополнительно представленных на рис. 1.11. Информационным параметром сигналов ШИМ служит ширина импульсов или пауз, а сигналов ФИМ — расстояние между первым (опорным) и вторым (информацион-

ным) импульсами каждого периода. Следует обратить внимание на отличительные особенности симметричной модуляции ШИМ-С и ациклических—ШИМ-А и ФИМ-А. Последние наиболее экономичны, так как в них практически отсутствуют неиспользуемые промежутки времени. Значащие интервалы вплотную прилегают один к другому, а короткие импульсы или паузы размечают границы.

Все импульсные сигналы могут иметь высокочастотное заполнение — сигнал несущей частоты. Чтобы подчеркнуть это обстоятельство, применяют двойные обозначения видов модуляции, например АИМ-ЧМ, КИМ-ЧМ и т. д., где второй вид модуляции относится к сигналам несущей частоты.

1.2. Дискретизация сигналов

В процессе взаимодействия аналоговых и цифровых систем обработки информации можно наблюдать следующие формы представления сигналов:

- 1) непрерывное время — непрерывная величина;
- 2) дискретное время — непрерывная величина;
- 3) непрерывное время — дискретная величина;
- 4) дискретное время — дискретная величина.

Первая форма соответствует непрерывным (аналоговым) сигналам, четвертая — цифровым. Две другие формы являются промежуточными.

Процедура аналого-цифрового преобразования непрерывных сигналов, которую реализуют с помощью АЦП, представляет собой преобразование непрерывной функции $U(t)$, описывающей исходный сигнал, в последовательность чисел $\{U(t_n)\}$, $n = 0, 1, 2, \dots$, отнесенных к некоторым фиксированным моментам времени. В большинстве случаев эту процедуру можно разделить на две самостоятельные операции. Первая из них называется дискретизацией (дискретизацией по времени) и состоит в преобразовании непрерывной функции $U(t)$ в непрерывную последовательность $\{U(t_n)\}$, что соответствует переходу из формы 1 в форму 2. Вторая называется квантованием (дискретизацией по уровню) и состоит в преобразовании непрерывной последовательности в дискретную $\{U(t_n)\}$, что соответствует переходу из формы 2 в форму 4.

В последнее время все чаще предпочитают производить обработку сигнала не в аналоговой, а в цифровой форме. Обработка и передача дискретной (цифровой) информации имеет ряд преимуществ по сравнению с информацией, заданной в непрерывном виде (аналоговой). Дискретные сигналы в меньшей степени подвержены искажениям в процессе передачи и хранения, они легко преобразуются в двоичный цифровой код и обрабатываются с помощью цифровых вычислительных устройств. Преимущество цифровой обработки заключается как в обеспечении большей точности и воспроизводимости результатов, так и в меньшей чувствительности к помехам. Недостатком является большая сложность схемы, однако значение этого фактора по мере возрастания степени интеграции цифровых схем убывает.

1.2.1. Дискретизация непрерывных сигналов по времени

При использовании цифровой обработки сигнала (ЦОС) вместо непрерывной величины обрабатывается дискретная цифровая последовательность. При переходе от аналоговой формы представления информации к цифровой необходимо в первую очередь решить вопрос:

Как без потери информации представить непрерывное входное напряжение числовой последовательностью в виде отдельных отсчетов (дискрет)?

В основе дискретизации непрерывных сигналов лежит принципиальная возможность представления их в виде взвешенных сумм

$$x(t) = \sum_n a_n f_n(t) \quad (1.14)$$

где a_n — некоторые коэффициенты или отсчеты, характеризующие исходный сигнал в дискретные моменты времени; $f_n(t)$ — набор элементарных функций, используемых для восстановления сигнала по его отсчетам (рис. 1.12).

Многочисленные системы дискретного представления непрерывных сигналов можно разделить на системы, использующие постоянный период дискретизации (*равномерная дискретизация*) и пере-

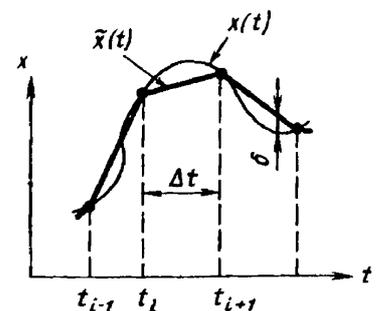


Рис. 1.12. Кусочно-линейная аппроксимация

менный (*адаптивная дискретизация*).

Наиболее распространенной формой дискретизации является равномерная, в основе которой лежит **теорема отсчетов** (или *теорема Котельникова–Найквиста*):

Всякий непрерывный сигнал, имеющий ограниченный частотный спектр, полностью определяется своими дискретными значениями в моменты отсчета, отстоящими друг от друга на интервалы времени не более $\Delta t = 1/2F_{max}$, где F_{max} – максимальная частота в спектре сигнала.

Согласно этой теореме, в качестве коэффициентов a_n необходимо использовать мгновенные значения сигнала $x(t_n)$ в дискретные моменты времени $t_n = n\Delta t$, а период дискретизации выбирать из условия

$$\Delta t \leq 1/2F_{max} \quad (1.15)$$

где F_m — максимальная частота спектра исходного сигнала.

Доказательство теоремы отсчетов

Непрерывный входной сигнал может быть преобразован в последовательность дискретных значений, если с помощью элемента выборки-хранения через равные интервалы в моменты времени $t_i = T_0 \cdot i$ брать значения входного сигнала. Здесь $f_0 = 1/T_0$ – частота выборки. Из рис. 1.13, а, видно, что соответствующая ступенчатая функция тем ближе к непрерывной входной функции, чем меньше период выборки. Следовательно, увеличивая частоту выборки, можно обеспечить требуемую точность воспроизведения. Однако часто реализовать высокую частоту выборки оказывается затруднительно.

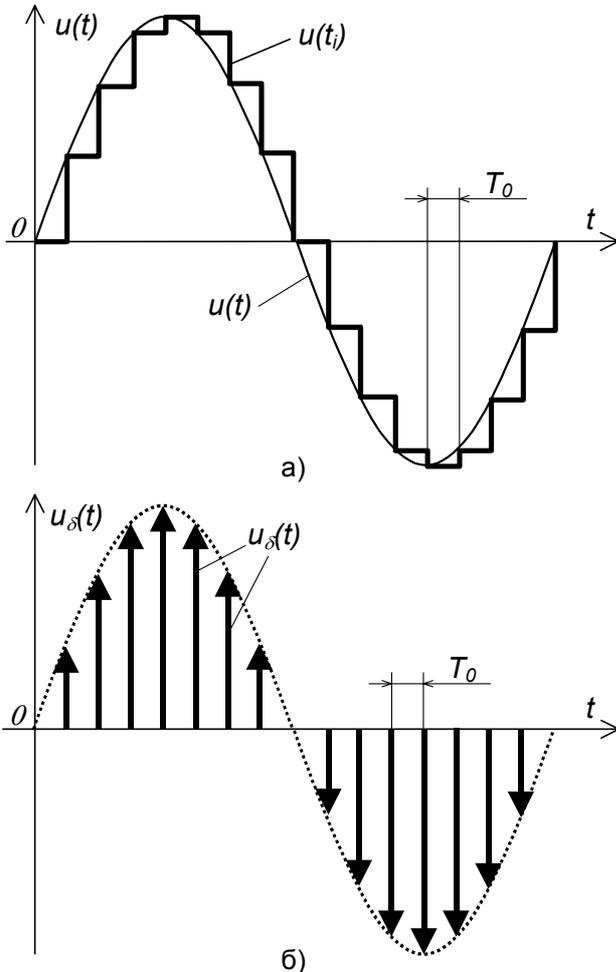


Рис. 1.13. Дискретизация непрерывного во времени сигнала:

- а) Непрерывный сигнал и его представление ступенчатой аппроксимацией $U(t)$;
 б) Представление непрерывного сигнала последовательностью импульсов Дирака $U_\delta(t)$.

большую амплитуду и бесконечно малую длительность. Площадь каждого из этих импульсов имеет,

Из теоремы отсчетов следует, что можно преобразовать входную функцию с помощью выборок, которые производятся на относительно низкой частоте, а затем получить сигнал, близкий к первоначальному, используя соответствующие фильтры. Для этого нужно сделать допущение, что входная функция $u(t)$ имеет ограниченную полосу, т.е. ее спектр $U(f)$ для частот свыше f_m мало отличается от нуля. Это условие для входного сигнала можно выполнить, пропустив предварительно сигнал через фильтр нижних частот. При этом сигнал не будет заметно искажаться.

Ступенчатую функцию, показанную на рис. 1.13, а, трудно представить в аналитической форме. Как показано на рис. 1.13, б, ее можно заменить последовательностью импульсов Дирака с той же вольтсекундной площадью:

$$U_\delta(t) = \sum_{i=0}^{\infty} U(t_i) \cdot T_0 \cdot \delta(t - t_i) \quad (1.16)$$

Величина $U(t_i)T_0$ изображается стрелкой; она является характеристикой импульса, поскольку по определению импульсы Дирака имеют бесконечно

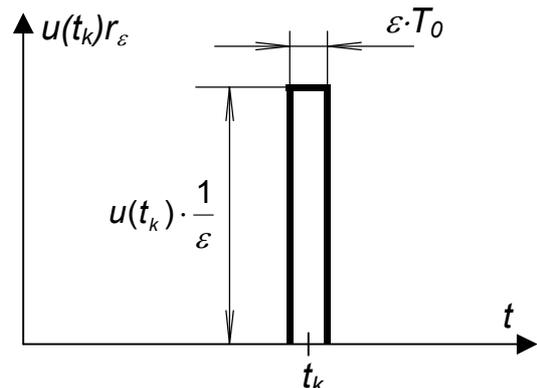


Рис. 1.14. Приближенное представление импульса Дирака посредством конечного импульса напряжения.

однако, конечное значение; именно она и характеризует импульс. На рис. 1.14 импульс Дирака в первом приближении представлен прямоугольным импульсом r_ϵ . При этом справедлив предельный переход:

$$u(t_i) \cdot T_0 \cdot \delta(t - t_i) = \lim_{\epsilon \rightarrow 0} u(t_i) \cdot r_\epsilon(t - t_i) \quad (1.17)$$

Для доказательства *теоремы отсчетов* рассмотрим функцию $u(t)$ с преобразованием Фурье $U(j\omega)$ (или $U(jf)$). Причем $U(jf)=0$ при $|f| > f_m$, т.е. спектр сигнала ограничен по частоте. Рассмотрим также дополнительную функцию – периодический спектр $U_n(jf)$ с периодом f_0 , совпадающий с исходным спектром $U(jf)$ на интервале частот $-f_0/2 < f < +f_0/2$ (см. рис. 1.15).

Периодическая функция частоты f $U_n(jf)$ с периодом f_0 может быть представлена в виде ряда Фурье в комплексной форме:

$$U_n(jf) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} D_k \cdot e^{jk \cdot (2\pi / f_0) \cdot f} \quad (1.18)$$

с коэффициентами:

$$D_k = \frac{1}{f_0} \cdot \int_{-f_0/2}^{+f_0/2} U_n(jf) \cdot e^{-jk \cdot (2\pi / f_0) \cdot f} df \quad (k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots) \quad (1.19)$$

Представим выражение для дискретизируемого сигнала во временной области $u(t)$ через его частотный спектр $U(jf)$ с помощью обратного преобразования Фурье (напомним, что $U(jf)=0$ при $|f| > f_m$, т.е. максимальная частота в спектре дискретизируемого сигнала f_m):

$$u(t) = \frac{1}{2\pi} \cdot \int_{-2\pi f_m}^{+2\pi f_m} U(j\omega) \cdot e^{j \cdot 2\pi f \cdot t} d(2\pi f) = \int_{-f_m}^{+f_m} U(jf) \cdot e^{j \cdot 2\pi f \cdot t} df = \int_{-f_0/2}^{+f_0/2} U_n(jf) \cdot e^{j \cdot 2\pi f \cdot t} df \quad (1.20)$$

Полагая $t = kT_0$, получаем выражение для определения выборок функции $u(t)$, разделенных интервалами длиной T_0 :

$$u(kT_0) = \int_{-f_0/2}^{+f_0/2} U_n(jf) \cdot e^{j \cdot 2\pi f \cdot kT_0} df = \int_{-f_0/2}^{+f_0/2} U_n(jf) \cdot e^{jk \cdot (2\pi / f_0) \cdot f} df \quad (1.21)$$

Сравнивая выражения (1.19) и (1.21), получаем коэффициенты периодически продолженного спектра:

$$D_k = T_0 \cdot u(-kT_0) \quad (1.22)$$

Следовательно, если мы знаем значения сигнала $u(t)$ в равноотстоящие моменты времени kT_0 для $k=0 \dots +\infty$, то ряд Фурье периодически продолженного спектра $U_n(jf)$ однозначно определяется этими выборками. Как следует из (1.22) для реальных электрических сигналов $D_k=0$ для $k>0$. В соответствии с этим выражения (1.18) и (1.19) преобразуются к нижеприведенному уточненному виду при

$$D_k = T_0 \cdot u(kT_0), \quad k = 0, 1, 2, \dots +\infty \quad (1.23)$$

$$U_n(jf) = \sum_{k=0}^{+\infty} D_k \cdot e^{-jk \cdot (2\pi / f_0) \cdot f} \quad (1.24)$$

$$D_k = \frac{1}{f_0} \cdot \int_{-f_0/2}^{+f_0/2} U(jf) \cdot e^{jk \cdot (2\pi / f_0) \cdot f} df \quad (k = 0, +1, +2, \dots) \quad (1.25)$$

Покажем также, что при выборе частоты отсчетов $f_0 \geq 2f_m$, можно найти выражение для восстановления непрерывного аналогового сигнала по его выборкам. На интервале частот $(-f_0/2, f_0/2)$ сигнал $u(t)$ через спектр выражается в виде:

$$\begin{aligned} u(t) &= \int_{-f_0/2}^{+f_0/2} U_n(jf) \cdot e^{j \cdot 2\pi f \cdot t} df = \int_{-f_0/2}^{+f_0/2} \left(\sum_{k=0}^{+\infty} D_k e^{-jk \cdot \frac{2\pi}{f_0} \cdot f} \right) \cdot e^{j \cdot 2\pi f \cdot t} df = \\ &= \sum_{k=0}^{+\infty} D_k \int_{-f_0/2}^{+f_0/2} e^{-jk \cdot \frac{2\pi}{f_0} \cdot f} \cdot e^{j \cdot 2\pi f \cdot t} df = \sum_{k=0}^{+\infty} D_k \int_{-f_0/2}^{+f_0/2} e^{j \left(t - \frac{k}{f_0} \right) \cdot 2\pi f} df = \sum_{k=0}^{+\infty} D_k \cdot \frac{e^{j(t-kT_0)2\pi f}}{j(t-kT_0) \cdot 2\pi} \Bigg|_{-f_0/2}^{+f_0/2} \end{aligned}$$

Интегрируя и учитывая формулы Эйлера:

$$\begin{cases} \cos z = \frac{e^{jz} + e^{-jz}}{2} \\ \sin z = \frac{e^{jz} - e^{-jz}}{2j} \end{cases}$$

получаем:

$$u(t) = \frac{1}{T_0} \cdot \sum_{k=0}^{+\infty} D_k \frac{\sin[\pi f_0(t - kT_0)]}{\pi f_0(t - kT_0)} \quad (1.26)$$

Окончательно, используя (1.23), получаем:

$$u(t) = \sum_{k=0}^{+\infty} u(kT_0) \frac{\sin[\pi f_0(t - kT_0)]}{\pi f_0(t - kT_0)} \quad (1.27)$$

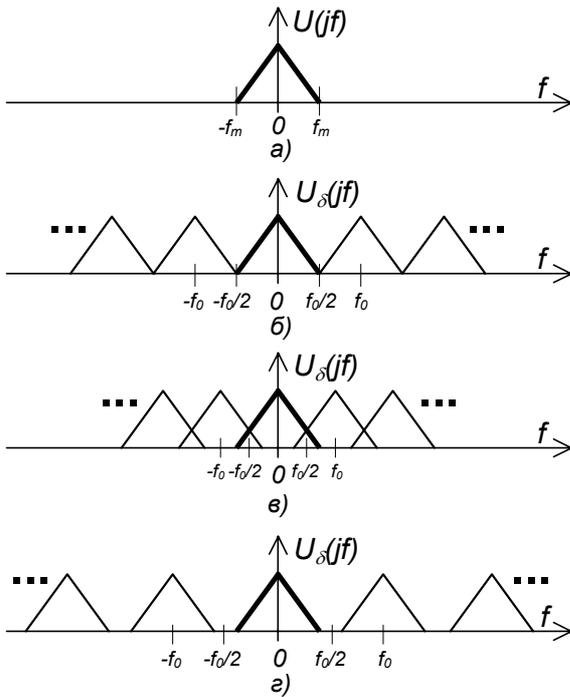


Рис. 1.15. Разновидности спектров дискретизированного сигнала:

- а) Спектр (преобразование Фурье) исходного сигнала $u(t)$;
- б) Спектр дискретизированного сигнала при $f_0 = 2f_m$;
- в) Спектр дискретизированного сигнала при $f_0 < 2f_m$;
- г) Спектр дискретизированного сигнала при $f_0 > 2f_m$.

ла идентичны.

Следовательно, в равноотстоящих выборках дискретизируемого сигнала содержится полная информация, несмотря на то, что взято лишь малое число отсчетов функции. Исходный спектр не будет искажен, если частота выборки взята такой, чтобы гармоники спектра не перекрывались. Как видно из рис. 1.15, в, г для этого необходимо выполнить условие $f_0 \geq 2f_m$, которое и является математическим выражением *теоремы отсчетов*.

Восстановление аналогового сигнала

Из анализа рис. 1.15, г, вытекает правило восстановления аналогового сигнала: используя фильтр нижних частот, необходимо избавиться от спектральных составляющих с частотой выше f_m . При этом фильтр должен быть настроен так, чтобы ослабление при f_m отсутствовало, а на частоте $f_0 - f_m$ было бы бесконечно большим.

Из изложенного выше можно сделать следующий вывод: исходную функцию можно восстановить с помощью выборочных значений непрерывной, ограниченной по полосе временной функции, если вы-

Рассмотрим теперь последовательность импульсов Дирака, несущих информацию о величинах отсчетов сигнала. Для того чтобы выяснить, какую информацию содержит записанная в формуле (1.16) последовательность импульсов, рассмотрим их спектр. Используя для выражения (1.16) преобразование Фурье, получаем:

$$\begin{aligned} U_\delta(j\omega) &= T_0 \cdot \sum_{k=0}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} u(kT_0) \cdot \delta(t - kT_0) \cdot e^{-j\omega t} dt = \\ &= T_0 \cdot \sum_{k=0}^{+\infty} u(kT_0) \cdot e^{-j\omega kT_0} \Rightarrow \\ U_\delta(jf) &= T_0 \cdot \sum_{k=0}^{+\infty} u(kT_0) \cdot e^{-j2\pi k \frac{f}{f_0}} \end{aligned} \quad (1.28)$$

Этот спектр является периодической функцией от круговой частоты ω (или частоты f) с периодом, равным $\omega_0 = 2\pi/T_0$ ($f_0 = 1/T_0$). Этот период при использовании в качестве независимой переменной частоты f равен частоте выборки f_0 . Сравнивая (1.24) и (1.28) с учетом (1.23), заключаем, что спектр последовательности импульсов Дирака (1.16) идентичен продолженному периодическому спектру исходного сигнала $u(t)$. Таким образом, в интервале частот $[-f_m, +f_m]$ спектры импульсов дискрет и исходного непрерывного сигнала

полняется условие $f_0 > 2f_m$. Для этого необходимо образовать из выбранных значений последовательность импульсов Дирака и подать их на вход идеального фильтра нижних частот с $f_{cp} = f_m$.

Если частоту выборки взять ниже, чем это следует из теоремы о дискретизации, возникает составляющая с разностной частотой $f_0 - f < f_m$, которая не подавляется фильтром и присутствует на выходе в виде пульсаций (см. рис. 1.15, в).

Практические аспекты использования теоремы отсчетов и выбора частоты дискретизации

При практическом выполнении фильтров возникает проблема, связанная с невозможностью получения импульсов Дирака. Необходимо, как это иллюстрируется рис. 1.14, формировать импульсы с конечными значениями амплитуды и конечной длительностью, т.е. в этом случае не будет выполняться условие предельного перехода (1.17). Подставляя выражение (1.17) в (1.16), получаем для конечного ε приближенную импульсную последовательность:

$$u_u(t) = \sum_{i=0}^{+\infty} u(t_i) \cdot r_\varepsilon(t - t_i) \quad (1.29)$$

Применяя преобразование Фурье, находим спектр этой последовательности импульсов:

$$\begin{aligned} U_u(jf) &= \int_0^{+\infty} u_u(t) \cdot e^{-j2\pi f t} dt = \sum_{i=0}^{+\infty} u(t_i) \cdot \int_0^{+\infty} r_\varepsilon(t - t_i) \cdot e^{-j2\pi f t} dt = \\ &= \sum_{i=0}^{+\infty} u(t_i) \cdot \int_{t_i}^{t_i + \varepsilon T_0} r_\varepsilon(t - t_i) \cdot e^{-j2\pi f t} dt = \sum_{i=0}^{+\infty} u(t_i) \cdot \int_0^{\varepsilon T_0} r_\varepsilon(t - t_i) \cdot e^{-j2\pi f (t - t_i + t_i)} d(t - t_i) = \\ &= \sum_{i=0}^{+\infty} u(t_i) \cdot \int_0^{\varepsilon T_0} r_\varepsilon(t) \cdot e^{-j2\pi f (t + t_i)} dt = \sum_{i=0}^{+\infty} u(t_i) \cdot e^{-j2\pi f t_i} \int_0^{\varepsilon T_0} \frac{1}{\varepsilon} \cdot e^{-j2\pi f t} dt \Rightarrow \\ U_u(jf) &= \sum_{i=0}^{+\infty} \frac{u(t_i)}{\varepsilon} \cdot e^{-j2\pi f t_i} \int_0^{\varepsilon T_0} e^{-j2\pi f t} dt \quad (1.30) \end{aligned}$$

В выражении (1.30) интеграл под знаком суммы представляет собой спектр одиночного импульса с единичной амплитудой и длительностью $\varepsilon \cdot T_0$. Экспоненциальный множитель перед интегралом учитывает сдвиг во времени переднего фронта этого импульса на время $t_i = i \cdot T_0$. Дробь $u(t_i) / \varepsilon$ представляет собой значение амплитуды i -го импульса. Воспользовавшись ранее полученным выражением для спектра одиночного импульса длительностью τ и амплитудой E (см. соотношение (1.12)), получаем:

$$\begin{aligned} U_u(jf) &= \sum_{i=0}^{+\infty} \frac{u(t_i)}{\varepsilon} \cdot e^{-\frac{j \cdot 2\pi f \cdot i}{f_0}} \cdot \left\{ 2 \cdot \frac{\sin \left[\frac{2\pi f \cdot \varepsilon T_0}{2} \right]}{2\pi f} \cdot e^{-\frac{-j \cdot 2\pi f \cdot \varepsilon T_0}{2}} \right\} = \\ &= \frac{\sin[\pi \varepsilon f / f_0]}{\pi \varepsilon f / f_0} \cdot e^{-\frac{j \cdot \pi \varepsilon \cdot f}{f_0}} \cdot \left\{ T_0 \sum_{i=0}^{+\infty} u(iT_0) \cdot e^{-\frac{j \cdot 2\pi f \cdot i}{f_0}} \right\} \quad (1.31) \end{aligned}$$

Часть последнего выражения, заключенная в фигурные скобки, представляет собой спектр последовательности импульсов Дирака $U_\delta(jf)$ (см. соотношение (1.28)). Таким образом, окончательно имеем:

$$U_u(jf) = \frac{\sin \left[\frac{\pi \varepsilon f}{f_0} \right]}{\pi \varepsilon f / f_0} \cdot e^{-\frac{j \cdot \pi \varepsilon f}{f_0}} \cdot U_\delta(jf) \quad (1.32)$$

Это тот же спектр, что и для импульсов Дирака, однако с наложением весовой функции вида $\sin x / x$, ослабляющей высокочастотные составляющие. В случае предельного перехода для $\varepsilon \rightarrow 0$ происходит вырождение в последовательность импульсов Дирака с соответствующим преобразованием спектра в

$U_\delta(jf)$ (см. (1.32)). Особенный интерес представляет случай **ступенчатой функции** ($\varepsilon \rightarrow 1$). Для нее длительность импульса εT_0 равна длительности выборки T_0 . Отсюда получаем **спектр ступенчатой аппроксимации** исходного сигнала ($\varepsilon \rightarrow 1$):

$$U_c(jf) = \frac{\sin\left[\frac{\pi f}{f_0}\right]}{\frac{\pi f}{f_0}} \cdot e^{-\frac{j \cdot \pi f}{f_0}} \cdot U_\delta(jf) \quad U_c(f) = \frac{\sin\left|\frac{\pi f}{f_0}\right|}{\frac{\pi f}{f_0}} \cdot U_\delta(jf) \quad (1.33)$$

Спектр ступенчатой аппроксимации получается умножением спектра последовательности импульсов Дирака на весовую функцию. На рис. 1.16 представлен спектр амплитуд импульсов Дирака и модуль весовой функции. При максимальной частоте спектра сигнала $f_m = 0,5f_0$ имеет место ослабление сигнала с коэффициентом 0,64; при максимальной частоте $f_m = 0,2f_0$, ослабление составляет 0,94. Таким образом, искажения спектра до частоты среза f_m остаются пренебрежимо малыми, если выбрать $f_0 \approx 5 \cdot f_m$.

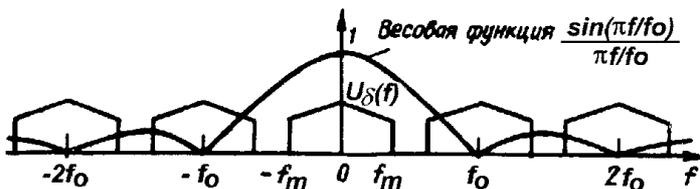


Рис. 1.16. Преобразование спектра импульсной последовательности Дирака в спектр ступенчатой функции умножением на весовую функцию.

Для восстановления первоначального сигнала необходимо, как показано выше, фильтр нижних частот, который отфильтровывает спектральные составляющие с частотой ниже f_m . Реальный фильтр имеет спад коэффициента усиления конечной крутизны. Чтобы разделить спектральные составляющие, нужно выбрать частоту f_0 также больше $2f_m$. Тогда можно добиться того, что на нижней частоте $f_0 - f_m$ ослабление будет достаточно большим. В этой связи даже целесообразно вместо последовательности импульсов Дирака применить ступенчатую функцию, так как соответствующая весовая функция имеет характер фильтра нижних частот (тем более что ее достаточно просто реализовать на практике с помощью подключенного к выходу ЦАП устройства выборки-хранения).

Искажения спектра в полосе пропускания можно устранить, несколько увеличив коэффициент усиления фильтра нижних частот вблизи частоты среза. Для того чтобы на частотах выше f_m добиться достаточного снижения коэффициента усиления, можно рекомендовать выбрать нулевую точку частотной характеристики вблизи частоты $f_0 - f_m$.

Таким образом установили, что даже для идеализированных сигналов со строго ограниченным частотным спектром, достаточно точное восстановление сигнала по его дискретным отсчетам возможно лишь при выборе частоты дискретизации в 2-2,5 раза выше, чем это следует из соблюдения граничного условия теоремы отсчетов (т.е. $f_0 = 2 \cdot f_{max}$).

Рассмотрим теперь дискретизацию а также восстановление по дискретам реального сигнала, спектр которого, вообще говоря, не является ограниченным. Напомним, что в идеале при соблюдении условия теоремы отсчетов $f_0 \geq 2 \cdot f_{max}$ исходный сигнал восстанавливается по своим дискретам с использованием (1.27), которое в этом случае принимает вид:

$$u(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} u(nT_0) \frac{\sin[2\pi f_m(t - nT_0)]}{2\pi f_m(t - nT_0)} \quad (1.34)$$

Интерполяционный ряд (1.34) носит название **ряда Котельникова**. Для сигналов со строго ограниченным спектром это выражение является тождеством. Однако спектры реальных сигналов стремятся к нулю лишь асимптотически. Так любой ограниченный во времени непериодический сигнал всегда имеет бесконечный спектр. Поэтому определение верхней границы частотного спектра F_{max} обычно производится приближенно (например по критерию 90%-ного содержания энергии или средней мощности сигнала).

1) Следовательно, применение равномерной дискретизации к таким сигналам приводит к возникновению в системах обработки информации специфических высокочастотных искажений, обусловленных выборкой (свертка всего первоначального спектра внутрь полосы частот $0 \dots f_{дискр}/2$ – см. «Компьютерра» 11 авг. 1998, с. 23; или см. ниже на этой же странице).

2) Кроме того, и идеальный П-образный фильтр низких частот с граничной частотой F_{max} , в точно-

сти восстанавливающий исходный сигнал в соответствии с (1.34) является физически нереализуемым. Это приводит к проникновению в спектр отфильтрованного дискретизированного сигнала высокочастотных комбинационных составляющих с частотами ($f_{дискр} - F_{сигнала}$).

Для уменьшения двух указанных разновидностей высокочастотных искажений необходимо либо *увеличивать частоту дискретизации $f_{дискр} = (3...5)f_{max}$* , либо *использовать перед АЦП дополнительный фильтр низких частот*, ограничивающий спектр исходного сигнала перед его аналого-цифровым преобразованием.

Поясним возникновение высокочастотных искажений, обусловленных выборкой (1-ой разновидностью) на примере дискретизации звукового сигнала (частотный диапазон 0...20 кГц) на частоте 40 кГц, т.е. при выполнении граничного условия теоремы отсчетов.

Одно из изменений, которое претерпевает спектр сигнала в результате его дискретизации состоит в *свертке всего первоначального спектра звукового сигнала, простирающегося примерно от 20 Гц до нескольких сот килогерц, внутрь полосы частот от 0 Гц до половины частоты дискретизации – 20 кГц*. Этот процесс изображен на рис. 1.17.

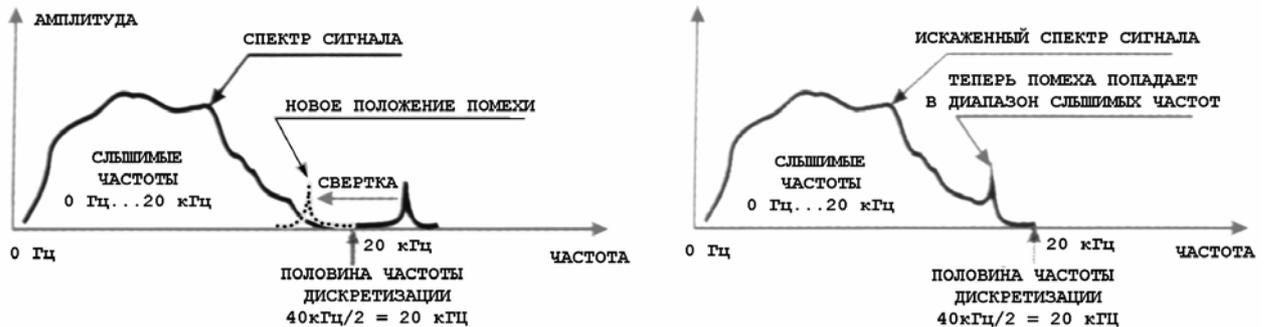


Рис. 1.17. Процесс свертки спектра внутрь частотного диапазона 0...20 кГц

Свертка означает, что все составляющие исходного аналогового сигнала с частотами выше половины частоты дискретизации (а это в основном неслышимые помехи) попадают в слышимый человеческим ухом диапазон частот от 20 Гц до 20 кГц, то есть неслышимые помехи становятся слышимыми, и, таким образом, может резко ухудшиться отношение сигнал/шум.

Все это выглядит весьма непривычно, если не сказать, что вообще противоречит здравому смыслу и упомянутой *выше теореме отсчетов!* Получается, что происходит дискретизация высокочастотных сигналов с составляющими, лежащими значительно выше не только половины частоты дискретизации, но и самой частоты дискретизации. Однако данное реальное явление иллюстрирует рис. 1.18, на котором показан процесс дискретизации высокочастотного синусоидального сигнала на частоте, которая более чем вдвое ниже частоты самого сигнала.

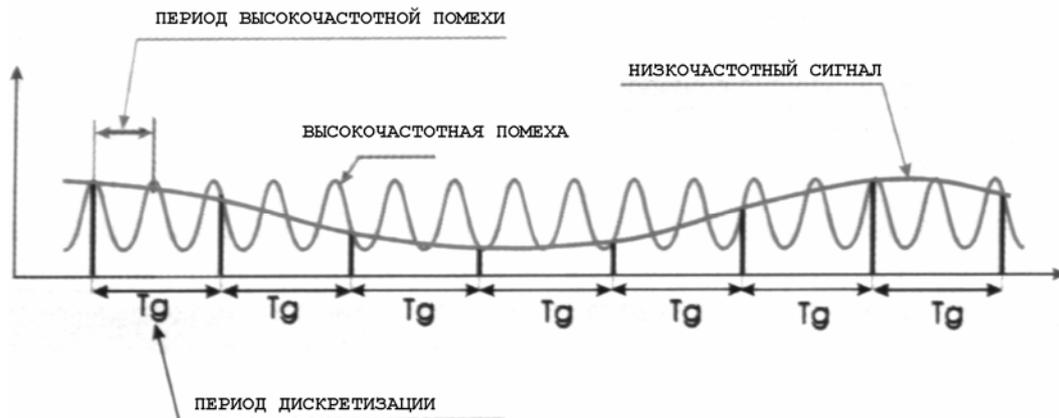


Рис. 1.18. Дискретизация высокочастотной синусоидальной помехи

Хорошо видно, что период колебаний высокочастотной помехи более чем вдвое меньше, нежели период дискретизации. А период, как известно, обратно пропорционален частоте. Значит, частота помехи действительно больше частоты дискретизации. Кроме того, дискретные отсчеты (толстые черные столбики) высокочастотной помехи полностью совпадают с дискретными отсчетами некоторого низкочастотного сигнала (тонкая плавная кривая на рис. 1.18). Таким образом, после дискретизации высоко-

частотного сигнала мы получили низкочастотный сигнал. Это и есть эффект свертки высокочастотных помех внутрь частотного диапазона от 0 Гц до половины частоты дискретизации.

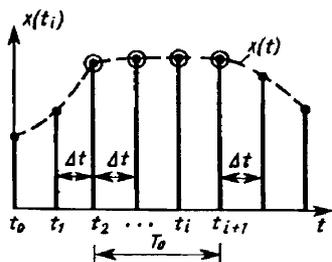


Рис. 1.19. Дискретные отсчеты сигнала

Рассмотренная равномерная дискретизация (при $\Delta t = \text{const}$) иногда может приводить к получению избыточных отсчетов, не оказывающих существенного влияния на процесс восстановления исходного сообщения. Например, если функция $x(t)$ мало изменяется на некотором, достаточно протяженном интервале времени T_0 (как это показано на рис. 1.19), то соответствующие дискретные отсчеты сигнала практически не отличаются друг от друга и, следовательно, нет необходимости использовать все указанные отсчеты для хранения или передачи информации по линии связи. Сокращение избыточной информации возможно на основе способов адаптивной (неравномерной) дискретизации, обеспечивающих выбор

интервала Δt между соседними отсчетами с учетом фактического изменения характеристик сигнала (в частности, скорости его изменения).

1.2.2. Дискретизация по уровню (квантование)

Отличительной особенностью дискретизации по уровню является замена непрерывной шкалы уровней сигнала $x(t)$ дискретной шкалой x_i ($i = 1, 2, \dots, m$), в которой различные значения сигнала отличаются между собой не менее чем на некоторое фиксированное (или выбираемое в процессе квантования) значение Δx , называемое шагом квантования. Необходимость квантования вызвана тем, что цифровые вычислительные устройства могут оперировать только с числами, имеющими конечное число разрядов. Таким образом, квантование представляет собой округление передаваемых значений с заданной точностью. При равномерном квантовании ($\Delta x = \text{const}$) число разрешенных дискретных уровней x , составляет

$$m = \frac{x_{\max} - x_{\min}}{\Delta x}, \quad (1.35)$$

Где x_{\max} и x_{\min} — соответственно верхняя и нижняя границы диапазона изменения сигнала. Чем меньше значение Δx , тем меньше получаемая ошибка — шум квантования $\xi(x) = x - x_i$, которая вычисляется как разность между текущим действительным значением сигнала $x(t)$ и его дискретным представлением x_i . Максимальное значение ошибки квантования зависит от правил округления непрерывной величины $x(t)$ до ее дискретного эквивалента x_i :

- 1) **Усечение** — если квантование происходит с отождествлением с нижней границей интервала, то $\xi(x)_{\max} = \Delta x$.
- 2) **Округление** — если в результате квантования любое из значений сигнала $x(t)$, попавшее в интервал $(x_i - \Delta x/2; x_i + \Delta x/2)$, округляется до x_i , то возникающая при этом ошибка $\xi(x)$ не превышает половины шага квантования, т. е. $\max|\xi(x)| = 0,5\Delta x$.

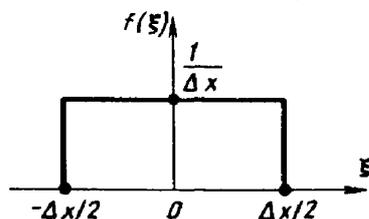


Рис. 1.20. Равномерный закон распределения ошибки квантования

На практике шаг квантования Δx выбирают, исходя из уровня помех, в той или иной форме присутствующих при измерении, передаче и обработке реальных сигналов.

Если функция $x(t)$ заранее неизвестна, а шаг квантования Δx достаточно мал по сравнению с диапазоном изменения сигнала ($x_{\max} - x_{\min}$), то принято считать ошибку квантования $\xi(x)$ случайной величиной, подчиняющейся равномерному закону распределения. Тогда при использовании 1-го правила округления плотность вероятности $f_1(\xi)$

для случайной величины ξ принимает значение $1/\Delta x$ внутри интервала $(0; +\Delta x)$ и равна нулю вне этого интервала. При использовании 2-го правила округления, как показано на рис. 1.20, плотность вероятности $f_2(\xi)$ для случайной величины ξ принимает значение $1/\Delta x$ внутри интервала $(-\Delta x/2; +\Delta x/2)$ и равна нулю вне этого интервала. Определим среднюю мощность шумов квантования. Для этого необходимо вспомнить некоторые **вероятностные характеристики случайных процессов**:

Математическое ожидание (mean value) $m_x(t)$ — теоретическая оценка среднего взвешенного зна-

чения случайного процесса плотностью вероятности $p(x,t)$ в момент времени t : $m_x(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} x \cdot p(x,t) dx$.

Как несложно догадаться, (а можно и получить из формулы), для 1-го правила округления математическое ожидание ошибки квантования составит половину шага квантования $\Delta x/2$, для 2-го — 0.

Дисперсия (variance) характеризует среднюю мощность отклонений случайного процесса от его среднего значения $m_x(t)$ (математического ожидания), называемых *флуктуациями (fluctuation)*:

$$D_x(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} x^2 \cdot p(x,t) dx - m_x^2(t)$$

Среднее квадратическое отклонение (standard deviation) – квадратный корень из дисперсии, служит амплитудной мерой разброса значений случайного процесса в момент времени t относительно математического ожидания: $\sigma_x(t) = \sqrt{D_x(t)}$

Мощность шумов квантования характеризует дисперсия $D(\xi)$ ошибки квантования ξ . Определим ее для первого и второго правил округления:

1)

$$D(\xi) = \int_0^{\Delta x} \xi^2 f_1(\xi) d\xi - \frac{\Delta x^2}{4} = \int_0^{\Delta x} \xi^2 \cdot \frac{1}{\Delta x} \cdot d\xi - \frac{\Delta x^2}{4} = \frac{1}{\Delta x} \cdot \left. \frac{\xi^3}{3} \right|_0^{\Delta x} - \frac{\Delta x^2}{4} = \frac{1}{\Delta x} \left[\frac{\Delta x^3}{3} - \frac{\Delta x^3}{4} \right] \Rightarrow$$

$$D(\xi) = \int_0^{\Delta x} \xi^2 f_1(\xi) d\xi - \frac{\Delta x^2}{4} = \frac{\Delta x^2}{12} \quad (1.36)$$

$$2) D(\xi) = \int_{-\Delta x/2}^{+\Delta x/2} \xi^2 f_1(\xi) d\xi - 0 = \int_{-\Delta x/2}^{+\Delta x/2} \xi^2 \cdot \frac{1}{\Delta x} \cdot d\xi = \frac{1}{\Delta x} \cdot \left. \frac{\xi^3}{3} \right|_{-\Delta x/2}^{+\Delta x/2} = \frac{1}{\Delta x} \left[\frac{\Delta x^3}{24} + \frac{\Delta x^3}{24} \right] \Rightarrow$$

$$D(\xi) = \int_{-\Delta x/2}^{+\Delta x/2} \xi^2 f_1(\xi) d\xi = \frac{\Delta x^2}{12} \quad (1.36)$$

Найденная величина прямо пропорциональна мощности шума квантования.

При $\Delta x = \text{const}$ *относительная погрешность квантования* $\delta(x) = \xi(x)/x$ существенно зависит от текущего значения сигнала $x(t)$. В связи с этим при необходимости обработки и передачи сигналов, изменяющихся в широком диапазоне, нередко используется неравномерное (нелинейное) квантование, когда шаг Δx принимается малым для сигналов низкого уровня и увеличивается с ростом соответствующих значений сигнала (например, Δx выбирают пропорционально логарифму значения $|x(t)|$). Например, при адаптивной разностной компрессии (ADPCM – Adaptive Differential Pulse Code Modulation), используемой при кодировании междугородних телефонных разговоров, шаг квантования разности величин соседних отсчетов пропорционален средней (или максимальной) амплитуде сигнала на кодируемом временном отрезке.

Относительная погрешность квантования также зависит и от количества уровней квантования, которое при представлении квантуемой величины двоичным кодом равно целой степени числа 2: $m=2^n$ (где m – число уровней квантования). Оценим относительный шум квантования, используя для этого логарифмические единицы децибелы (считая что исследуемый сигнал находится вблизи максимума шкалы и округление происходит по 1-му правилу):

$$\delta(x) = 20 \log_{10} \left[\frac{\xi_{\max}(x)}{x_{i\max}} \right] = 20 \cdot \lg \left[\frac{1}{2^n} \right] = -n \cdot 20 \lg 2 = -6n \text{ дБ} \quad (1.37)$$

Убедиться на практике в такой зависимости шума квантования от разрядности АЦП можно записывая высококачественный музыкальный сигнал с одинаковой частотой дискретизации (44100 Гц) и разной разрядностью кодового слова например 8 бит и 16 бит. В 1-ом случае будет отчетливо слышна зашумленность (грязный звук), во втором качество будет практически неотличимо от оригинала. (Такой эксперимент можно проделать, используя программу «Фонограф» Windows естественно при наличии в компьютере звуковой 16-битной карты и CDROM).

Отдельный интерес представляет вопрос о соотношении разрядности АЦП, частоты дискрети-

зации сигнала и шума квантования. Допустим сигнал $x(t)$ с частотным спектром, ограниченным частотой f_m , оцифровывается с помощью k -разрядного АЦП на частоте дискретизации $f_0=2f_m$. Условно серию оцифрованных отсчетов сигнала можно представить как сумму точных дискрет сигнала $x(t_i)$ (без ошибок округления) и ошибок округления $\Delta x(t_i)$ (шумов квантования), взятых с интервалом $1/(2f_m)$ по оси времени. Среднеквадратическое значение шума квантования представляет собой кв. корень из дисперсии (величины пропорциональной мощности шумов квантования (см. соотношение (1.36)) и составляет $\frac{\Delta x}{2 \cdot \sqrt{3}}$ (Δx – шаг квантования). Причем этот шум располагается в полосе частот от 0 до полови-

ны частоты дискретизации $0 \dots f_m$. Таким образом, при оцифровке сигналов размахом (удвоенной амплитудой) A в полный рабочий диапазон АЦП, отношение сигнал/шум в децибелах составит:

$$SNR = 20 \cdot \lg \left[\frac{2 \cdot \sqrt{3} \cdot A}{\Delta x \cdot 2} \right] = 20 \cdot \lg [2^n \cdot \sqrt{3}] = 20n \lg 2 + 10 \cdot \lg 3 = 6n + 4.77 \quad [\text{дБ}] \quad (1.38)$$

Дискретизируем теперь сигнал на частоте в 4 раза превышающей исходную, т.е. на частоте $f_0'=8f_m$. Представляя оцифрованный сигнал в виде суммы точного ряда дискрет и ряда ошибок округления, заключаем, что дисперсия (мощность шума) не изменилась оставшись

равной прежней величине $\frac{\Delta x^2}{12}$. Но

теперь в результате увеличения частоты дискретизации этот шум располагается в полосе частот от нуля до половины новой частоты дискретизации $0 \dots 4f_m$. (см. рис. 1.21). А наш полезный сигнал в оцифрованном виде как и раньше будет иметь спектр, простирающийся до частоты f_m . Таким образом, спектр шума стал в четыре раза шире спектра полезного сигнала при прежней мощности шума. Отсюда следует, что мощность шума внутри спектра полезного сигнала $0 \dots f_m$ упадет в 4 раза (или среднеквадратичное значение шума уменьшится в 2 раза), а это равносильно увеличению отношения сигнал/шум на 6 дб:

$$SNR' = 20 \cdot \lg \left[\frac{4 \cdot \sqrt{3} \cdot A}{\Delta x \cdot 2} \right] = 20 \cdot \lg \left[\frac{A}{\Delta x} \cdot \sqrt{3} \cdot 2 \right] = (20n \lg 2 + 10 \lg 3) + 20 \lg 2 \approx SNR + 6 \quad [\text{дБ}]$$

Описанный процесс можно продолжать. При этом каждое увеличение частоты дискретизации в 4 раза *создает условия* для улучшения отношения сигнал-шум на 6 дб, что равносильно увеличению разрядности АЦП на один двоичный разряд (см. соотношения 1.37, 1.38). Исходя из вышесказанного, уровень шумов принято оценивать по формуле:

$$SNR = 6 \cdot n + 10 \lg \left[\frac{f_{\text{дискр}}}{2f_m} \right] + C_s \quad (1.39),$$

где n – разрядность АЦП (количество двоичных разрядов), f_m – максимальная частота спектра дискретизируемого сигнала, C_s – постоянная, учитывающая форму сигнала (для гармонических сигналов $C_s=1,7$ дБ, для обычных звуковых сигналов $C_s=-15 \dots +2$ дБ). Наличие слагаемого C_s обусловлено зависимостью шума квантования от параметров дискретизируемого сигнала (корреляцией шума с сигналом).

Следует отметить, что указанное увеличения отношения сигнал-шум можно реализовать при условии цифровой фильтрации дискретизированного сигнала перед окончательным восстановлением его непрерывной формы на выходе. С помощью цифрового фильтра с большим ослаблением шума в полосе задержания и узкой переходной полосой (а сделать такой цифровой фильтр не составляет большого труда в отличие от аналогового) можно подавить полосу от f_m до $4^n \cdot f_m$ кГц, содержащую только

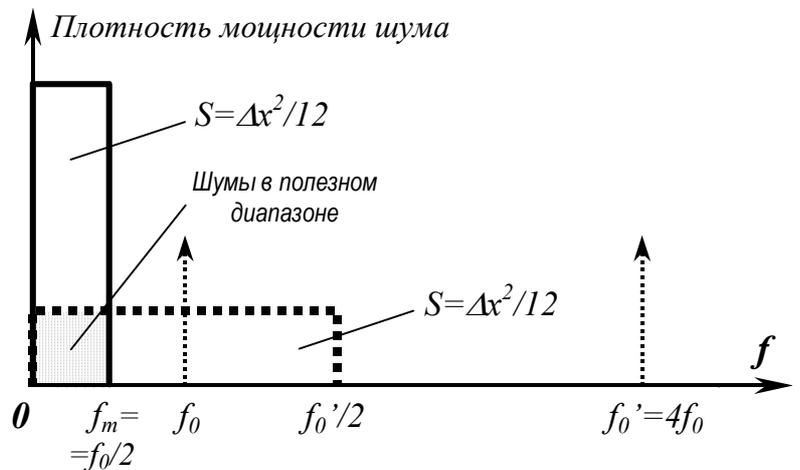


Рис. 1.21. Мощность шума при передискретизации

шумы квантования, и получить лучшее на 6п дБ отношение сигнал/шум квантования.

Таким образом, квантователь АЦП не обязательно должен иметь высокую разрядность, чтобы выходной поток цифровых данных АЦП тоже имел таковую. Увеличить эффективную разрядность АЦП можно, используя метод *оверсэмплинга (передискретизации)* и *цифровой фильтрации* (см. главу 4).

1.3. Коды и кодирование

1.3.1. Количественное измерение информации в сигнале

Рассмотрим вопрос о *количественном измерении информации*, доставляемой сигналом. Как уже говорилось, реальный сигнал можно заменить его упрощенной дискретной моделью, согласно которой существенными (информативными) считаются лишь те его значения, которые соответствуют ближайшим узлам решетки (сетки), полученной в результате дискретизации сигнала по времени и уровню (рис. 1.22). Если сигнал имеет конечную длительность T , то число его дискретных отсчетов во времени можно приблизительно оценить с помощью теоремы Котельникова: $n = T/\Delta t = 2F_{max}T$. Здесь F_{max} — максимальная частота в спектре сигнала $x(t)$. Число уровней сигнала $x(t)$ определяют соотношением (1.35), где шаг квантования Δx определяется требуемой точностью обработки информации.

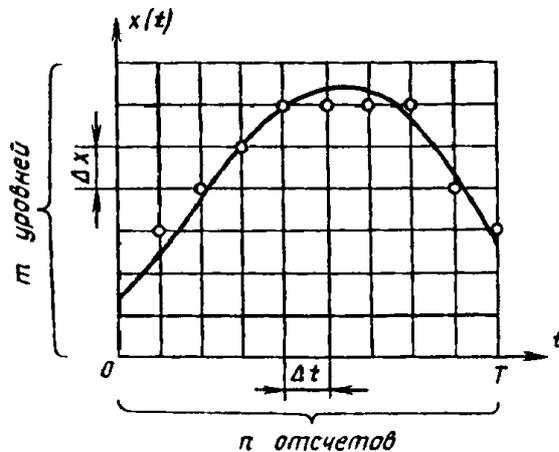


Рис. 1.22. К определению количества информации в сигнале

Полагая, что количество информации, которое можно перенести сигналом, будет тем больше, чем больше число возможных сообщений (комбинаций сигнала), дадим оценку числу таких сообщений в рассматриваемом случае. Так как в каждый дискретный момент времени сигнал может принимать одно из m значений, то с помощью двух соседних отсчетов сигнала можно передать уже m^2 различных сообщений, за три отсчета — m^3 сообщений и т. д. В общем случае число различных комбинаций сигнала за время $T = n\Delta t$ составляет $N = m^n$.

Полученное таким образом число N дает комбинаторную оценку информации, содержащейся в произвольном дискретном сообщении (слове) из n элементов (букв), каждая из которых принимает одно из m возможных значений, составляющих вместе некоторый алфавит. (Так, с помощью двухразрядного десятичного числа можно записать 100 различных чисел от 0 до 99. При средней длине слова в русском языке $n = 5$ и алфавите с $m = 32$ буквами можно составить 33,5 миллиона различных слов $32^5 = (2^5)^5 = 2^{25} \approx 32\,000\,000$.)

Вместе с тем использование N в качестве меры информации неудобно, так как в данном случае не выполняется условие аддитивности, т. е. пропорциональности между длиной слова (длительностью сигнала) и количеством содержащейся в нем информации. Между тем удвоение времени передачи должно приводить к удвоению количества передаваемой информации.

Р. Хартли предложил в качестве меры количества информации использовать логарифм числа возможных сообщений:

$$I = \log_a N = n \log_a m. \quad (1.40)$$

Согласно (1.40), количество информации в сигнале пропорционально длительности сигнала (числу отсчетов n). Выбор основания логарифма a влияет лишь на размерность, т. е. на единицу измерения количества информации. Наиболее часто принимается $a = 2$, при этом значение I измеряется в битах. 1 *бит* — это количество информации, соответствующее одному из двух равновероятных состояний (да - нет, включить - выключить, исправно — неисправно). В вычислительной технике 1 бит обозначает 1 двоичный разряд - символ, принимающий значение 0 или 1. В качестве единицы представления данных в ЭВМ используется байт — слово (набор) из восьми двоичных разрядов (битов). Легко видеть, что байтом можно передать одно из $2^8 = 256$ различных сообщений.

1.3.2. Выбор вида модуляции для передачи сообщения

1) Рассмотрим *амплитудно-импульсную модуляцию*, широко распространенную при построении

аналого-цифровых преобразователей (АЦП). Носителем информации при АИМ является периодический импульсный сигнал $u_H(t)$, вид которого определяется тремя заданными параметрами: амплитудой E (далее принимаем $E = 1$), длительностью τ и периодом следования T (или частотой основной гармоники $\omega_0 = 2\pi/T$).

Полагаем, что сигнал $u(t)$ на выходе модулятора описывается уравнением

$$u(t) = [U_0 + x(t)]u_H(t) \quad (1.41)$$

где U_0 — амплитуда импульсов при равенстве нулю входного сигнала $x(t)=0$. На рис. 1.23 показана временная диаграмма модулированного сигнала $u(t)$ для случая $x(t) = U_m \cos(\Omega t + \varphi)$, где $\Omega < \omega_0$. Определим частотный спектр амплитудно-модулированного импульсного сигнала с гармонической огибающей.

$$u(t) = (U_0 + U_m \cos(\Omega t + \varphi)) \left(a_0 + \sum_{k=1}^{\infty} a_k \cos(k\omega_0 t + \varphi_k) \right) = U_0 a_0 + U_m a_0 \cos(\Omega t + \varphi) + U_0 \sum_{k=1}^{\infty} a_k \cos(k\omega_0 t + \varphi_k) + \frac{U_m}{2} \sum_{k=1}^{\infty} a_k \{ \cos[(k\omega_0 - \Omega)t + \varphi_k - \varphi] + \cos[(k\omega_0 + \Omega)t + \varphi_k + \varphi] \}$$

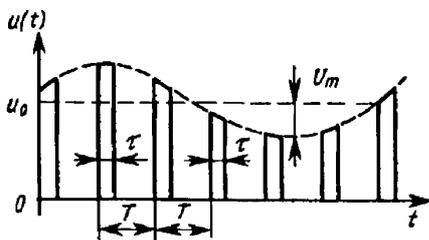


Рис. 1.23. Амплитудно-импульсная модуляция

Следовательно, сигнал $u(t)$ является периодическим и его спектр амплитуд (рис. 1.24) содержит кроме постоянной составляющей и гармоники с частотой Ω также высокочастотные гармоники с частотами кратными основной (тактовой) частоте импульсного сигнала ω_0 , и, кроме того, гармоники с боковыми частотами $k\omega_0 \pm \Omega$. В общем случае, когда спектр модулирующего сигнала $x(t)$ занимает некоторую полосу частот $(0 \dots \Omega_{\max})$, по обе стороны от каждой из спектральных линий с частотами $k\omega_0$ располагаются боковые полосы частот шириной $2\Omega_{\max}$. (Приблизительно то же самое было показано при доказательстве теоремы отсчетов, когда информационный сигнал модулировал по вольт-секундной площади периодическую последовательность δ -импульсов).

Общая ширина частотного спектра АИМ-сигнала определяется необходимостью пропускания периодической последовательности импульсов, а не исходным модулирующим сигналом. Из графика также следует, что сигнал $x(t)$ можно восстановить с помощью фильтра низких частот, имеющего полосу пропускания от 0 до Ω_{\max} . Для неискаженного выделения сигнала необходимо, чтобы другие составляющие спектра не попали в данную полосу частот. Ближайшей к полосе пропускания фильтра является составляющая $(\omega_0 - \Omega_{\max})$. Поэтому условие отсутствия искажений принимает вид $\Omega_{\max} < (\omega_0 - \Omega_{\max})$

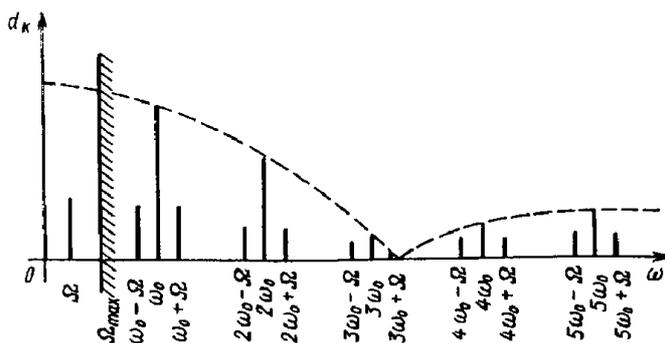


Рис. 1.24. Частотный спектр сигнала при АИМ

состоящей из нескольких импульсов.

или $\omega_0 > 2\Omega_{\max}$ что полностью согласуется с теоремой Котельникова.

Помехоустойчивость АИМ весьма мала, так как помехи, действующие на сигнал в процессе его передачи, искажают прежде всего амплитуду импульса, поэтому АИМ обычно применяют в комбинациях с другими видами модуляции.

Одним из наиболее перспективных видов модуляции считается кодоимпульсная модуляция (КИМ), при которой каждый отсчет сигнала $x(t)$ передается кодовой комбинацией,

1.3.3. Основные характеристики кодов, выбор оптимальной значности кода

Процесс преобразования сообщения в дискретный сигнал называют **кодированием информации**, а множество различных кодовых комбинаций, получаемых при данном правиле кодирования — **кодом**.

Важной характеристикой кода является **основание** (или **значность**) кода m , т. е. число возможных значений, которые могут принимать элементы (символы, буквы) кодовой комбинации.

Пусть требуется передать сигнал, уровень которого изменяется от 0 до 10 В. Если погрешность представления данных составляет 10 мВ, то каждый отсчет сигнала можно рассматривать как одно из 1000 возможных сообщений. Для передачи этой информации можно предложить различные способы:

а) каждому сообщению поставить в соответствие определенный уровень напряжения, при этом основание кода $m = 1000$, а длина кодовой комбинации (слова) принимает минимальное значение $n=1$;

б) можно воспользоваться двоичным (бинарным) сигналом с $m=2$, но тогда потребуется комбинация длины $n = 10$ ($2^{10} = 1024$), так что некоторые комбинации здесь не использованы. Возможны и промежуточные варианты. Поэтому целесообразно поставить вопрос об определении оптимальной пары значений m (значности кода) и n (длины кодового слова).

В качестве критерия оптимальности примем минимум произведения числа требуемых символов (уровней) m на длину кодовой комбинации n , необходимой для представления заданного числа сообщений N . В общем случае, если значность кода m , то для передачи N сообщений, потребуется комбинация длиной n , причем должно выполняться неравенство $m^n \geq N$. Отсюда

$$n \geq \frac{\log_2 N}{\log_2 m}$$

Тогда можно записать

$$S = mn = \frac{m \log_2 N}{\log_2 m}, \quad (1.42)$$

А указанное условие минимума принимает вид

$$\frac{\partial S}{\partial m} = \log_2 N \frac{\log_2 m - \log_2 e}{[\log_2 m]^2} = 0. \quad (1.43)$$

или $m = e$. Как видно для задачи о передаче N сообщений, наиболее экономное представление множества сообщений соответствует $m = 2, 3$.

Таким образом, код с основанием $m = 2$ (двоичный) оказывается не только удобным вследствие легкости формирования бинарных сигналов (низкий и высокий уровень напряжения), но и одним из наиболее экономных.

Примером двоичного кода является запись натурального числа A в позиционной двоичной системе счисления, осуществляемая по следующему правилу:

$$A = (a_n, a_{n-1} \dots a_1)_2 = a_n \cdot 2^{n-1} + a_{n-1} \cdot 2^{n-2} + \dots + a_1 \cdot 2^0.$$

Здесь символы a_1, a_2, \dots, a_n принимают значения 0 или 1, n - число разрядов в коде. Предполагается, что символ a_n , расположенный в старшем разряде кодовой комбинации, имеет наибольший вес 2^{n-1} , тогда как вес символа a_1 в младшем разряде является минимальным и равен $2^0=1$.

Для представления дробных чисел, значения которых не превышают единицы, обычно используют запись в следующем виде:

$$A = (a_n, a_{n-1} \dots a_1)_2 = \frac{a_n \cdot 2^{n-1} + a_{n-1} \cdot 2^{n-2} + \dots + a_1 \cdot 2^0}{2^n} = a_n \cdot 2^{-1} + \dots + a_1 \cdot 2^{-n}.$$

Рассмотренный код относится к арифметическим кодам, на которые распространяются арифметические операции сложения, вычитания, умножения, деления.

Примером кода, отличного от арифметического, является код Грея, обладающий тем ценным свойством, что любые 2 соседние кодовые комбинации отличаются лишь значением одного разряда. Он используется при построении различных преобразователей аналог-код, что позволяет свести к ЕМР ошибку неоднозначности при считывании информации.

1.3.4. Помехозащищенное кодирование

В процессе передачи и хранения информации, представленной в двоичном коде, могут возникать ошибки, связанные с изменением отдельных дискретных символов (0 вместо 1 и 1 вместо 0), вследствие действия помех. Эти ошибки носят случайный характер и нередко приводят к существенным искажениям передаваемой информации (примером являются ошибки в старших разрядах кодовой комбинации при передаче числовой информации). Обеспечить помехоустойчивость можно, применяя корректирующие или помехозащищенные коды, позволяющие своевременно обнаруживать и исправлять возникающие ошибки.

К. Шеннон доказал, что если скорость передачи информации через канал с помехами не превышает его пропускной способности, то всегда можно построить такой код, при котором вероятность безошибочного декодирования будет сколь угодно близка к единице. Под пропускной способностью канала понимается максимально возможная для данного канала скорость передачи информации C [бит/с], которую находят по соотношению Хартли–Шеннона

$$C = F_k \cdot \log_2 \left[1 + \frac{P_c}{P_{ном}} \right], \quad (1.44)$$

где F_k - полоса частот канала в Гц; P_c и $P_{ном}$ — средние мощности полезного сигнала и помехи.

(Сравните пропускная способность канала в отсутствие шума, установленная законом Хартли, определяется в виде: $C = 2 \cdot F_k \cdot \log_2 N$, где N – число уровней кодирования (2 в двоичной системе)).

Идея построения корректирующих двоичных кодов предложена Р. В. Хеммингом. Для ее пояснения введем понятие *кодového расстояния* между двумя числами, закодированными в двоичном коде. Кодовое расстояние двух чисел A_1 и A_2 есть количество единиц в их сумме по модулю 2 (операция поразрядного исключающего ИЛИ). Попросту говоря, это количество отличающихся двоичных разрядов в указанных кодовых комбинациях.

Пусть восемь кодовых комбинаций для 3-разрядного двоичного кода являются разрешенными (допустимыми), тогда кодовое расстояние между соседними комбинациями $d = 1$. Например соседней кодовой комбинацией нуля (000) является восемь (100). Так как в данном случае отсутствует какой-либо признак, позволяющий судить о появлении ошибки в кодовой комбинации, то такой код не является помехозащищенным.

Допустим, что лишь четыре из восьми кодовых комбинаций считаются разрешенными, например это комбинации 001, 010, 100 и 111. Тогда кодовое расстояние $d = 2$, причем искажение символа в одном из разрядов приводит к получению запрещенной кодовой комбинации (000, 011, 101 или 110), что легко выявляется при проверке. Полученный таким образом двоичный код называют кодом с обнаружением одиночной ошибки. Здесь присутствует выигрыш, состоящий в том что одиночная ошибка обнаруживается, и проигрыш в том что при той же разрядности слова уменьшилось число информационных разрядов ($n=2$). Т.е. теперь можно закодировать лишь числа от 0 (00) до 3 (11).

Для $d = 3$ в качестве разрешенных кодовых комбинаций можно принять, например, 010 и 101. При этом обеспечивается возможность не только обнаружения, но и исправления одиночной ошибки. Действительно, получение запрещенной кодовой комбинации 110 указывает на наличие ошибки, для исправления которой необходимо перейти к ближайшей из разрешенных кодовых комбинаций (в данном случае — 010). Данный код позволяет обнаруживать и двойные ошибки, так как при одновременном искажении символов в двух разрядах кодовой комбинации последняя также попадает в число запрещенных за счет еще большего проигрыша в длине слова несущего полезную информацию (1 разряд).

Из сказанного следует, что построение помехозащищенных кодов всегда связано с введением избыточности в передаваемые кодовые комбинации. При этом корректирующая способность кода, т. е. число обнаруживаемых и исправляемых с его помощью ошибок, определяется главным образом кодовым расстоянием. В общем случае минимальное кодовое расстояние

$$d_{\min} = t_{обн} + t_{испр} + 1$$

Где $t_{обн}$ – число обнаруживаемых ошибок; $t_{испр}$ – число исправляемых ошибок. Если код позволяет только обнаруживать ошибки, не исправляя их, то $d_{\min} = t_{обн} + 1$. Для кода, исправляющего все обнаруженные ошибки, $d_{\min} = 2t_{испр} + 1$.

Наиболее вероятными являются ошибки единичной кратности. Их и следует обнаруживать и исправлять в первую очередь.

Простейшим из помехозащищенных кодов является код с проверкой на четность ($d = 2$), который используется при вводе и хранении информации в ЭВМ (часто при записи и извлечении из ОЗУ). В данном случае к кодовой комбинации, состоящей из n информационных разрядов a_n, a_{n-1}, \dots, a_1 , добавляется один дополнительный (проверочный) разряд a_0 так, что кодовая комбинация принимает вид

$$A' = (a_n, a_{n-1}, \dots, a_1, a_0).$$

Значение проверочного разряда a_0 вычисляют сложением по модулю 2 значений всех информационных разрядов:

$$a_0 = a_n \oplus a_{n-1} \oplus \dots \oplus a_1 \quad (1.45)$$

Иначе говоря, $a_0 = 0$, если общее количество единиц в информационных разрядах кодовой комбинации является четным числом, или $a_0 = 1$, если это число нечетно. Но тогда при отсутствии ошибки кодовая комбинация всегда содержит четное число единиц и, следовательно, сумма

$$r = a_n \oplus a_{n-1} \oplus a_{n-2} \oplus \dots \oplus a_1 \oplus a_0 \quad (1.46)$$

должна принимать нулевое значение ($r = 0$). Если в результате проверки установлено, что контрольная сумма (1.46) принимает значение $r = 1$, то это указывает на наличие одиночной ошибки в принятой кодовой комбинации. Недостатком данного кода является отсутствие возможности автоматической коррекции ошибок.

Примером корректирующего кода, позволяющего обнаружить и исправить одиночную ошибку ($d = 3$), является код Хемминга, идея построения которого заключается в следующем. Допустим, что кодовая комбинация содержит n информационных и k проверочных разрядов, причем значение каждого проверочного разряда определяется суммированием по модулю 2 определенного числа информационных разрядов. После приема кодовой комбинации производят k проверок, заключающихся в вычислении контрольных сумм r_1, r_2, \dots, r_k для определенных наборов значений из всех $(n + k)$ разрядов. Если записать результаты данных проверок справа налево, то получим k -разрядное контрольное число $r = (r_k, r_{k-1}, \dots, r_1)$, которое и указывает номер искаженного разряда в двоичной системе счисления. Отсутствию ошибки в кодовой комбинации соответствует контрольное число r , составленное только из нулей.

Таблица 1.1. Результаты расчета количества контрольных разрядов в коде Хемминга

n	k	$n+k$	$R=k/(n+k)$
1	2	3	0,67
2	3	5	0,6
3	3	6	0,5
4	3	7	0,43
5	4	9	0,44
6	4	10	0,4
7	4	11	0,36
8	4	12	0,33
16	5	21	0,24

Это число должно описывать $(n + k + 1)$ различных событий, включая отсутствие ошибки или искажение одного из $(n + k)$ разрядов. Так как в k двоичных разрядах можно записать лишь 2^k различных контрольных чисел, то обязательным является выполнение условия

$$2^k \geq n + k + 1 \quad (1.47)$$

откуда можно найти требуемое значение k для заданного числа n . (см. табл. 1)

Результаты проверок r_1, r_2, \dots, r_k в коде Хемминга вычисляются в соответствии с проверочными уравнениями (1.48).

$$\begin{aligned} r_1 &= a_1 \oplus a_3 \oplus a_5 \oplus a_7 \oplus \dots; \\ r_2 &= a_2 \oplus a_3 \oplus a_6 \oplus a_7 \oplus \dots; \\ r_3 &= a_4 \oplus a_5 \oplus a_6 \oplus a_7 \oplus \dots; \\ &\dots \end{aligned} \quad (1.48)$$

Первое уравнение включает в себя те разряды кодовой комбинации, в номерах которых в двоичной форме записи стоит единица в младшем разряде (при 2^0). Второе представляет собой сумму по модулю 2 всех разрядов, в двоичных номерах которых стоит единица на позиции 2^1 , т. е. в предпоследнем разряде. Третье составлено как сумма по модулю 2 тех разрядов, в двоичных номерах которых имеется единица на третьем месте, считая с конца (т. е. при 2^2), и т. д.

Анализ уравнений (1.48) показывает, что разряды a_1, a_2, a_4, \dots входят только по одному разу в каждое из этих уравнений. Поэтому именно эти разряды удобно принять в качестве проверочных. Приравнявая проверочные уравнения к нулю при отсутствии ошибок, т. е. Полагая $r_1=r_2=\dots=r_k=0$, можно найти

требуемые значения проверочных разрядов:

$$\begin{aligned} a_1 &= a_3 \oplus a_5 \oplus a_7 \oplus \dots; \\ a_2 &= a_3 \oplus a_6 \oplus a_7 \oplus \dots; \\ a_4 &= a_5 \oplus a_6 \oplus a_7 \oplus \dots; \end{aligned} \quad (1.49)$$

Так как информационные и проверочные разряды в полученной кодовой комбинации строго разграничены (разнесены), код Хемминга относят к разделимым кодам (в неразделимых кодах обычно отсутствует четкое деление на информационные и проверочные разряды).

На практике также широко распространена группа корректирующих кодов, называемых циклическими. Эти коды хорошо приспособлены для обнаружения и исправления не только одиночных ошибок, но и ошибок высокой кратности (пакетов ошибок), имеют простые кодирующие и декодирующие устройства.

При построении циклического кода удобно представить кодовую комбинацию в виде полинома:

$$A(x) = a_1 \cdot x^{n-1} + a_2 \cdot x^{n-2} + \dots + a_n \cdot x^0,$$

где x — фиктивная переменная, заменяющая собой число 2 — основание системы счисления. Так, например, от комбинации $A = (1011)_2 = 1 \cdot 2^3 + 0 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0$ можно перейти к полиному $A(x) = 1 \cdot x^3 + 0 \cdot x^2 + 1 \cdot x^1 + 1 \cdot x^0 = x^3 + x + 1$. Над полиномами можно производить любые алгебраические операции, как и над двоичными числами. Исключение составляет сложение, которое должно производиться только по модулю 2: $0 \cdot x^i + 0 \cdot x^i = 0 \cdot x^i$; $0 \cdot x^i + 1 \cdot x^i = 1 \cdot x^i$; $1 \cdot x^i + 0 \cdot x^i = 1 \cdot x^i$; $1 \cdot x^i + 1 \cdot x^i = 0 \cdot x^i$. Как следствие, $-1 \cdot x^i = 1 \cdot x^i$, т. е. вычитание заменяется сложением.

Циклические коды образуются путем умножения комбинации исходного кода, выраженной в виде полинома $A(x)$ степени $(n - 1)$, на образующий полином $G(x)$ степени k (в соответствии с указанным правилом, разрешенными считаются лишь те кодовые комбинации, которые делятся без остатка на полином $G(x)$). В качестве образующего полинома $G(x)$ обычно выбирают какой-либо неприводимый полином от аргумента x , т. е. такой, который не может быть представлен в виде произведения сомножителей — полиномов с вещественными коэффициентами. К неприводимым полиномам относятся: $G(x) = x + 1$; $G(x) = x^2 + x + 1$; $G(x) = x^3 + x^2 + 1$; $G(x) = x^3 + x + 1$; $G(x) = x^4 + x^3 + 1$ и т. д. Степень k образующего полинома $G(x)$ задается исходя из требования к корректирующей способности кода. Так, если циклический код должен обеспечивать обнаружение и исправление одиночной ошибки, то для определения значения k можно воспользоваться условием (1.47).

Характерное свойство циклических кодов — при циклической перестановке символов кодовой комбинации получается другая комбинация этого же кода. Например, если $A_1 = (1011)_2$ — комбинация циклического кода, то $A_2 = (0111)_2$ — также комбинация этого кода.

Пример. Для кодовой комбинации $A = (1001)$; имеем $A(x) = x^3 + 1$. Так как $n = 4$, то для кода с обнаружением и исправлением одиночной ошибки, с учетом (1.47), принимаем $k = 3$. Выбираем $G(x) = x^3 + x^2 + 1$. Перемножая полиномы $A(x)$ и $G(x)$, получаем $F(x) = A(x)G(x) = x^6 + x^5 + x^2 + 1$, т. е. комбинация циклического кода принимает вид $F = (1100101)_2$.

Декодирование циклического кода сводится к делению кодовых комбинаций на образующий полином $G(x)$. Если полученный при этом остаток $R(x)$ отличен от нуля, то это указывает на наличие ошибки, которая должна выявляться с помощью специальной логической схемы.

1.4. Структура цифровой системы записи-воспроизведения звука на основе оптического компакт-диска

В заключение этого раздела приведем структурную схему реального ЭПУ – системы цифровой передачи звука (например цифровая система записи-воспроизведения на/с оптический компакт диск) [10].

Принцип, на котором базируется способ передачи звуковых сигналов в цифровой форме, состоит в том, что полное воспроизведение любого сигнала на стороне приема возможно и в том случае, когда передается не весь сигнал, а лишь периодически выделяемые из него отсчеты. Очевидное техниче-

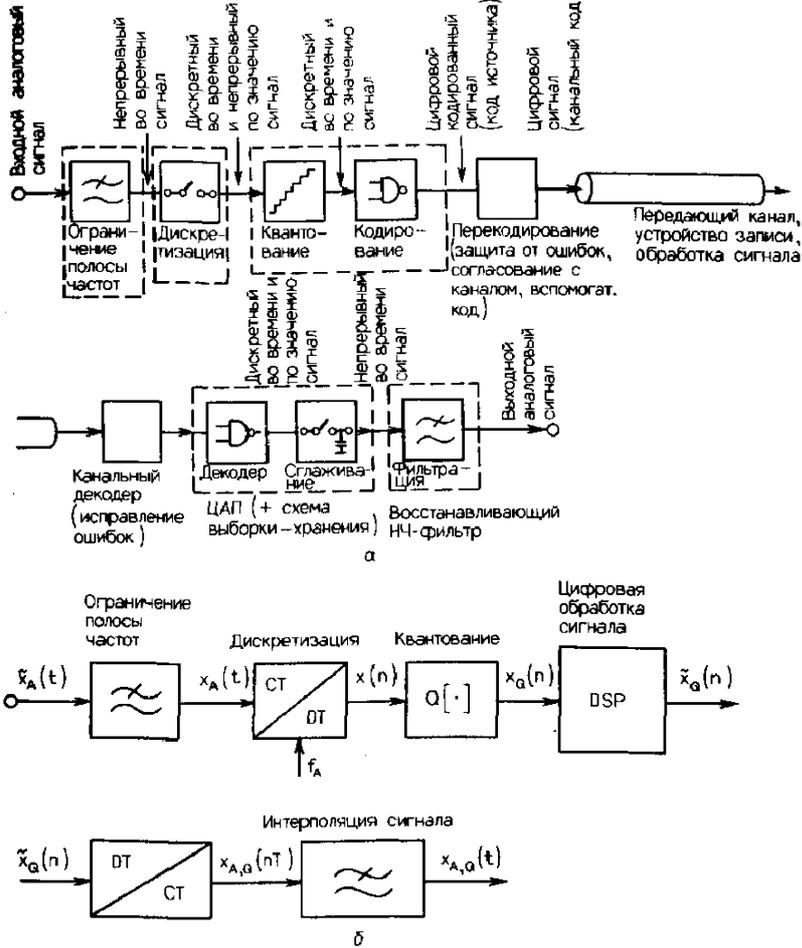


Рис. 1.25. Обобщенная структурная схема цифровой системы звукопередачи (а), системное представление (б)

путем введения контрольных символов (избыточность). На приемной стороне с помощью ЦАП вырабатывается сигнал, амплитуда которого в каждый момент времени соответствует амплитуде отсчета на стороне передачи. Наконец, сигнал подается на фильтр НЧ, который позволяет восстановить непрерывный во времени (аналоговый) сигнал.

ское достоинство такого способа передачи ничтожное влияние внешних помех на полученные в результате преобразования импульсные сигналы. Обработка цифровых сигналов проводится устройствами, легко поддающимися интеграции и обладающими высокой временной стабильностью свойств.

Обобщенная структурная схема системы цифровой звукопередачи показана на рис. 1.25. Аналоговый (непрерывный во времени) сигнал источника подается на фильтр, ограничивающий его частотную полосу. Затем из аналогового сигнала с помощью схемы выборки хранения выделяются отсчеты, т.е. производится квантование сигнала во времени. Далее сигнал поступает на АЦП, который преобразует амплитуду каждого отсчета в закодированные числа. Они и представляют собой цифровые сигналы, дискретные во времени и по величине. Для защиты от возможных ошибок, а также для согласования с параметрами канала передачи цифровой сигнал, как правило, перекодируется

2. Цифроаналоговые преобразователи (ЦАП)

При построении устройств, связывающих ЭВМ с объектами, использующими информацию в непрерывной форме, требуется преобразование информации из цифровой формы в аналоговую (непрерывную) и из аналоговой в цифровую (см. рис. 2.1.). Цифроаналоговые преобразователи (ЦАП) широко используются там, где необходимо с помощью цифровой информации, выдаваемой ЭВМ, управлять аналоговыми устройствами, например, осуществлять перемещения клапана, пропорциональные рассчитанному значению цифрового сигнала. Кроме того, ЦАП используются в составе аналого-цифровых преобразователей (АЦП) для формирования опорного аналогового сигнала (тока или напряжения), с которым сравнивается преобразуемый сигнал (см. ниже АЦП).

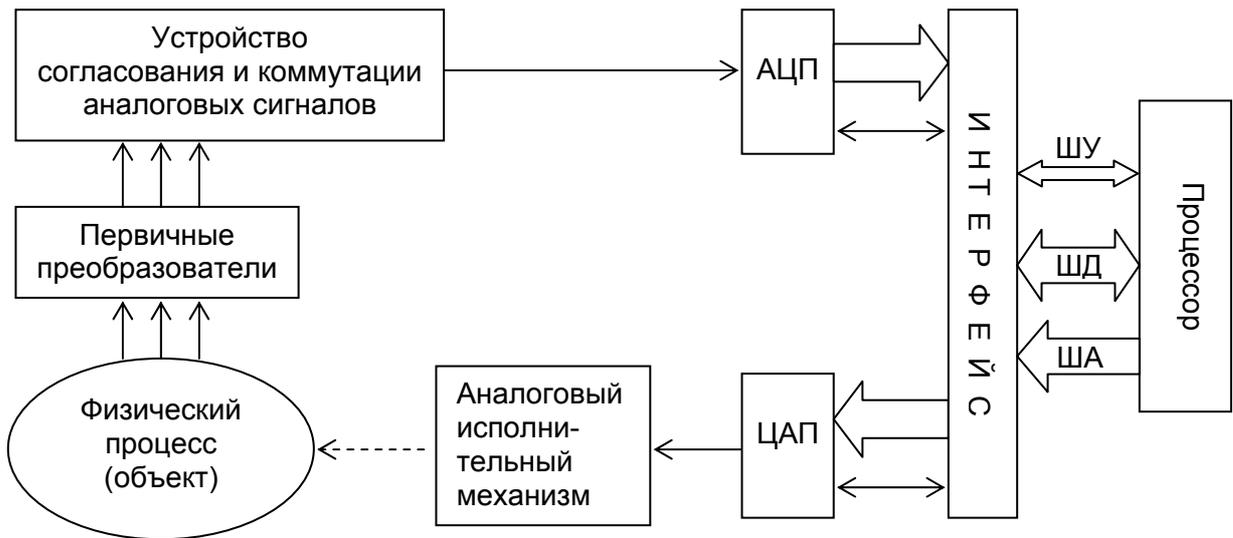


Рис. 2.1. Система цифровой обработки данных

Рассмотрим сначала цифро-аналоговое преобразование, поскольку оно проще с точки зрения принципа действия и способа построения, и, кроме того, ЦАП иногда на практике используются как компоненты аналого-цифровых преобразователей (АЦП).

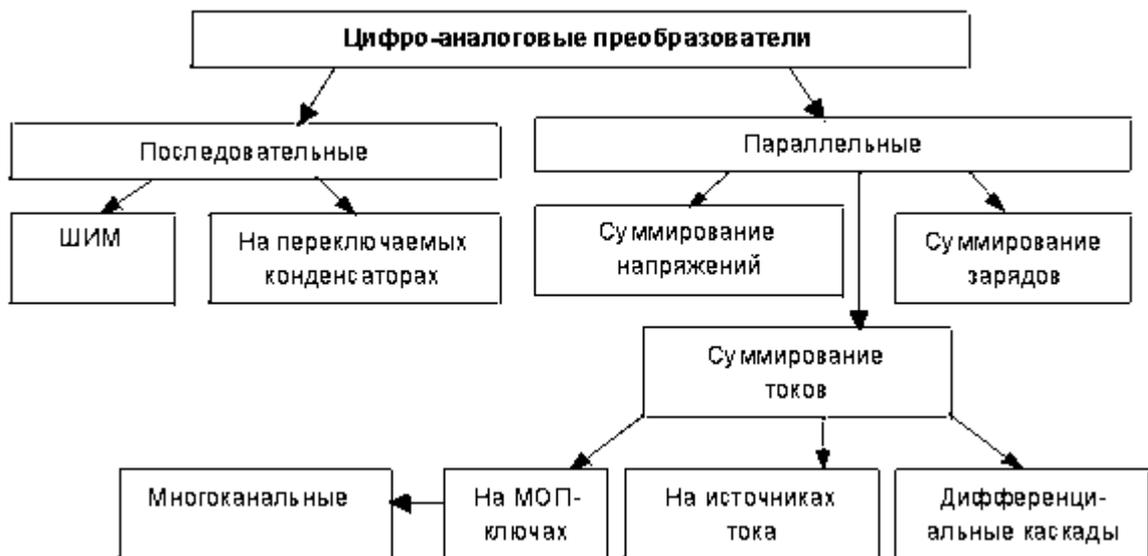


Рис. 2.2. Классификация ЦАП

Цифроаналоговым преобразователем (ЦАП) называется устройство, осуществляющее автоматическое преобразование входных значений, представленных числовыми кодами в эквивалентные им значения какой-нибудь физической величины (напряжения, тока). Преобразование обеспечивает соответствие между входным числовым значением N , и ее аналоговым эквивалентом $x(t)$. Количественная

связь для любого момента времени t , определяется соотношением $x(t) = N_{ii} \cdot \Delta x \pm \delta x_i$, где Δx — шаг квантования по уровню (аналоговый эквивалент единицы младшего разряда кода); δx_i — погрешность преобразования.

Цифро-аналоговый преобразователь (ЦАП) предназначен для преобразования числа, определенного, как правило, в виде двоичного кода, в напряжение или ток, пропорциональные значению цифрового кода. Схемотехника цифро-аналоговых преобразователей весьма разнообразна. На рис. 2.2 представлена классификационная схема ЦАП по схемотехническим признакам. Кроме этого, ИМС цифро-аналоговых преобразователей классифицируются по следующим признакам:

- По виду выходного сигнала: с токовым выходом и выходом в виде напряжения
- По типу цифрового интерфейса: с последовательным вводом и с параллельным вводом входного кода
- По числу ЦАП на кристалле: одноканальные и многоканальные
- По быстродействию: умеренного и высокого быстродействия

2.1. Параллельные ЦАП

2.1.1. ЦАП с суммированием весовых токов (с двоично-взвешенными сопротивлениями)

ЦАП с весовыми двоично-взвешенными сопротивлениями (рис. 2.3) состоит из следующих компонентов:

- 1) n ключей, по одному на каждый разряд, управляемых преобразуемым двоичным кодом N ;
- 2) матрицы двоично-взвешенных резисторов; источника опорного напряжения U_{on} ;
- 3) выходного операционного усилителя, с помощью которого суммируются токи, протекающие через двоично-взвешенные сопротивления, для получения аналогового выходного сигнала $U_{вых}$ пропорционального цифровому коду.

Регистр, который обычно является внешним устройством по отношению к ЦАП, вырабатывает двоичный код N , состоящий из n двоичных разрядов:

$$N = a_{n-1} \cdot 2^{n-1} + a_{n-2} \cdot 2^{n-2} + \dots + a_1 \cdot 2^1 + a_0 \cdot 2^0 = \sum_{i=0}^{n-1} a_i \cdot 2^i$$

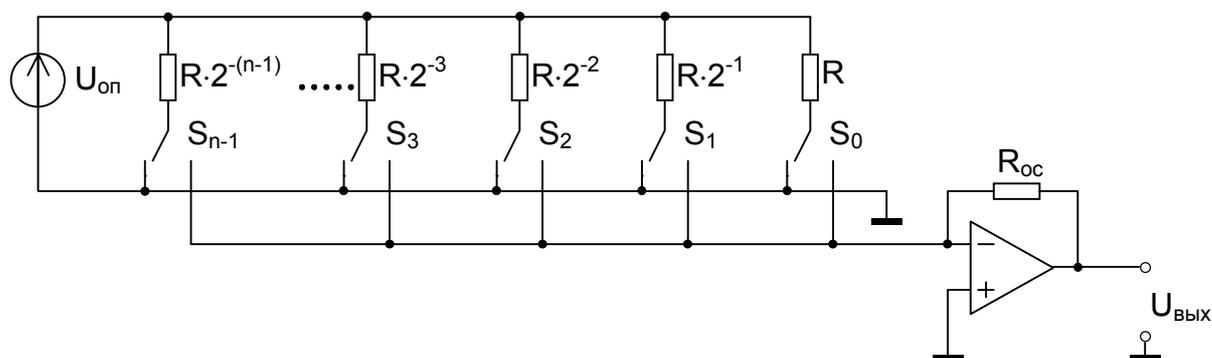


Рис. 2.3. ЦАП с двоично-взвешенными сопротивлениями

Каждый i -й разряд управляет ключом S_i который подключается к инвертирующему входу ОУ, когда $a_i = 1$, или к общей шине, когда $a_i = 0$. Сопротивления резисторов, соединенных с ключами, таковы, что обеспечивается пропорциональность протекающего в них тока двоичному весу соответствующего разряда входного кода. Сопротивление резистора в младшем разряде имеет значение R , сопротивление следующего резистора $R/2$ и т. д. до сопротивления резистора в старшем разряде, значение которого $R/2^{n-1}$. ОУ включен по схеме инвертирующего суммирующего усилителя, следовательно выходное напряжение определяется как

$$U_{вых} = -U_{on} \cdot \sum_{i=0}^{n-1} \frac{R_{oc}}{R \cdot 2^{-i}} \cdot a_i = -\frac{U_{on} \cdot R_{oc}}{R} \cdot \sum_{i=0}^{n-1} a_i \cdot 2^i \quad (2.1)$$

Максимальное выходное напряжение имеет место, когда все разряды примут значение равное 1. Номиналы сопротивлений в младшем и старшем разрядах отличаются в 2^{n-1} раз и должны быть

выдержаны с высокой точностью. Например, для 12-разрядного ЦАП использование в старшем разряде сопротивления 10 кОм потребует включения в младший разряд преобразователя сопротивления порядка 20 МОм. Это создает трудности при реализации ЦАП посредством интегральной технологии. К тому же к точности резисторов старших разрядов предъявляются более жесткие требования, поскольку разброс токов в них не должен превышать половины единицы младшего разряда. Поэтому разброс сопротивления в k -м разряде должен быть меньше, чем

$$\Delta I_k = \frac{\partial}{\partial R_k} \left[\frac{U_{on}}{R_k} \right] \cdot \Delta R_k = \frac{U_{on}}{R_k^2} \cdot \Delta R_k < \frac{1}{2} \cdot I_{МЗР} \Rightarrow \frac{U_{on}}{R_k^2} \cdot \Delta R_k < \frac{1}{2} \cdot \frac{U_{on}}{R_k \cdot 2^k} \Rightarrow \frac{\Delta R_k}{R_k} < \frac{1}{2^{k+1}} \quad (2.2)$$

$$\frac{\Delta R}{R} < 2^{-(k+1)} \quad (2.3)$$

Из этого условия следует, что разброс сопротивления резистора, например, в четвертом разряде (2^4) не должен превышать 3%, а в 10-м разряде (2^{10}) – 0,05% и т.д.

Рассмотренная схема при всей ее простоте обладает следующими недостатками:

- 1) значения сопротивлений весовых резисторов могут различаться в тысячи раз, а это делает весьма затруднительной реализацию этих резисторов в полупроводниковых ИМС.
- 2) сопротивление резисторов старших разрядов в многоразрядных ЦАП может быть соизмеримым с сопротивлением замкнутого ключа, а это приведет к погрешности преобразования.

2.1.2. ЦАП на основе матрицы R–2R

Эти недостатки устранены в схеме ЦАП AD7520 (отечественный аналог 572ПА1), разработанном фирмой Analog Devices в 1973 году, которая в настоящее время является по существу промышленным стандартом (по ней выполнены многие серийные модели ЦАП). Указанная схема представлена на рис. 2.4. В качестве ключей здесь используются МОП-транзисторы.

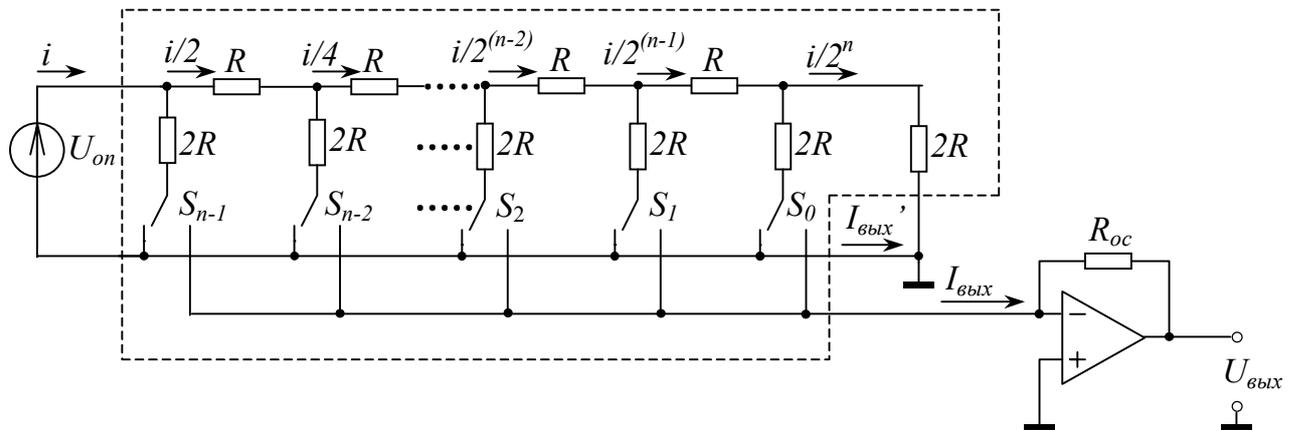


Рис. 2.4. ЦАП с матрицей R–2R с суммированием токов

В этой схеме задание весовых коэффициентов ступеней преобразователя осуществляют посредством последовательного деления опорного напряжения с помощью резистивной матрицы постоянного импеданса. Основной элемент такой матрицы представляет собой делитель напряжения (рис. 2.5), который должен удовлетворять следующему условию: если он нагружен на сопротивление R_H , то его входное сопротивление $R_{вх}$ также должно принимать значение R_H . Коэффициент ослабления цепи $\alpha = U_2/U_1$ при этой нагрузке должен иметь заданное значение. При выполнении этих условий получаем следующие выражения для сопротивлений:

$$\begin{cases} R_s + \frac{R_p R_H}{R_p + R_H} = R_H \\ \frac{R_p R_H}{R_p + R_H} = \alpha \end{cases} \Rightarrow \frac{R_p R_H}{(R_p + R_H) \cdot R_H} = \alpha \Rightarrow \frac{R_p}{R_p + R_H} = \alpha$$

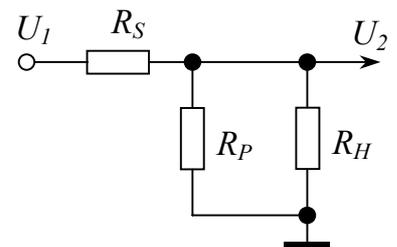


Рис. 2.5. Элемент резистивной матрицы

$$\Rightarrow R_s + \alpha \cdot R_H = R_H; \quad R_s = R_H \cdot (1 - \alpha) \quad (2.4)$$

$$R_p = \frac{\alpha}{1 - \alpha} \cdot R_H; \quad R_s = (1 - \alpha) \cdot R_H \quad (2.5)$$

При двоичном кодировании $\alpha = 0,5$. Если положить $R_H = 2R$, то

$$R_s = R \quad \text{и} \quad R_p = 2R \quad (2.6)$$

в соответствии с рис. 2.5.

Поскольку в любом положении переключателей S_k они соединяют нижние выводы резисторов с общей шиной схемы, источник опорного напряжения нагружен на постоянное входное сопротивление $R_{вх} = R$. Это гарантирует неизменность опорного напряжения при любом входном коде ЦАП.

Согласно рис. 2.4, выходные токи схемы определяются соотношениями:

$$I_{\text{вых}} = \frac{U_{\text{он}}}{R \cdot 2^n} \cdot \sum_{i=0}^{n-1} a_i \cdot 2^i = \frac{U_{\text{он}}}{R \cdot 2^n} \cdot A \quad (2.7)$$

$$I'_{\text{вых}} = \frac{U_{\text{он}}}{R \cdot 2^n} \cdot \sum_{i=0}^{n-1} \bar{a}_i \cdot 2^i = \frac{U_{\text{он}}}{R \cdot 2^n} \cdot \bar{A} \quad (2.8)$$

выходное напряжение:

$$U_{\text{вых}} = -R_{\text{oc}} \cdot I_{\text{вых}} = -U_{\text{он}} \frac{R_{\text{oc}}}{R \cdot 2^n} \sum_{i=0}^{n-1} a_i \cdot 2^i = -U_{\text{он}} \frac{R_{\text{oc}}}{R \cdot 2^n} \cdot A \quad (2.9)$$

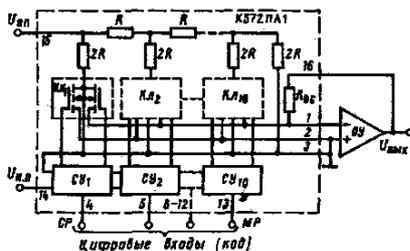
а входной ток:

$$I_{\text{вх}} = I = I_{\text{вых}} + I'_{\text{вых}} + \frac{U_{\text{он}}}{R \cdot 2^n} = \frac{U_{\text{он}}}{R} \quad (2.10)$$

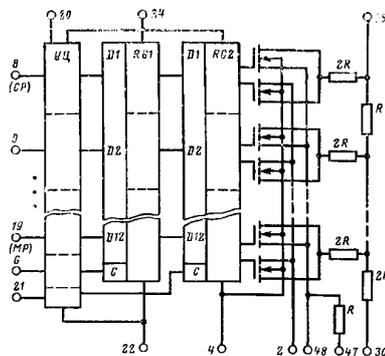
Поскольку нижние выводы резисторов $2R$ матрицы при любом состоянии переключателей S_i соединены с общей шиной схемы через низкое сопротивление замкнутых ключей, напряжения на ключах всегда небольшие, в пределах нескольких милливольт. Это упрощает построение ключей и схем управления ими и позволяет использовать опорное напряжение из широкого диапазона, в том числе и различной полярности. Поскольку выходной ток ЦАП зависит от $U_{\text{оп}}$ линейно (см. (2.7)), преобразователи такого типа можно использовать для умножения аналогового сигнала (подавая его на вход опорного напряжения) на цифровой код. Такие ЦАП называют *перемножающими* (MDAC).

В рассмотренной схеме ЦАП используется токовый режим работы суммирующего элемента, т.е. ОУ выполняет *суммирование токов*. Несложно видеть, что выходной ток $I_{\text{вых}}$ определяется как

$$I_{\text{вых}} = \frac{U_{\text{он}}}{R \cdot 2^n} \sum_{i=0}^{n-1} a_i \cdot 2^i = \frac{U_{\text{он}}}{R} \cdot N, \quad \text{где } 0 \leq N < 1 \quad (2.11)$$



а)



б)

Рис. 2.6. Функциональные схемы отечественных ЦАП на КМОП-ключах: а — **K572PA1**, б — **K572PA2**

Формирование разрядных токов в рассматриваемых ЦАП осуществляется с помощью ключей, коммутирующих токи (токовых ключей). Потенциалы между контактами таких ключей близки к 0, и следовательно переходные процессы протекают быстрее. По таким схемам (с КМОП токовыми ключами) реализованы ИМС 10- и 12-разрядных ЦАП **K572PA1**, **K572PA2** (рис. 2.6) с временем преобразования соответственно 5 мкс и 15 мкс. Отличие **K572PA2** от **K572PA1** состоит в наличие

двух последовательно включенных регистров RG1 и RG2, позволяющих записывать и хранить цифровую информацию, а также управлять аналоговыми переключателями тока (RG2). Это делает данную БИС удобной для организации связи с микропроцессором.

Упрощенная схема КМОП переключателя представлена на рис. 2.7, а, на рис. 2.7, б представлена более подробная схема. В этой схеме транзисторы VT1, VT2 служат для согласования с микросхемами на входе ЦАП, транзисторы VT4—VT7 используются для управления ключевыми транзисторами VT8, VT9, которые подключают разрядные токи резистивной матрицы к одной из двух выходных шин. Через транзистор VT3 осуществляется положительная обратная связь для уменьшения времени переключения.

Точность ЦАП на КМОП-ключах снижает то обстоятельство, что при высокой разрядности необходимо согласовывать сопротивления R_0 ключей с разрядными

токами. Особенно это важно для ключей старших разрядов. Например, в 10-разрядном ЦАП AD7520 (MAX7521 – 1474.pdf) ключевые МОП-транзисторы шести старших разрядов сделаны разными по площади и их сопротивление R_0 нарастает согласно двоичному коду (20, 40, 80, ..., 640 Ом). Таким способом уравниваются (до 10 мВ) падения напряжения на ключах первых шести разрядов, что обеспечивает монотонность и линейность переходной характеристики ЦАП. 12-разрядный ЦАП 572ПА2 имеет дифференциальную нелинейность до 0,025% (1 МЗР).

ЦАП на МОП-ключах имеют относительно низкое быстродействие из-за большой входной емкости МОП-ключей. Тот же 572ПА2 имеет время установления выходного тока при смене входного кода от 000...0 до 111...1, равное 15 мкс. 12-разрядный DAC7611 фирмы Burr-Brown имеет время установления выходного напряжения 10 мкс. В то же время ЦАП на МОП-ключах имеют минимальную мощность потребления. Тот же DAC7611 потребляет всего 2,5 мВт. В последнее время появились модели ЦАП рассмотренного выше типа с более высоким быстродействием. Так 12-разрядный AD7943 (1389.pdf) имеет время установления тока 0,6 мкс и потребляемую мощность всего 25 мкВт. Малое собственное потребление позволяет запитывать такие микромощные ЦАП прямо от источника опорного напряжения. При этом они могут даже не иметь вывода для подключения ИОН, например, AD5321.

Примерами ЦАП рассматриваемого типа являются также MAX5480 (1784.pdf), AD7524 (1297.pdf), AD7533 (1299.pdf), AD7542 (1306.pdf).

Основные схемы включения

1) Как видно из (2.9), выходное напряжение ЦАП при включении внешнего ОУ (рис. 2.4) пропорционально произведению дробного значения входного кода N и опорного напряжения U_{on} :

$$U_{вых} = KU_{on} N, \quad \text{где } N = \frac{\sum_{i=0}^{n-1} a_i 2^i}{2^n} < 1$$

Таким образом ЦАП можно использовать в качестве **умножителя двух сигналов: цифрового и аналогового**. Малая зависимость сопротивления открытого ключа на МОП-транзисторе от амплитуды и направления протекающего тока (линейный участок выходной характеристики) в КМОП-ЦАП позволяет изменять U_{on} по амплитуде и знаку в пределах -17...17В. Если вторую функцию подать в цифровом виде на входы разрядов $a_9...a_0$, то на выходе ЦАП будет сигнал пропорциональный произведению

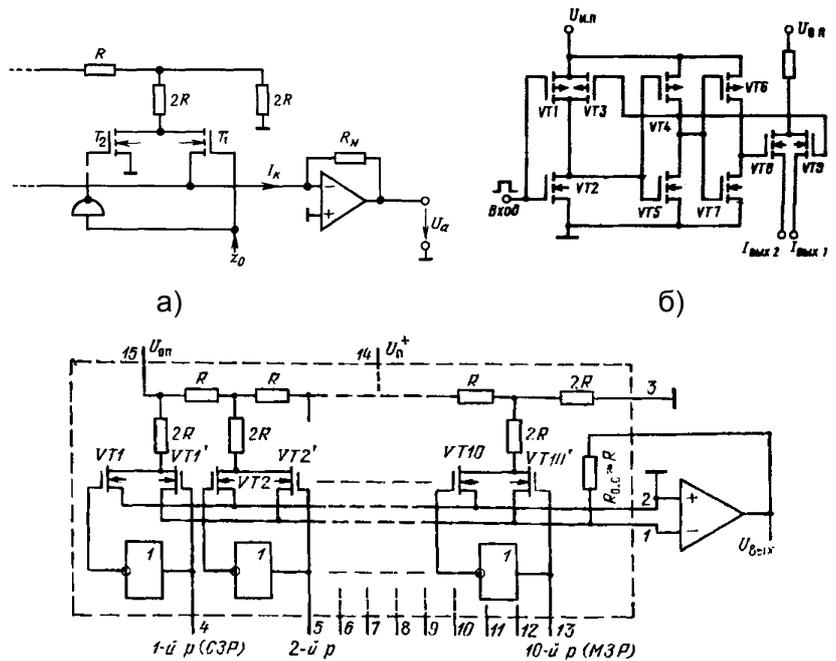


Рис. 2.7. Схемы КМОП переключателей: а — упрощенная, б — подробная, в — упрощенная схема ЦАП

аналогового и цифрового сигналов (перемножающий ЦАП). Таким образом с помощью основной схемы включения (рис. 2.4) можно реализовать **двухквадрантное умножение**. При этом используется двухполярный источник сигнала, подключаемый ко входу опорного напряжения U_{on} и обычный n-разрядный двоичный код. Реальная схема двухквадрантного перемножителя на основе MAX5480 и внешнего ОУ приведена на рис. 2.8, б.

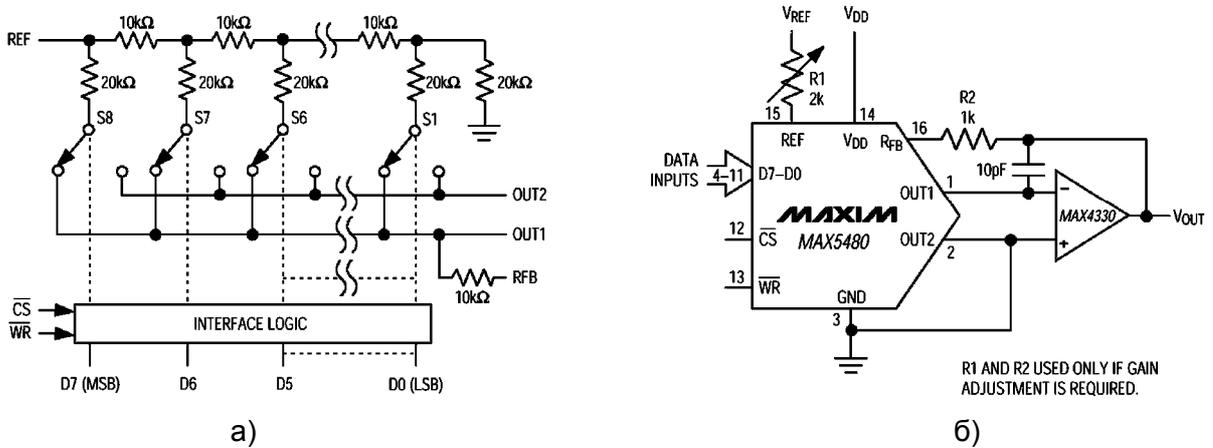


Рис. 2.8. Структурная схема ЦАП MAX5480 (а) и схема двухквадрантного перемножителя на ее основе (б)

Рассмотренное свойство умножающего ЦАП используется также для усиления аналогового сигнала с переменным коэффициентом, когда коэффициент усиления аналогового сигнала модулируется входным цифровым кодом (*усилитель с программируемым коэффициентом передачи*). При этом усиливаемый аналоговый сигнал подается на вход U_{on} (V_{ref}).

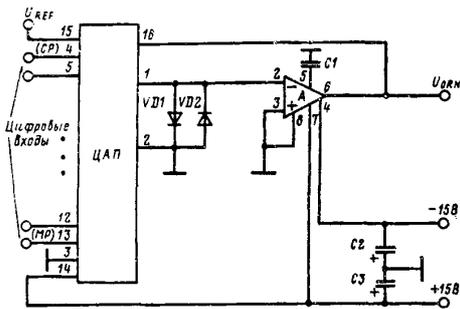


Схема включения **K572PA1** в режиме двухквадратного умножения

2) Умножающий ЦАП также может быть использован и для **деления входного аналогового напряжения на число**. Для этого его охватывают цепью отрицательной обратной связи (рис. 2.9).

$$\left. \begin{aligned} I_{\text{вых}} &= \frac{U_{\text{вх}}}{R} N \\ I_{\text{вых}} &= -\frac{U_{\text{вх}}}{R_1} \end{aligned} \right\} \Rightarrow U_{\text{вых}} = -\frac{R}{R_1} \frac{U_{\text{вх}}}{N}$$

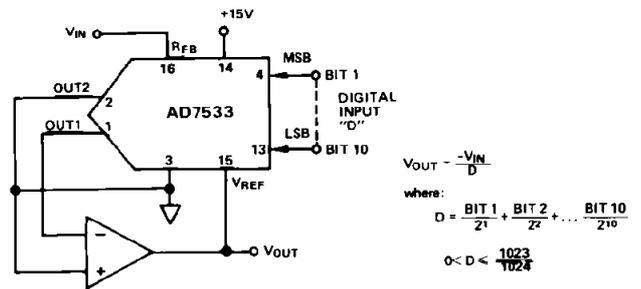
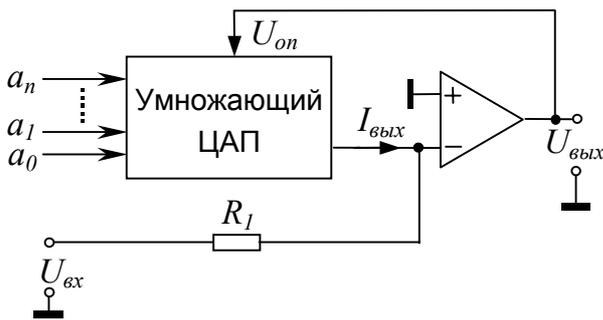


Рис. 2.9. Устройство деления аналоговой величины на код

3) До сих пор при описании ЦАП цифровая входная информация представлялась в виде чисел, не имеющих знака. Обработка чисел со знаком имеет определенные особенности. Обычно двоичные числа с любым знаком представляются с использованием дополнительного двоичного разряда. Например, с помощью 8 разрядов можно представить числа в диапазоне -128...+127 (*дополнительный код*). При вводе чисел в дополнительном коде в ЦАП путем прибавления 128 сдвигают этот диапазон до отрезка 0...255. Числа большие 128 при этом считаются положительными, а числа меньше 128, – отрицательными. Среднее значение 128 соответствует нулю. Такое представление чисел, имеющих знак, через положительные числа называют сдвигом двоичного представления. Прибавление 128 можно очень

просто связать с отрицанием знакового разряда. В общем случае для n-разрядного ЦАП отрицается старший (знаковый) разряд a_{n-1} .

Чтобы после этого получить при цифро-аналоговом преобразовании выходное напряжение с правильным знаком, необходимо осуществить обратный сдвиг путем вычитания половины максимального тока $I/2$ (максимального выходного напряжения).

Рассмотрим схему рис. 2.4. Как видно из схемы: $I = I_{\text{вых}} + I'_{\text{вых}} + \frac{I}{2^n}$

Найдем разность токов $I_s = 2I_{\text{вых}} - I = 2(I_{\text{вых}} - I/2)$:

$$I_s = 2I_{\text{вых}} - I = 2I_{\text{вых}} - \left(I_{\text{вых}} + I'_{\text{вых}} + \frac{I}{2^n} \right) = I_{\text{вых}} - I'_{\text{вых}} - \frac{I}{2^n}$$

При $0 \leq I_{\text{вых}} < I/2$, входной код $A = 0 \dots 2^{(n-1)} - 1$ (000...000 – 011...111, т.е. $a_{n-1} = 0$)

$$\text{Суммарный ток } I_s = -I'_{\text{вых}} - I/2^n \quad I_{s\text{max}} = 2 \cdot (I(2^{(n-1)} - 1)/2^n - I/2) = -I/2^{(n-1)}$$

При $I/2 \leq I_{\text{вых}} < I$, входной код $A = 2^{(n-1)} \dots 2^n - 1$ (100...000 – 111...111, т.е. $a_{n-1} = 1$)

$$\text{Суммарный ток } I_s = I_{\text{вых}} - I'_{\text{вых}} - I/2^n \quad I_{s\text{max}} = 2 \cdot (I(2^n - 1)/2^n - I/2) = I - I/2^{(n-1)}$$

Таким образом, суммарный ток I_s прямо пропорционален входному двоичному числу, представленному в дополнительном коде, если проинвертировать старший разряд входного кода a_{n-1} . Исходя из вышеприведенных рассуждений схема четырехквadrантного умножения выглядит как показано на рис. 2.10.

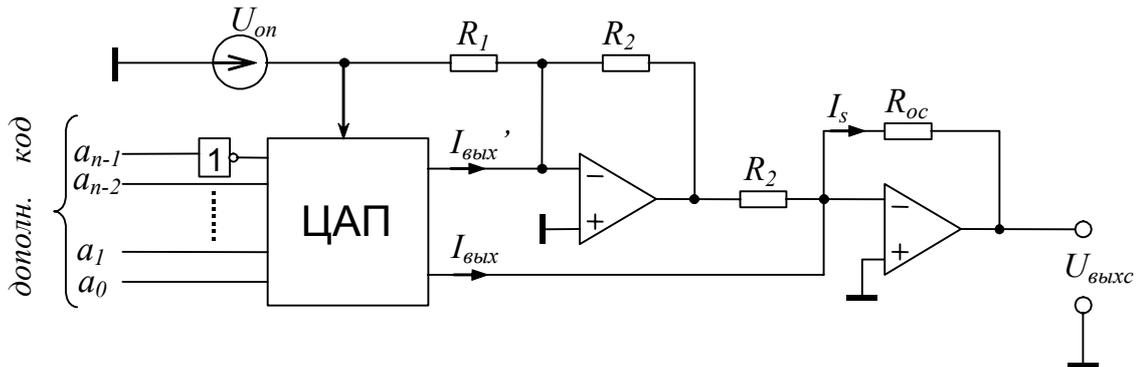


Рис. 2.10. Схема четырехквadrантного умножения для чисел в дополнительном коде с улучшенной стабильностью нуля

$$I_s = I_{\text{вых}} - I'_{\text{вых}} \cdot \frac{R_2}{R_2} - \frac{U_{on}}{R_1} \cdot \frac{R_2}{R_2} = I_{\text{вых}} - \left(I - I_{\text{вых}} - \frac{I}{2^n} \right) - \frac{U_{on}}{R \cdot 2^n} = 2 \left(I_{\text{вых}} - \frac{I}{2} \right) = 2 \frac{U_{on}}{R} \left(N - \frac{1}{2} \right)$$

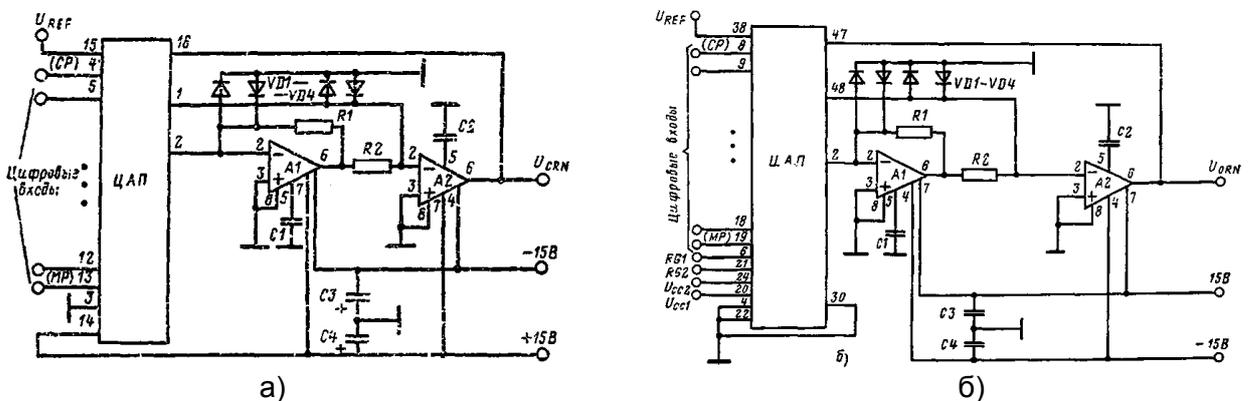


Рис. 2.11. Схемы включения **K572PA1** (а) и **K572PA2** (б) в режиме четырехквadrантного умножения

В этой схеме либо $R_1 = R \cdot 2^n$, а R_2 – любое; либо $R_1/R_2 = 2^n$ и $R_2 = R$. Если пренебречь током единицы младшего разряда в последнем плече резистивной матрицы (см. рис. 2.4), то R_1 может отсутствовать, при этом R_2 – любое. Такая схема четырехквadrантного умножения и приведена на рис. 2.11 для БИС **K572PA1**, 2. Очевидно, что при такой схеме включения получение на выходе нулевого напряжения невозможно.

Отметим, что для представления чисел со знаком на входе ЦАП при цифро-аналоговом преобразовании часто используют *двоичный смещенный код*, который получается из дополнительного кода числа путем отрицания старшего разряда. При этом в схеме рис. 2.10 инвертор на входе старшего разряда не нужен. Отрицательные числа при представлении их двоичным смещенным кодом имеют старший разряд равный 0, положительные – 1, остальные разряды совпадают с дополнительным кодом числа.

Еще один вариант схемы четырехквadrантного перемножителя представлен на рис. 2.12. В этом случае результирующее выходное напряжение $U_{\text{вых}}$:

$$U_{\text{вых}} = -\left[\frac{-I_{\text{вых}} \cdot R}{R} \cdot 2R\right] + \frac{U_{\text{on}}}{2R} \cdot (-2R) = \frac{U_{\text{on}}}{R} \cdot N \cdot 2R - U_{\text{on}} = 2U_{\text{on}} \cdot N - U_{\text{on}} =$$

$$= 2U_{\text{on}}(N - 0.5), \quad \text{где } 0 \leq N < 1$$

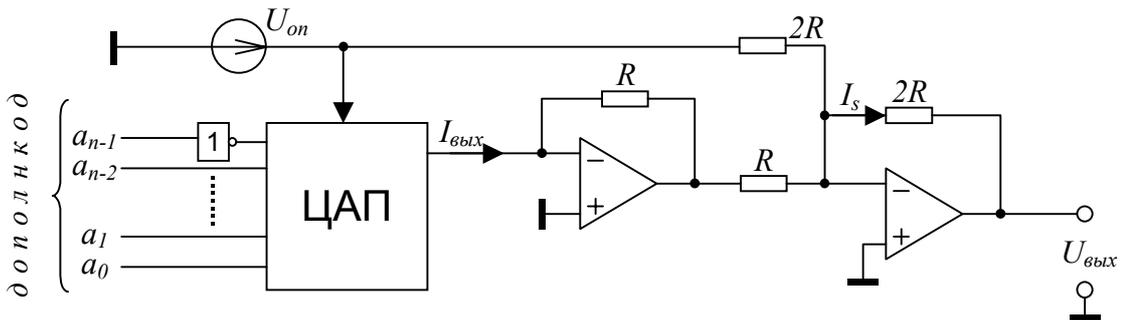


Рис. 2.12. Схема четырехквadrантного умножения для чисел в дополнительном коде с улучшенной стабильностью нуля

На рис. 2.13 представлена реализация четырехквadrантного перемножителя на базе ИМС ЦАП МАХ5480. Здесь использована схема четырехквadrантного умножения, представленная на рис. 2.12.

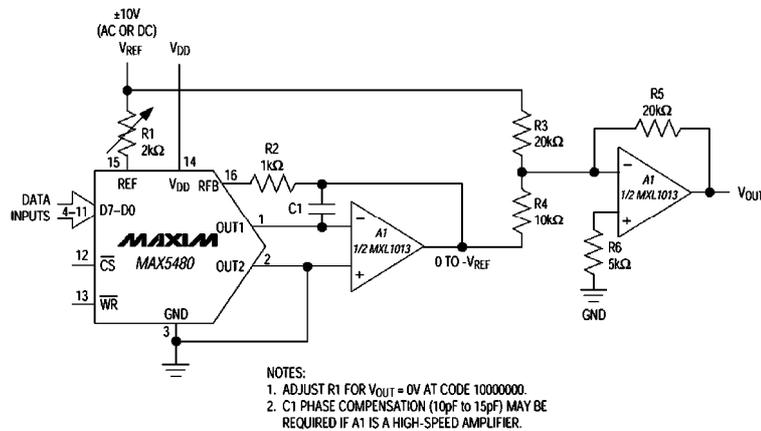


Рис. 2.13. Схема четырехквadrантного умножения на основе ЦАП МАХ5480

2.1.3. Формирование выходного сигнала в виде напряжения

Как стало уже понятным из предыдущего изложения существует несколько способов формирования выходного напряжения для ЦАП с суммированием весовых токов. Два из них показаны на рис. 2.14.

На рис. 2.14, а приведена схема с преобразователем тока в напряжение на операционном усилителе (ОУ). Эта схема пригодна для всех ЦАП с токовым выходом. Поскольку пленочные резисторы, определяющие весовые токи ЦАП имеют значительный температурный коэффициент сопротивления, резистор обратной связи $R_{\text{ос}}$ следует изготавливать на кристалле ЦАП и в том же технологическом процессе, что обычно и делается. Это позволяет снизить температурную нестабильность преобразователя в 300...400 раз.

Для ЦАП на МОП-ключках с учетом (2.7) выходное напряжение схемы на рис. 2.14, а.

$$U_{\text{вых}} = -R_{OC} \cdot I_{\text{вых}} = -\frac{R_{oc}}{R \cdot 2^n} \cdot U_{on} \cdot A$$

Обычно сопротивление резистора обратной связи $R_{oc}=R$ (см. рис. 2.8, а). В таком случае:

$$U_{\text{вых}} = -\frac{1}{2^n} \cdot U_{on} \cdot A = N \cdot U_{on}, \quad \text{где } 0 \leq N < 1 \quad (2.12)$$

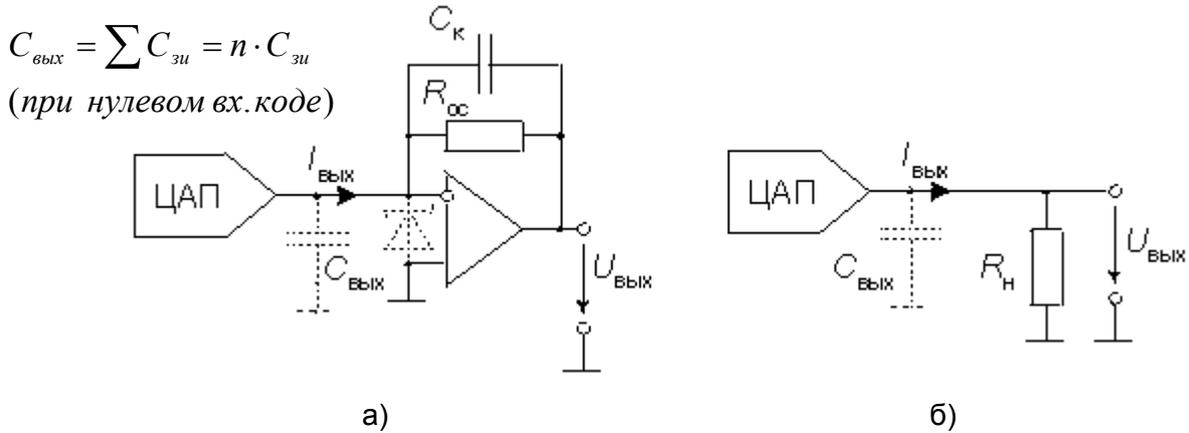


Рис. 2.14. Формирование напряжения по токовому выходу ЦАП

Большинство моделей ЦАП имеет значительную выходную емкость. Например, у AD7520 с МОП-ключами в зависимости от входного кода $C_{\text{вых}}$ составляет величину 30...120 пФ, у AD565A с источниками тока $C_{\text{вых}}=25$ пФ. Эта емкость совместно с выходным сопротивлением ЦАП и резистором R_{oc} создает дополнительный полюс частотной характеристики петли обратной связи ОУ, который может вызвать неустойчивость в виде самовозбуждения. Особенно это опасно для ЦАП с МОП-ключами при нулевом входном коде. При $R_{oc}=10$ кОм частота второго полюса составит около 100 кГц при 100%-ной глубине обратной связи. В таком случае усилитель, частота единичного усиления которого f_m превышает 500 кГц, будет иметь явно недостаточные запасы устойчивости. Для сохранения устойчивости можно включить параллельно резистору R_{oc} конденсатор C_K , емкость которого в первом приближении можно взять равной $C_{\text{вых}}$. Для более точного выбора C_K необходимо провести полный анализ устойчивости схемы с учетом свойств конкретного ОУ. Эти мероприятия настолько серьезно ухудшают быстродействие схемы, что возникает парадоксальная ситуация: для поддержания высокого быстродействия даже недорогого ЦАП может потребоваться относительно дорогой быстродействующий (с малым временем установления) ОУ.

Ранние модели ЦАП с МОП-ключами (AD7520, 572ПА1 и др.) допускают отрицательное напряжение на ключах не выше 0,7 В, поэтому для защиты ключей между выходами ЦАП следует включать диод Шоттки, как это показано на рис. 2.14, а.

Для цифро-аналогового преобразователя на источниках тока преобразование выходного тока в напряжение может быть произведено с помощью резистора (рис. 2.14, б). В этой схеме невозможно самовозбуждение и сохранено быстродействие, однако амплитуда выходного напряжения должна быть небольшой (например, для AD565A (1164.pdf) в биполярном режиме в пределах ± 1 В). В противном случае транзисторы источников тока могут выйти из линейного режима. Такой режим обеспечивается при низких значениях сопротивления нагрузки: $R_H \approx 1$ кОм. Для увеличения амплитуды выходного сигнала ЦАП в этой схеме к ее выходу можно подключить неинвертирующий усилитель на ОУ.

Для ЦАП с МОП-ключами, чтобы получить выходной сигнал в виде напряжения, можно использовать инверсное включение резистивной матрицы (рис. 2.15).

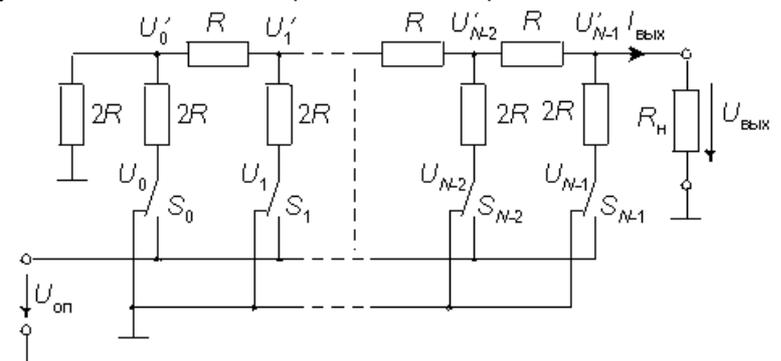


Рис. 2.15. Инверсное включение ЦАП с МОП-ключами

Для расчета выходного напряжения найдем связь между напряжением U_j на ключе S_j и узловым напряжением U_i . Воспользуемся принципом суперпозиции. Будем считать равными нулю все напряжения на ключах, кроме рассматриваемого напряжения U_i . При $R_H=2R$ к каждому узлу подключены справа и слева нагрузки сопротивлением $2R$. Воспользовавшись методом двух узлов, получим

$$U'_i = \frac{\frac{U_i}{2R}}{\frac{1}{2R} + \frac{1}{2R} + \frac{1}{2R}} = \frac{U_i}{3}$$

Выходное напряжение ЦАП найдем как общее напряжение на крайнем правом узле, вызванное суммарным действием всех U_i . При этом напряжения узлов суммируются с весами, соответствующими коэффициентам деления резистивной матрицы $R-2R$. Получим:

$$U_{\text{вых}} = \frac{1}{3 \cdot 2^{n-1}} \cdot \sum_{k=0}^{n-1} U_k \cdot 2^k = \frac{U_{\text{он}}}{3 \cdot 2^{n-1}} \cdot A$$

Для определения выходного напряжения при произвольной нагрузке воспользуемся теоремой об эквивалентном генераторе. Из эквивалентной схемы ЦАП на рис. 2.16 видно, что:

$$U_{\text{вых}} = \frac{E_{\mathcal{G}} \cdot R_H}{R_{\mathcal{G}} + R_H} \quad (2.13)$$

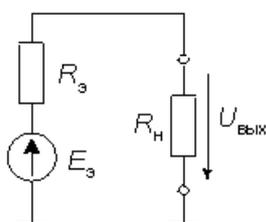


Рис. 2.16

Откуда э.д.с. эквивалентного генератора

$$E_{\mathcal{G}} = U_{\text{вых}} \cdot \left(1 + \frac{R_{\mathcal{G}}}{R_H}\right) \quad (2.14)$$

Эквивалентное сопротивление генератора $R_{\mathcal{G}}$ совпадает со входным сопротивлением матрицы $R-2R$, т.е. $R_{\mathcal{G}}=R$. При $R_H=2R$ из (2.14) получим:

$$E_{\mathcal{G}} = \frac{U_{\text{он}}}{2^n} \cdot A \quad (2.15)$$

Подставив (2.15) в (2.13), для произвольной нагрузки получим

$$U_{\text{вых}} = \frac{R_H}{R + R_H} \cdot \frac{U_{\text{он}}}{2^n} \cdot A$$

В частности, при $R_H=\infty$:

$$U_{\text{вых}} = \frac{U_{\text{он}}}{2^n} \cdot A = U_{\text{он}} \cdot N, \quad \text{где } 0 \leq N < 1 \quad (2.16)$$

Недостатками этой схемы являются: большое падение напряжения на ключах, изменяющаяся нагрузка источника опорного напряжения и значительное выходное сопротивление. Вследствие первого недостатка по этой схеме нельзя включать ЦАП типа 572ПА1 или 572ПА2, но можно 572ПА6 и 572ПА7. Из-за второго недостатка источник опорного напряжения должен обладать низким выходным сопротивлением, в противном случае возможна немонотонность характеристики преобразования. Тем не менее, инверсное включение резистивной матрицы довольно широко применяется в ИМС ЦАП с выходом в виде напряжения, например, в 12-ти разрядном **MAX531**, включающем также встроенный ОУ в неинвертирующем включении в качестве буфера, или в 16-ти разрядном **MAX542** без встроенного буфера. 12-ти разрядный ЦАП **AD7390** (1957.pdf) построен на инверсной матрице с буферным усилителем на кристалле и потребляет всего 0,3 мВт мощности. Правда его время установления достигает 70 мкс.

К параллельным ЦАП с выходом напряжения, использующим инверсное включение резистивной матрицы принадлежат серийные ИМС фирмы Analog Devices **DAC8652** (1896.pdf), **AD7224** (1257.pdf), **DAC8512** (1895.pdf), **AD8522** (1427.pdf), **AD8582** (1428.pdf) **AD8600** (1429.pdf); фирмы MAXIM — **MAX7224** (1358.pdf), **MAX503** (1115.pdf), **MAX530** (1122.pdf), **MAX 507,508** (1543.pdf) и др.

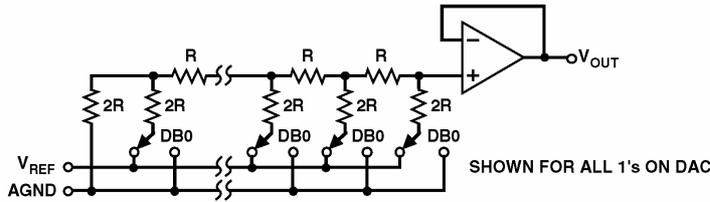
Ниже на рисунках приведены структурные схемы и схемы включения некоторых серийных ЦАП из этого списка. Следует отметить, что схемы включения зависят от схемотехнической реализации выходного буферного усилителя, построенного на операционном усилителе.

Так, например, если буферный усилитель представляет собой повторитель на ОУ (рис. 2.17, а), то для получения двуполярного выхода используется внешний ОУ (см. рис. 2.17, в), вычитающий из выходного напряжения ЦАП половину напряжения полной шкалы и умножающий эту разность на 2. Согласно принципу суперпозиции выходное напряжение схемы рис. 2.17, в определяется как:

$$U_{\text{вых ОУ}} = -U_{\text{он}} \cdot \frac{R_2}{R_1} + \frac{A}{2^n} \cdot U_{\text{он}} \cdot \left(\frac{R_2}{R_1} + 1 \right) = N \cdot U_{\text{он}} \cdot \left(1 + \frac{R_2}{R_1} \right) - U_{\text{он}} \cdot \frac{R_2}{R_1}$$

При $R_2=R_1$, имеем:

$$U_{\text{вых ОУ}} = N \cdot U_{\text{он}} \cdot 2 - U_{\text{он}} = 2 \cdot U_{\text{он}} \left(N - \frac{1}{2} \right) \quad (2.17)$$



$$V_O = \left(1 + \frac{R_2}{R_1} \right) \cdot (D \cdot V_{REF}) - \left(\frac{R_2}{R_1} \right) \cdot (V_{REF})$$

With $R_1 = R_2$

$$V_O = (2D - 1) \cdot V_{REF}$$

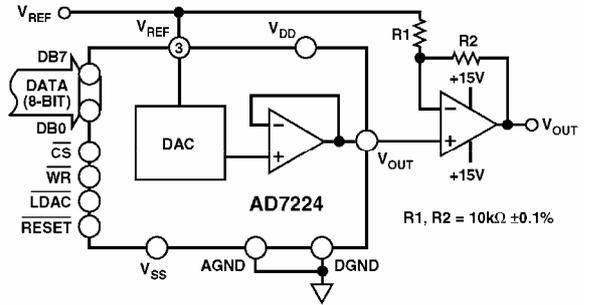
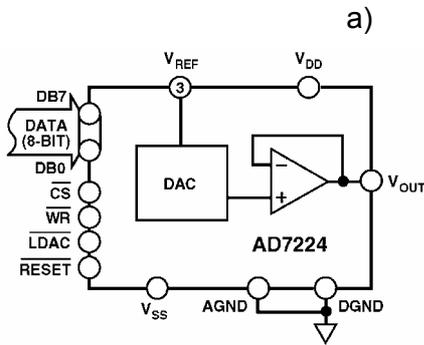


Рис. 2.17. ЦАП AD7224: а — структурная схема, б — схема с однополярным выходом, в — схема с биполярным выходом

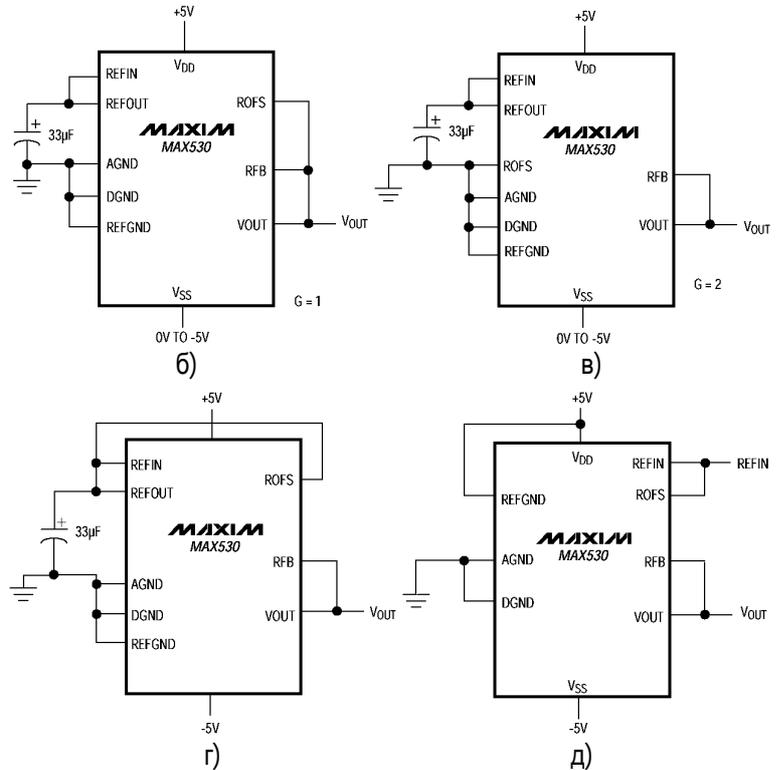
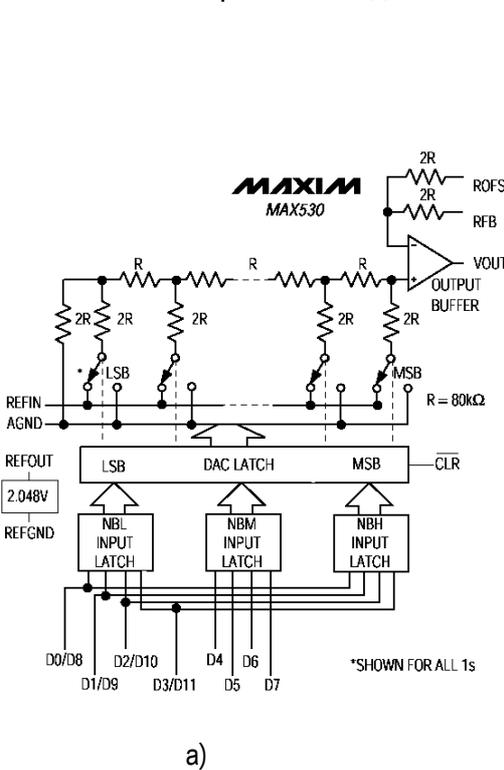


Рис. 2.18. ЦАП с инверсной РМ и выходом по напряжению MAX5300: а — функциональная схема; б — униполярное включение $0 < U_{\text{Вых}} < 2.048V$; в — униполярное включение $0 < U_{\text{Вых}} < 4.096V$; г — биполярное включение $-2.048 < U_{\text{Вых}} < 2.048V$; д — четырехквadrантный перемножитель.

У ЦАП с инверсной резистивной матрицей и другой схемой включения выходного буферного ОУ (см. рис. 2.18, а) можно более просто реализовать биполярный режим (рис. 2.18, г, д). Для работы ЦАП в униполярном включении свободный вывод верхнего по схеме резистора R_{OFS} не подключают или включают в параллель с R_{FB} (рис. 2.18, б), либо подключают к общей точке схемы для удвоения выходного напряжения (рис. 2.18, в). Для работы в биполярном включении свободный вывод этого резистора соединяют со входом опорного напряжения ЦАП (рис. 2.18, г, д). ОУ в этом случае работает в дифференциальном включении и его выходное напряжение с учетом (2.16):

$$\frac{U_{\text{вых}} - U_{\text{цан}}}{2R} = \frac{U_{\text{цан}} - U_{\text{он}}}{2R} \Rightarrow U_{\text{вых}} = 2U_{\text{ЦАП}} - U_{\text{он}} = 2U_{\text{он}} \left(\frac{A}{2^n} - \frac{1}{2} \right) = 2U_{\text{он}} \left(N - \frac{1}{2} \right) \quad (2.18)$$

Схема делителя на основе ЦАП с выходом в виде напряжения, построенном на инверсной резистивной матрице и включающем буферный ОУ, приведена на рис. 2.19. Выходное и входное напряжения этой схемы связаны уравнением:

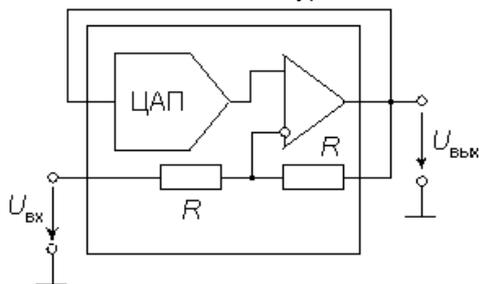


Рис. 2.19. Двухквadrантный делитель на основе ЦАП с инверсной РМ

$$U_{\text{вых}} - U_{\text{цан}} = U_{\text{цан}} - U_{\text{ex}} \Rightarrow U_{\text{вых}} = \frac{2U_{\text{вых}}A}{2^n} - U_{\text{ex}} \quad (2.19)$$

Отсюда следует:

$$U_{\text{вых}} = \frac{U_{\text{ex}} 2^{n-1}}{A - 2^{n-1}} = \frac{U_{\text{ex}}}{2N - 1} = \frac{U_{\text{ex}}}{2(N - 0.5)}$$

В данной схеме усилитель охвачен как положительной, так и отрицательной обратными связями. Для преобладания отрицательной обратной связи (иначе ОУ превратится в компаратор) необходимо выполнение условия $A < 2^{n-1}$ или $N < 1/2$. Это ограничивает значение входного кода нижней половиной шкалы.

Рассмотренные ЦАП с резистивными матрицами $R-2R$, в отличие от ЦАП с двоично-взвешенными резисторами, не требуют широкого диапазона номиналов резисторов и поэтому легко реализуются полупроводниковой интегральной технологией. Матрицы $R-2R$ занимают меньшую плотность на поверхности кристалла и позволяют снизить до минимума паразитные емкости и индуктивности резисторов и соединительных проводников. Однако такие преобразователи также имеют недостатки. Наиболее существенный – сильное влияние на точность преобразования нестабильности сопротивления ключей в замкнутом состоянии, что снижает временную и температурную стабильность их характеристик.

2.1.4. ЦАП на источниках тока

Указанный недостаток в значительной степени удается устранить в схемах, где разрядные токи формируются с помощью активных элементов (*генераторов тока*).

ЦАП на источниках тока обладают более высокой точностью. В отличие от предыдущего варианта, в котором весовые токи формируются резисторами сравнительно небольшого сопротивления и, как следствие, зависят от сопротивления ключей и нагрузки, в данном случае весовые токи обеспечивают транзисторными источниками тока, имеющими высокое динамическое сопротивление. Упрощенная схема ЦАП на источниках тока приведена на рис. 2.20.

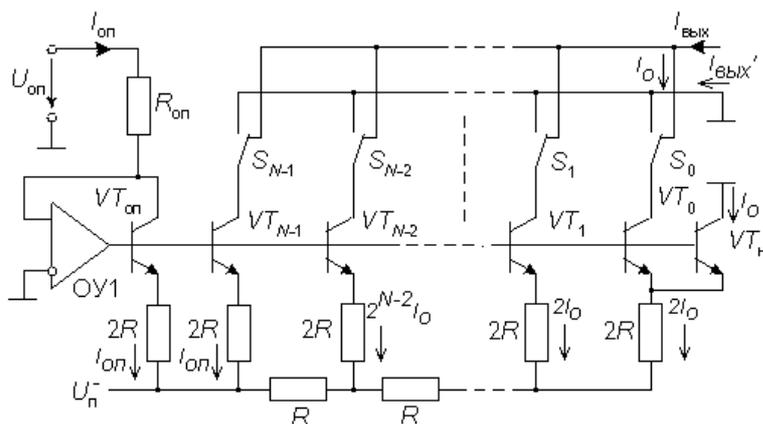


Рис. 2.20. Схема ЦАП на источниках тока

Весовые токи формируются с помощью резистивной матрицы. Потенциалы баз транзисторов одинаковы, а чтобы были равны и потенциалы эмиттеров всех транзисторов, площади их эмиттеров делают различными в соответствии с весовыми коэффициентами. Правый резистор матрицы подключен не к общей шине, как на схеме рис. 2.4, а к двум параллельно включенным одинаковым транзисторам VT_0 и VT_N , в результате чего ток через VT_0 равен половине тока через VT_1 . Входное напряжение

для резистивной матрицы создается с помощью опорного транзистора $VT_{оп}$ и операционного усилителя ОУ1, выходное напряжение которого устанавливается таким, что коллекторный ток транзистора $VT_{оп}$ принимает значение $I_{он}$. Выходной ток для N -разрядного ЦАП.

$$I_{он} = 2^{N-1} \cdot I_0; \quad I_{вых} = I_{он} \cdot a_{n-1} + \frac{I_{он}}{2} \cdot a_{n-2} + \dots + \frac{I_{он}}{2^{N-1}} \cdot a_0 = 2 \cdot \frac{I_{он}}{2^n} \cdot A = 2I_{он} \cdot N \quad (2.20)$$

Характерными примерами ЦАП на переключателях тока с биполярными транзисторами в качестве ключей являются 12-разрядный **594ПА1** с временем установления 3,5 мкс и погрешностью линейности не более 0,012% и 12-разрядный **AD565** (1164.pdf), имеющий время установления 0,2 мкс при такой же погрешности линейности, **AD561** (1161.pdf), **DAC08** (1618.pdf). Еще более высоким быстродействием обладает **AD668** (1280.pdf), имеющий время установления 90 нс и ту же погрешность линейности. Из новых разработок можно отметить 14-разрядный **AD9764** со временем установления 35 нс и погрешностью линейности не более 0,01%.

В качестве переключателей тока S_k часто используются биполярные *дифференциальные каскады*, в которых транзисторы работают в активном режиме. Это позволяет сократить время установления до единиц наносекунд. Схема переключателя тока на дифференциальных усилителях приведена на рис. 2.21.

Дифференциальные каскады VT_1-VT_3 и $VT'_1-VT'_3$ образованы из стандартных ЭСЛ вентилях. Ток I_k , протекающий через вывод коллектора выходного эмиттерного повторителя является выходным током ячейки. Если на цифровой вход D_k подается напряжение высокого уровня, то транзистор VT_3 открывается, а транзистор VT'_3 закрывается. Выходной ток определяется выражением:

$$I_k \approx \frac{(5,2 - 0,9)B}{R_3}$$

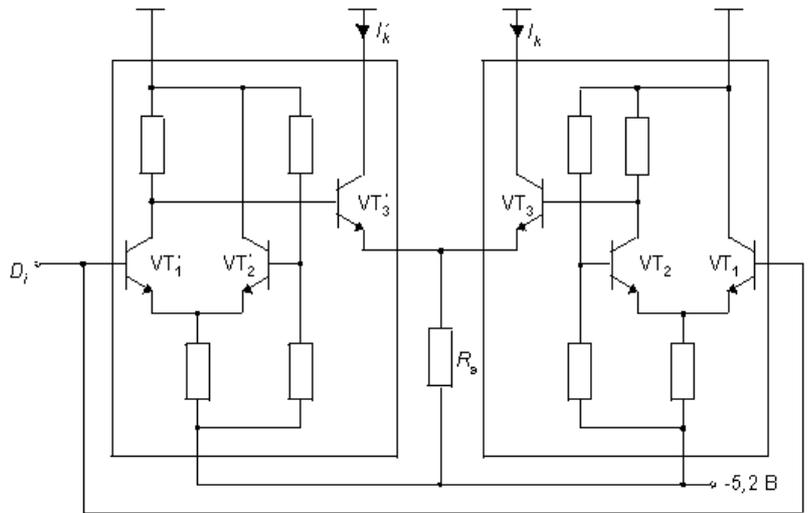


Рис. 2.21. Переключатель тока на дифференциальных усилителях

Точность значительно повышается, если резистор R_3 заменить источником постоянного тока, как в схеме на рис. 2.20. Благодаря симметрии схемы существует возможность формирования двух выходных токов – прямого и инверсного. Наиболее быстродействующие модели подобных ЦАП имеют входные ЭСЛ-уровни. Примером может служить 12-ти разрядный **MAX555** (1127.pdf), имеющий время установления 4 нс до уровня 0,1%. Поскольку выходные сигналы таких ЦАП захватывают радиочастотный диапазон, они имеют выходное сопротивление 50 или 75 Ом, которое должно быть согласовано с волновым сопротивлением кабеля, подключаемого к выходу преобразователя.

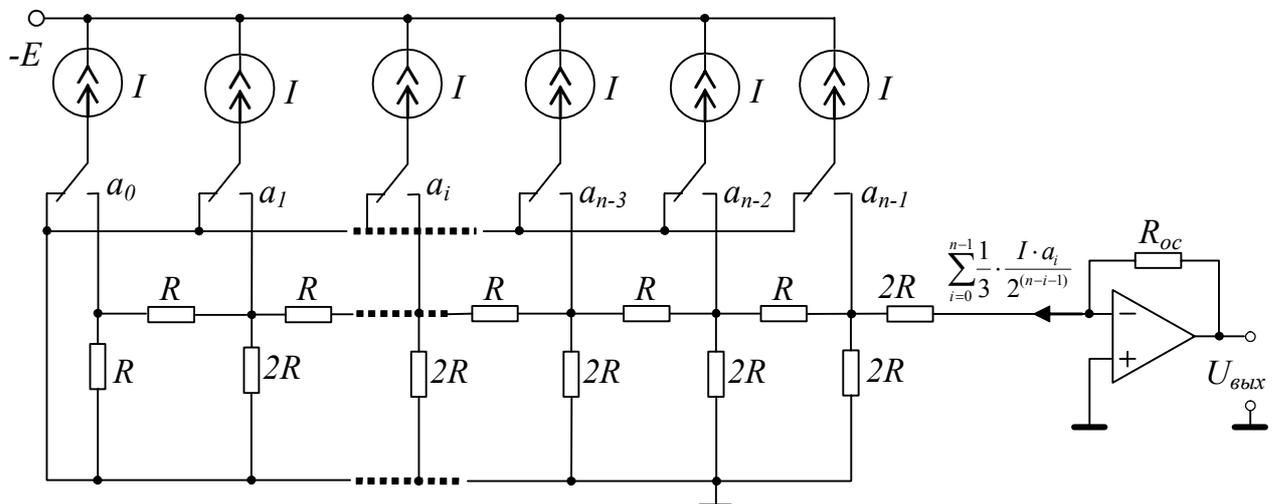


Рис. 2.22. ЦАП с матрицей R–2R и источниками токов на активных элементах

Следует отметить, что в микросхемах ЦАП на биполярных источниках тока также существуют различные варианты схем включения резистивной матрицы (рис. 2.22, 2.23). Кроме того, в нескольких старших разрядах часто используется формирование разрядных токов не с помощью матрицы R-2R, а с помощью двоично взвешенных резисторов (рис. 2.25, 2.26).

Источники тока на активных приборах (рис. 2.22) вырабатывают одинаковые токи I , поступающие на выход посредством ключей, управляемых разрядами входного кода. Токи I подключаются к двоичному делителю на резистивной матрице R-2R, который ослабляет их на выходе в соответствии с весовыми коэффициентами. Выходной ток ЦАП:

$$I_{\text{вых}} = \frac{1}{3} \cdot \frac{I}{2^{n-1}} \cdot \sum_{i=0}^{n-1} a_i \cdot 2^i = \frac{2}{3} \cdot \frac{I}{2^n} \cdot \sum_{i=0}^{n-1} a_i \cdot 2^i = \frac{2}{3} \cdot \frac{I}{2^n} \cdot A = \frac{2}{3} \cdot I \cdot N$$

Ниже на рис. 2.23 изображена аналогичная схема, но с выходом по напряжению.

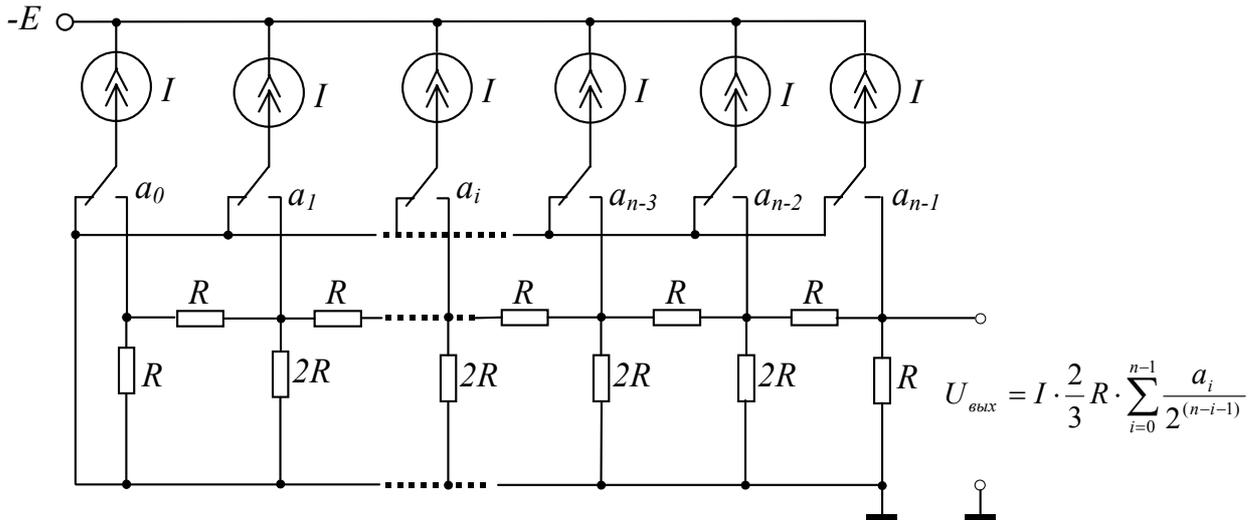


Рис. 2.23. ЦАП с матрицей R-2R и источниками токов на активных элементах (с выходом по напряжению)

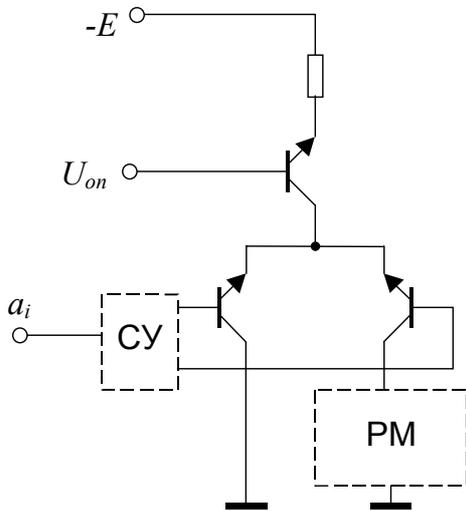


Рис. 2.24. Транзисторный источник тока с переключателем (К1108ПА1)

К ЦАП рассмотренного типа относятся микросхемы AD9712, AD9713 (1476.pdf), 12-разрядный ЦАП 1108ПА1 (время преобразования 0.4 мкс), 1118ПА2. Схема источника тока на биполярном транзисторе совместно с переключателем тока для таких ЦАП приведена на рис. 2.24.

На источниках тока взвешенных по двоичному закону строятся БИС ЦАП совместимых с ЭСЛ интегральными схемами (К1118ПА1, К1118ПА3, AD9768-1481.pdf). В этом случае функциональная схема подобна рис. 2.22, за исключением того, что двоично взвешенные токи формируются не резистивной матрицей R-2R, а активными источниками тока с двоично взвешенными сопротивлениями в эмиттерной цепи. Функциональная схема такого ЦАП представлена на рис. 2.25, а упрощенная схема источника двоично-взвешенного тока с токовым переключателем – на рис. 2.26.

В некоторых ИС ЦАП (например в ЦАП с выходом по напряжению совместимом с ЭСЛ и ТТЛ К1118ПА2, 12-разрядном ЦАП К594ПА1 с временем преобразования 3.5 мкс, 1108ПА1 и др.) двоично взвешенные разрядные токи получают двойным образом: для младших разрядов они получаются путем подключения одинаковых источников тока к матрице R-2R (как на рис. 2.23, 2.24), для старших разрядов используются двоично взвешенные токи сформированные резисторами в эмиттерной цепи с двоично взвешенными номиналами (рис. 2.25, 2.26).

Исходя из вышесказанного можно сделать вывод, что в зависимости от схемотехники биполярного ЦАП (способа получения двоично взвешенных токов, схемотехники выходного буферного усилителя) схемы их униполярного, биполярного включения и реализации других устройств могут существенно отличаться друг от друга. Следовательно при практическом использовании данных микросхем следует строго следовать рекомендациям по схемам их включения, приведенном в техническом описании.

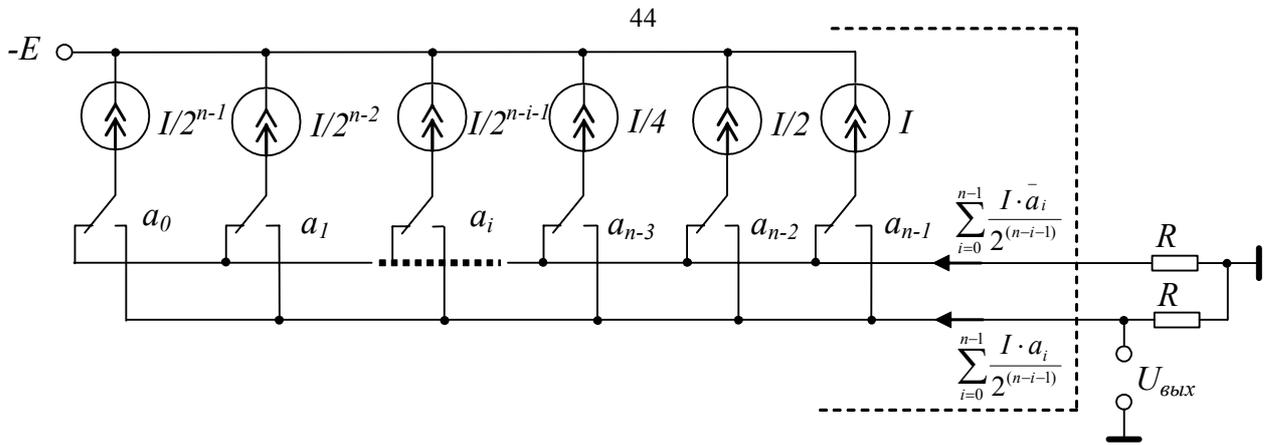


Рис. 2.25. ЦАП со взвешенными по двоичному закону токами (К1118ПА1, ПА3)

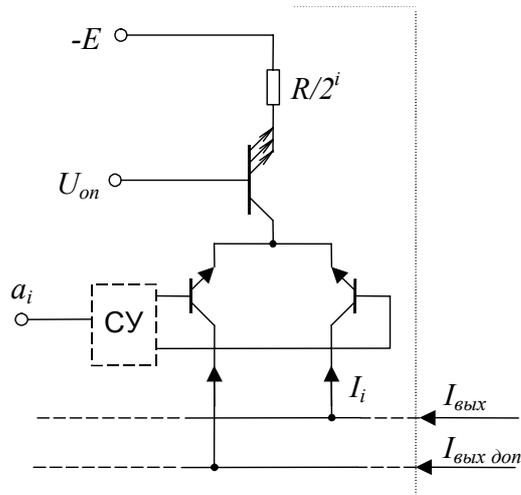


Рис. 2.26. Транзисторный источник двоично взвешенного тока с переключателем **К1118ПА1** (40 нс), **ПА3** (10 нс)

2.1.5. Параллельный ЦАП на переключаемых конденсаторах

Основой ЦАП этого типа является матрица конденсаторов, емкости которых соотносятся как целые степени двух. Схема простого варианта такого преобразователя приведена на рис. 2.27. Емкость k -го конденсатора матрицы определяется соотношением

$$C_k = 2^k \cdot C_0 \quad (2.21)$$

Цикл преобразования состоит из двух фаз. В первой фазе ключи $S_0 \dots S_{N-1}$ находятся в левой позиции. Ключ сброса $S_{сб}$ замкнут. При этом все конденсаторы разряжены. Во второй фазе ключ сброса $S_{сб}$ размыкается. Если k -й бит входного N -разрядного слова $a_k=1$, то соответствующий ключ S_k переключается в правую позицию, подключая нижнюю обкладку конденсатора к источнику опорного напряжения, или остается в левой позиции, если $a_k=0$. Суммарный заряд конденсаторов матрицы с учетом (2.21) составит

$$q = U_{on} \cdot \sum_{k=0}^{N-1} C_k \cdot a_k = U_{on} \cdot C_0 \cdot \sum_{k=0}^{N-1} 2^k \cdot a_k = U_{on} \cdot C_0 \cdot A \quad (2.22)$$

Равный заряд получает и конденсатор C в обратной связи ОУ. При этом выходное напряжение ОУ составит

$$U_{вых} = -q/C. \quad (2.23)$$

Подставив (2.22) в (2.23), найдем окончательно

$$U_{вых} = -U_{on} \cdot \frac{C_0}{C} \cdot A \quad (2.24)$$

Для хранения результата преобразования (постоянного напряжения) в течении сколь-нибудь продолжительного времени к выходу ЦАП этого типа следует подключить устройство выборки-хранения. Хранить выходное напряжение неограниченное время, как это могут делать ЦАП с суммированием весовых токов, снабженные регистром-защелкой, преобразователи на коммутируемых конденсаторах не могут из-за утечки заряда. Поэтому они применяются, в основном, в составе аналого-цифровых преобразователей. Другим недостатком является большая площадь кристалла ИМС, занимаемая подобной схемой.

2.1.6. ЦАП с суммированием напряжений

Схема восьмиразрядного преобразователя с суммированием напряжений, изготавливаемого в виде ИМС, приведена на рис. 2.28. Основу преобразователя составляет цепь из 256 резисторов равного сопротивления, соединенных последовательно. Вывод W через ключи $S_0 \dots S_{255}$ может подключаться к любой точке этой цепи в зависимости от входного числа. Входной двоичный код D преобразуется дешифратором 8×256 в унитарный позиционный код, непосредственно управляющий ключами. Если приложить напряжение U_{AB} между выводами A и B , то напряжение между выводами W и B составит: $U_{WB} = U_{AB} \cdot D$.

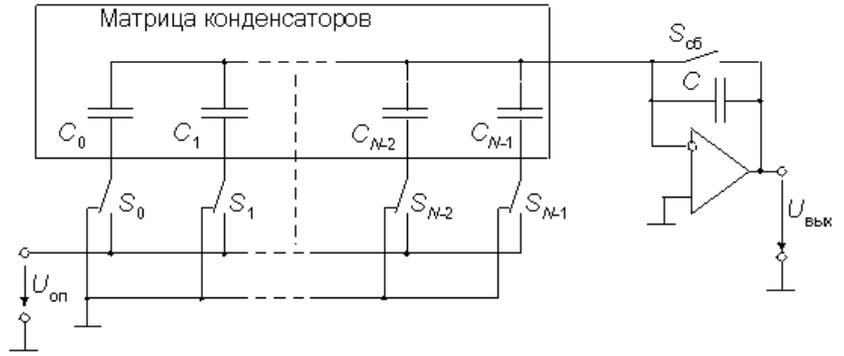


Рис. 2.27. Параллельный ЦАП на коммутируемых конденсаторах

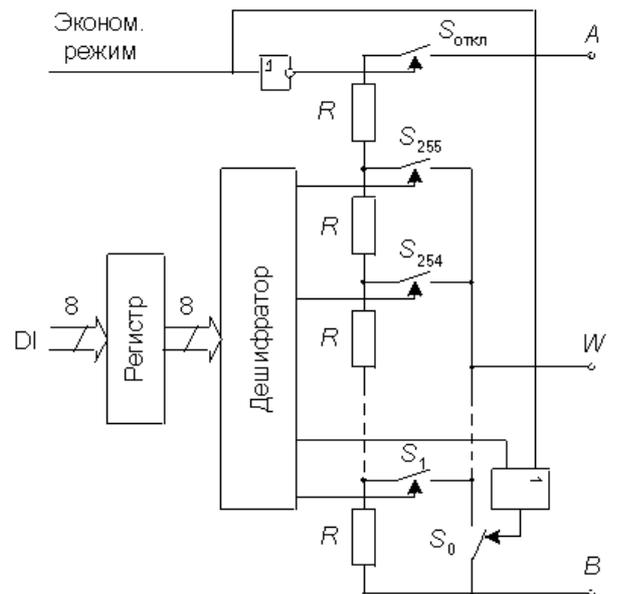


Рис. 2.28. Блок-схема ЦАП с суммированием напряжений

Достоинством данной схемы является малая дифференциальная нелинейность и гарантированная монотонность характеристики преобразования. Ее можно использовать в качестве резистора, подстраиваемого цифровым кодом. Выпускается несколько моделей таких ЦАП. Например, микросхема AD8403 (1867.pdf) содержит четыре восьмиразрядных ЦАП, выполненных по схеме рис. 2.28, с сопротивлением между выводами A и B 10, 50 либо 100 кОм в зависимости от модификации. При подаче активного уровня на вход «Экономичный режим» происходит размыкание ключа $S_{откл}$ и замыкание ключа S_0 . ИМС имеет вход сброса, которым ЦАП можно установить на середину шкалы. Фирма Dallas Semiconductor выпускает несколько моделей ЦАП (например, сдвоенный DS1867) с суммированием напряжений, у которых входной регистр представляет собой энергонезависимое оперативное запоминающее устройство, что особенно удобно для построения схем с автоматической подстройкой (калибровкой). Недостаток схемы – необходимость изготавливать на кристалле большое количество (2^N) согласованных резисторов. Тем не менее, в настоящее время выпускаются 8-ми, 10-ти и 12-ти разрядные ЦАП данного типа с буферными усилителями на выходе, например, AD5301, AD5311 и AD5321.

2.2. Последовательные ЦАП

2.2.1. ЦАП с широтно-импульсной модуляцией

Очень часто ЦАП входит в состав микропроцессорных систем. В этом случае, если не требуется высокое быстродействие, цифро-аналоговое преобразование может быть очень просто осуществлено с помощью широтно-импульсной модуляции (ШИМ). Схема ЦАП с ШИМ приведена на рис. 2.29, а.

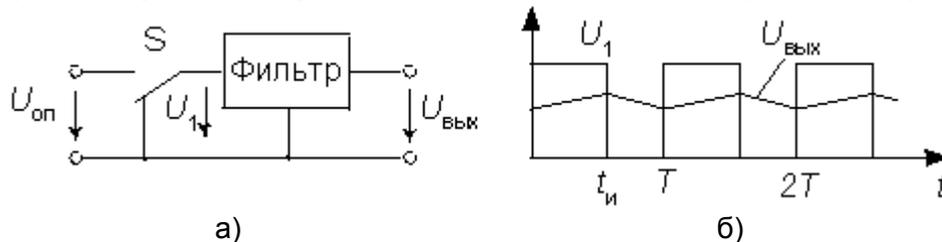


Рис. 2.29. ЦАП с широтно-импульсной модуляцией

Наиболее просто организуется цифро-аналоговое преобразование в том случае, если микроконтроллер имеет встроенную функцию широтно-импульсного преобразования (например, AT90S8515 фирмы Atmel или 87C51GB фирмы Intel). Выход ШИМ управляет ключом S. В зависимости от заданной разрядности преобразования (для контроллера AT90S8515 возможны режимы 8, 9 и 10 бит) контроллер с помощью своего таймера/счетчика формирует последовательность импульсов, относительная длительность которых $\gamma = t_{и}/T$ определяется соотношением

$$\gamma = \frac{A}{2^n}$$

где N – разрядность преобразования, а A – преобразуемый код. Фильтр нижних частот сглаживает импульсы, выделяя среднее значение напряжения. В результате выходное напряжение преобразователя

$$U_{вых} = \gamma \cdot U_{он} = \frac{A \cdot U_{он}}{2^n}$$

Рассмотренная схема обеспечивает почти идеальную линейность преобразования, не содержит прецизионных элементов (за исключением источника опорного напряжения). Основной ее недостаток – низкое быстродействие.

2.2.2. Последовательный ЦАП на переключаемых конденсаторах

Рассмотренная выше схема ЦАП с ШИМ вначале преобразует цифровой код во временной интервал, который формируется с помощью двоичного счетчика квант за квантом, поэтому для получения n-разрядного преобразования необходимы 2^n временных квантов (тактов). Схема последовательного ЦАП, приведенная на рис. 2.30, позволяет выполнить цифро-аналоговое преобразование за значительно меньшее число тактов.

В этой схеме емкости конденсаторов C_1 и C_2 равны. Перед началом цикла преобразования конденсатор C_2 разряжается ключом S_4 . Входное двоичное слово задается в виде последовательного кода. Его преобразование осуществляется последовательно, начиная с младшего разряда a_0 . Каждый

такт преобразования состоит из двух полутактов. В первом полутакте конденсатор C_1 заряжается до опорного напряжения $U_{оп}$ при $a_0=1$ посредством замыкания ключа S_1 или разряжается до нуля при $a_0=0$ путем замыкания ключа S_2 . Во втором полутакте при разомкнутых ключах S_1 , S_2 и S_4 замыкается ключ S_3 , что вызывает деление заряда пополам между C_1 и C_2 . В результате получаем

$$U_{1(0)} = U_{вых(0)} = \frac{a_0}{2} \cdot U_{оп} \quad (2.25)$$

Пока на конденсаторе C_2 сохраняется заряд, процедура заряда конденсатора C_1 должна быть повторена для следующего разряда a_1 входного слова. После нового цикла перезарядки напряжение на конденсаторах будет:

$$U_{вых(1)} = U_{1(1)} = \frac{\left(a_1 + \frac{a_0}{2}\right) \cdot U_{оп}}{2} = \frac{(2a_1 + a_0) \cdot U_{оп}}{4} \quad (2.26)$$

Точно также выполняется преобразование для остальных разрядов слова. В результате для n -разрядного ЦАП выходное напряжение будет равно:

$$U_{вых(n-1)} = U_{1(n-1)} = \frac{U_{оп}}{2^n} \cdot \sum_{k=0}^{n-1} a_k \cdot 2^k = \frac{U_{оп}}{2^n} \cdot A = U_{оп} \cdot N \quad (2.27)$$

Если требуется сохранять результат преобразования скольнибудь продолжительное время, к выходу схемы следует подключить УВХ. После окончания цикла преобразования следует провести цикл выборки, перевести УВХ в режим хранения и вновь начать преобразование.

Таким образом, представленная схема выполняет преобразование входного кода за $2n$ квантов, что значительно меньше, чем у ЦАП с ШИМ. Здесь требуется только два согласованных конденсатора небольшой емкости. Конфигурация аналоговой части схемы не зависит от разрядности преобразуемого кода. Однако по быстродействию последовательный ЦАП значительно уступает параллельным цифро-аналоговым преобразователям, что ограничивает область его применения.

2.3. Интерфейсы цифро-аналоговых преобразователей

Важную часть цифро-аналогового преобразователя составляет цифровой интерфейс, т.е. схемы, обеспечивающие связь управляющих входов ключей с источниками цифровых сигналов. Структура цифрового интерфейса определяет способ подключения ЦАП к источнику входного кода, например, микропроцессору или микроконтроллеру. Свойства цифрового интерфейса непосредственно влияют и на форму кривой сигнала на выходе ЦАП. Так, неодновременность поступления битов входного слова на управляющие входы ключей преобразователя приводит к появлению узких выбросов, «иглок», в выходном сигнале при смене кода.

При управлении ЦАП от цифровых устройств с жесткой логикой управляющие входы ключей ЦАП могут быть непосредственно подключены к выходам цифровых устройств, поэтому во многих моделях ИМС ЦАП, особенно ранних (572ПА1, 594ПА1, 1108ПА1, AD565A – 1164.pdf и др.), скольнибудь существенная цифровая часть отсутствует. Если же ЦАП входит в состав микропроцессорной системы и получает входной код от шины данных, то он должен быть снабжен устройствами, позволяющими принимать входное слово от шины данных, коммутировать в соответствии с этим словом ключи ЦАП и хранить его до получения другого слова. Для управления процессом загрузки входного слова ЦАП должен иметь соответствующие управляющие входы и схему управления. В зависимости от способа загрузки входного слова в ЦАП различают преобразователи с последовательным и параллельным интерфейсами входных данных.

2.3.1. ЦАП с последовательным интерфейсом входных данных

Такой преобразователь содержит на кристалле помимо собственно ЦАП дополнительно также последовательный регистр загрузки, параллельный регистр хранения и управляющую логику (рис. 2.31, а). Чаще всего используется трехпроводный интерфейс, который обеспечивает управление ЦАП-преобразователем от SPI, QSPI, MICROWIRE интерфейсов процессоров. При активном уровне сигнала

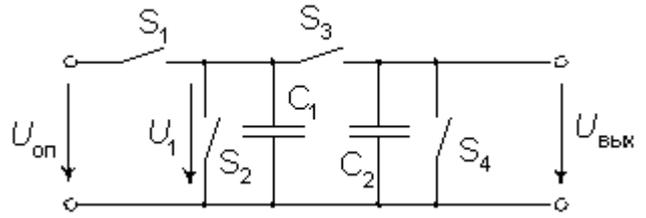


Рис. 2.30. Схема последовательного ЦАП на переключаемых конденсаторах

CS (в данном случае - нулевом) входное слово длины n (равной разрядности ЦАП) загружается по линии DI в регистр сдвига под управлением тактовой последовательности CLK. После окончания загрузки, выставив активный уровень на линию LD, входное слово записывают в регистр хранения, выходы которого непосредственно управляют ключами ЦАП. Для того, чтобы иметь возможность передавать по одной линии данных входные коды в несколько ЦАП, последний разряд регистра сдвига у многих моделей ЦАП с последовательным интерфейсом соединяется с выводом ИМС DO. Этот вывод подключается ко входу DI следующего ЦАП и т.д. Коды входных слов передаются, начиная с кода самого последнего преобразователя в этой цепочке.

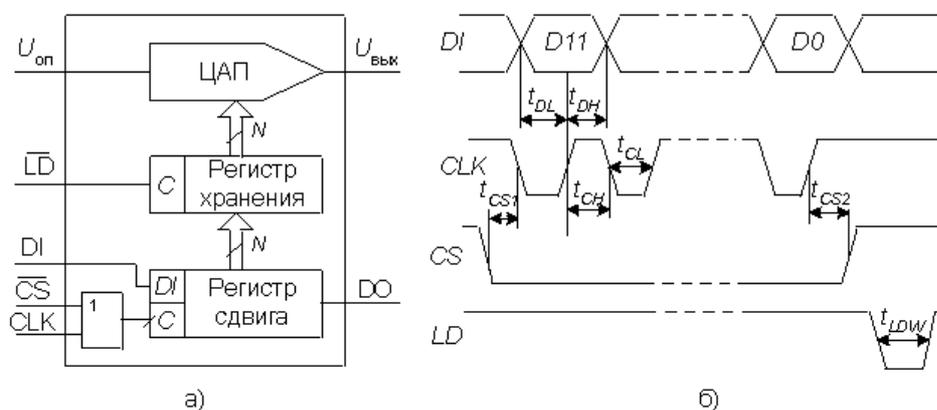


Рис. 2.31. ЦАП с последовательным интерфейсом

В качестве примера на рис. 2.31, б представлена временная диаграмма, отражающая процесс загрузки входного слова в ЦАП AD7233 (1262.pdf). Минимально допустимые значения интервалов времени (порядка 50 нс), обозначенных на временных диаграммах, указываются в технической документации на ИМС.

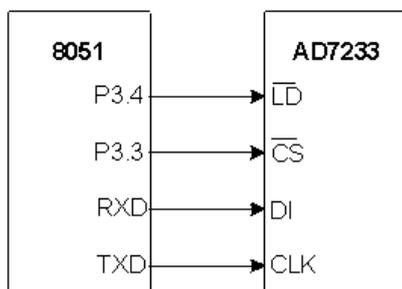


Рис. 2.32. Подключение ЦАП с последовательным интерфейсом к микроконтроллеру семейства MCS51

На рис. 2.32 приведен вариант схемы подключения преобразователя с последовательным интерфейсом к микроконтроллеру (МК). На время загрузки входного слова в ЦАП через последовательный порт микроконтроллера, к которому могут быть также подключены и другие приемники, на вход CS (выбор кристалла) подается активный уровень с одной из линий ввода-вывода МК. После окончания загрузки МК меняет уровень на входе CS, как это показано на рис. 2.31, б, и, выставив активный уровень на входе LD ЦАП, обеспечивает пересылку входного кода из регистра сдвига ЦАП в регистр хранения. Время загрузки зависит от тактовой частоты МК и обычно составляет единицы микросекунд.

В случае, если колебания выходного сигнала ЦАП во время загрузки допустимы, вход LD можно соединить с общей точкой схемы.

Минимальное количество линий связи с ЦАП обеспечивается двухпроводным интерфейсом I2C. Этим интерфейсом оснащаются некоторые последние модели ЦАП, например, AD5301. Адресация конкретного устройства осуществляется по линии данных.

2.3.2. ЦАП с параллельным интерфейсом входных данных

Чаще используются два варианта. В первом варианте на N входов данных N -разрядного ЦАП подается все входное слово целиком. Интерфейс такого ЦАП включает два регистра хранения и схему управления (рис. 2.33, а). Два регистра хранения нужны, если пересылка входного кода в ЦАП и установка выходного аналогового сигнала, соответствующего этому коду, должны быть разделены во времени. Подача на вход асинхронного сброса CLR сигнал низкого уровня приводит к обнулению первого регистра и, соответственно выходного напряжения ЦАП.

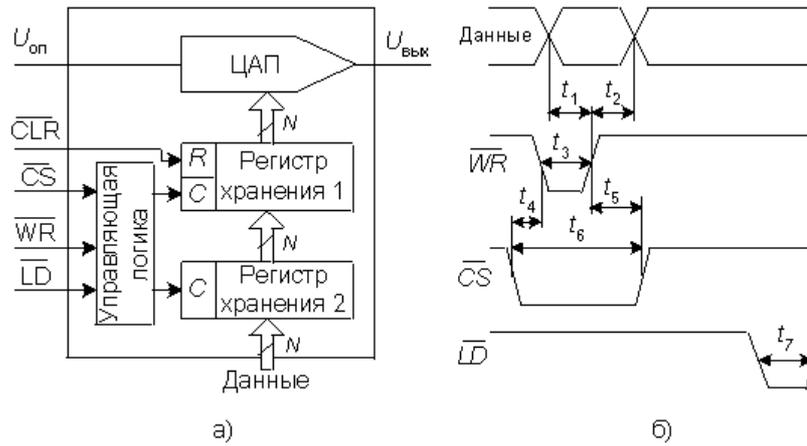


Рис. 2.33. ЦАП с параллельным интерфейсом

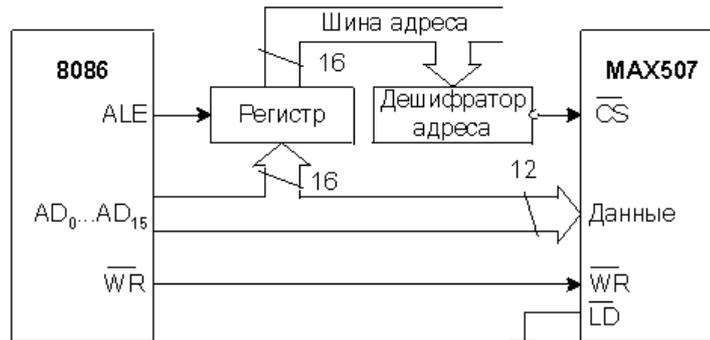


Рис. 2.34. Подключение ЦАП с параллельным интерфейсом к микропроцессору Intel 8086

Пример блок-схемы подключения 12-ти разрядного ЦАП **MAX507** к 16-ти разрядному микропроцессору (МП) приведен на рис. 2.34. Процессор посылает входной код в ЦАП как в ячейку памяти данных. Вначале с шины адрес/данные поступает адрес ЦАП, который фиксируется регистром по команде с выхода ALE микропроцессора и, после дешифрации, активизирует вход CS ЦАП. Вслед за этим МП подает на шину адрес/данные входной код ЦАП и затем сигнал записи на вход WR (см. рис. 2.33, б).

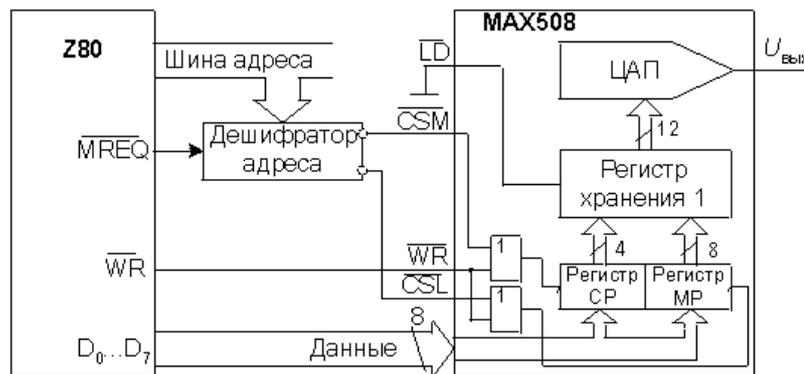


Рис. 2.35. Подключение ЦАП с параллельным интерфейсом второго типа к восьмиразрядному микропроцессору

Для подключения многоразрядных ЦАП к восьмиразрядным микропроцессорам и микроконтроллерам используется второй вариант параллельного интерфейса. Он предусматривает наличие двух параллельных загрузочных регистров для приема младшего байта входного слова МБ и старшего байта – СБ (рис. 2.35). Пересылка байтов входного слова в загрузочные регистры может происходить в любой последовательности.

2.4. Применение ЦАП

Схемы применения цифро-аналоговых преобразователей относятся не только к области преобразования код-аналог. Пользуясь их свойствами можно определять произведения двух или более сигнала-

лов, строить делители функций, аналоговые звенья, управляемые от микроконтроллеров, такие как аттенюаторы, интеграторы. Важной областью применения ЦАП являются также генераторы сигналов, в том числе сигналов произвольной формы. Выше были рассмотрены схемы перемножителей и делителей для ЦАП различных структур, ниже рассмотрим некоторые другие схемы обработки сигналов, включающие ЦА-преобразователи.

2.4.1. Аттенюаторы и интеграторы на ЦАП

Аттенюаторы, т.е. регуляторы уровня сигнала, с цифровым управлением гораздо более надежны и долговечны, чем традиционные аттенюаторы на основе переменных резисторов. Их целесообразно использовать в измерительных приборах и других устройствах, требующих подстройки параметров, особенно автоматической. Такие аттенюаторы можно наиболее просто построить на основе перемножающего ЦАП с инверсной резистивной матрицей и буферным усилителем. В принципе для этой цели подойдет любой ЦАП указанного типа, но некоторыми фирмами выпускаются преобразователи, оптимизированные для выполнения указанной функции. На рис. 2.36, а приведена схема аттенюатора на переменном резисторе, а на рис. 2.36, б - аналогичная схема на перемножающем ЦАП.

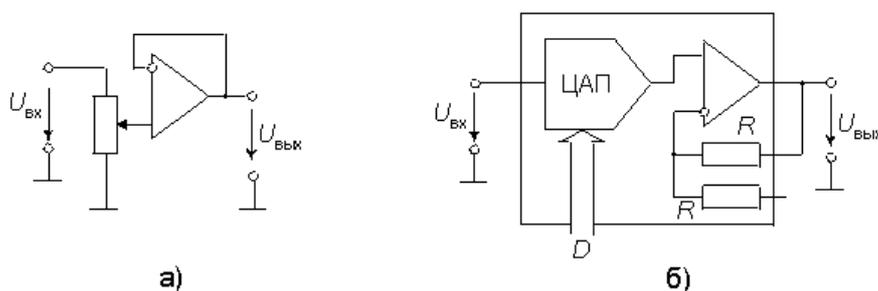


Рис. 2.36. Схемы аттенюаторов

Если входной сигнал - однополярный, целесообразно использовать ЦАП с однополярным питанием, но буферный ОУ должен иметь выход "rail-to-rail", т.е. его выходное напряжение должно достигать нуля и напряжения питания. Если ЦАП - многоканальный, то у каждого преобразователя микросхемы должен быть индивидуальный вход опорного напряжения. Этим требованиям в разной степени удовлетворяют такие ИМС ЦАП, как 2-х канальный 12-разрядный **MAX532** (1124.pdf), 4-х канальный 8-разрядный **MAX509** (1117.pdf), 8-ми канальный 8-разрядный **AD8441**, 8-ми канальный 8-разрядный **DAC-8841** (1638.pdf) и др.

Для построения интегратора с цифровой установкой постоянной времени интегрирования можно использовать базовую схему интегратора, а в качестве входного резистора включить ЦАП с суммированием напряжений (рис. 2.28). На базе такой схемы можно построить фильтры, в том числе фильтры на основе метода переменных состояния, перестраиваемые генераторы импульсов и т.д.

2.4.2. Системы прямого цифрового синтеза сигналов

Важной областью применения ЦАП является синтез аналоговых сигналов необходимой формы. Аналоговые генераторы сигналов - синусоидальной, треугольной и прямоугольной форм - имеют низкую точность и стабильность, не могут управляться от ЭВМ. В последние годы получили развитие системы прямого цифрового синтеза сигналов, обеспечивающие высокую точность задания частоты и начальной фазы сигналов, а также высокую верность воспроизведения их формы. Более того, эти системы позволяют генерировать сигналы большого многообразия форм, в том числе и форм, задаваемых пользователем. Упрощенная блок-схема генератора прямого цифрового синтеза сигналов приведена на рис. 2.37.

В принципе, системы прямого цифрового синтеза просты. Более того, теория и основные способы построения таких систем известны уже около 30 лет. Правда, только недавно появились ЦАП и специализированные аналого-цифровые ИМС, подходящие для синтеза сигналов в широкой полосе частот.

Схема прямого цифрового синтеза содержит три основных блока: генератор фазового угла, память и ЦАП. Генератор фазового угла в типичном случае представляет собой накапливающий сумматор с регистром. Работает он просто как регистр фазы, содержимое которого получает приращение на некоторый фазовый угол через заданные интервалы времени. Приращение фазы D_j загружается в

виде цифрового кода во входные регистры. Память играет роль таблицы функций. Код текущей фазы поступает на ее адресные входы, а с выхода данных на вход ЦА-преобразователя поступает код, соответствующий текущему значению заданной функции. ЦАП в свою очередь формирует аналоговый сигнал.

Регистр содержит текущую фазу выходного сигнала в виде целого числа, которое будучи поделено на 2^N , где N-разрядность сумматора, равно доле периода. Увеличение разрядности регистра повышает только разрешающую способность этой доли. Частота выходного сигнала равна произведению частоты тактов $f_{такт}$ на приращение фазы в каждом периоде тактов. При использовании N-разрядного сумматора частота выходного сигнала будет равна

$$f_{вых} = \frac{\Delta\varphi \cdot f_{ТАКТ}}{2^N}$$

Генераторы прямого синтеза выпускаются в виде ИМС. В частности, микросхема AD9850 (1990.pdf), упрощенная структура которой представлена на рис. 2.37, содержит 32-разрядный генератор фазового угла и 10-разрядный ЦАП. Загрузка приращения фазы осуществляется по 8-разрядной шине данных побайтово в четыре входных регистра. Память содержит таблицу синусов. Максимально допустимая тактовая частота составляет 125 МГц. При этом разрешение по частоте составляет 0,0291 Гц. Быстрый интерфейс позволяет менять частоту выходного сигнала до 23 миллионов раз в секунду.

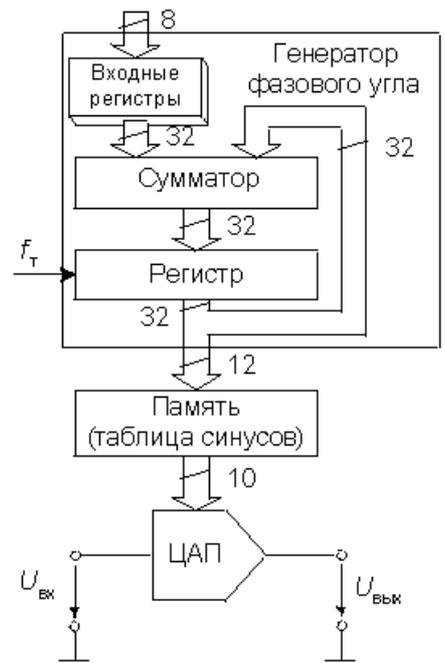


Рис. 2.37. Блок-схема генератора прямого синтеза

2.5. Основные параметры ЦАП

При последовательном возрастании значений входного цифрового сигнала $D(t)$ от 0 до 2^N-1 через единицу младшего разряда (ЕМР) выходной сигнал $U_{вых}(t)$ образует ступенчатую кривую. Такую зависимость называют обычно характеристикой преобразования ЦАП. В отсутствие аппаратных погрешностей средние точки ступенек расположены на идеальной прямой 1 (рис. 2.38), которой соответствует идеальная характеристика преобразования. Реальная характеристика преобразования может существенно отличаться от идеальной размерами и формой ступенек, а также расположением на плоскости координат. Для количественного описания этих различий существует целый ряд параметров.

2.5.1. Статические параметры

1. Разрешающая способность - приращение $U_{вых}$ при преобразовании смежных значений D_j , т.е. отличающихся на ЕМР. Это приращение является шагом квантования. Для двоичных кодов преобразования номинальное значение шага квантования $h=U_{пш}/(2^N-1)$, где $U_{пш}$ - номинальное максимальное выходное напряжение ЦАП (напряжение полной шкалы), N - разрядность ЦАП. Чем больше разрядность преобразователя, тем выше его разрешающая способность.

2. Погрешность смещения нуля (или *напряжение (ток) смещения нуля на выходе*). В ЦАП - это значение, на которое выходной сигнал смещается относительно 0 в случае, когда входной цифровой код нулевой (см. рис. 2.38, 2.39, а). Является аддитивной составляющей полной погрешности. Вызывается напряжением смещения нуля и

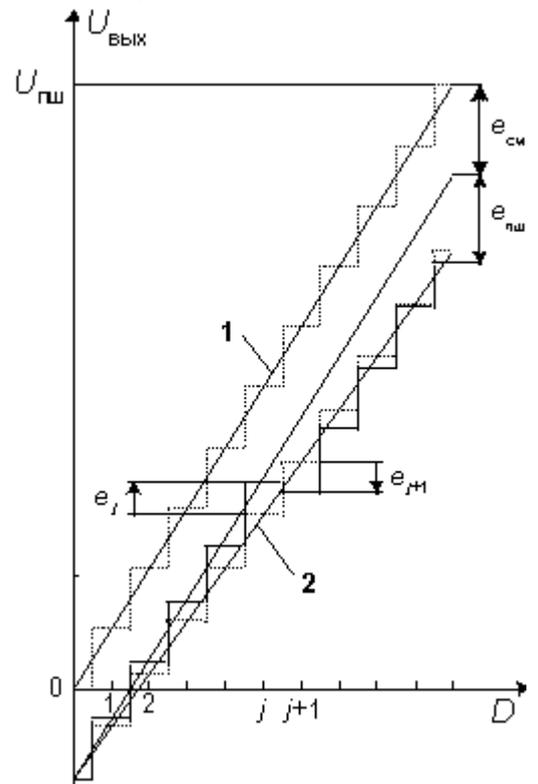


Рис. 2.38. Статическая характеристика преобразования ЦАП

ненулевым входным током суммирующего ОУ, а также остаточными параметрами ключей. Обычно указывается в милливольтках или в процентах от полной шкалы:

$$\delta_{CM} = \frac{e_{CM}}{U_{ПШ}} \cdot 100\%$$

3. Погрешность полной шкалы — относительная разность между реальным и идеальным значениями предела шкалы преобразования при отсутствии смещения нуля (рис. 2.39, б).

$$\delta_{ПШ} = \frac{e_{ПШ}}{U_{ПШ}} \cdot 100\%$$

Является мультипликативной составляющей полной погрешности. Иногда указывается соответствующим числом EMP (в этом случае называется *абсолютной погрешностью преобразования в конечной точке шкалы*). Является мультипликативной составляющей.

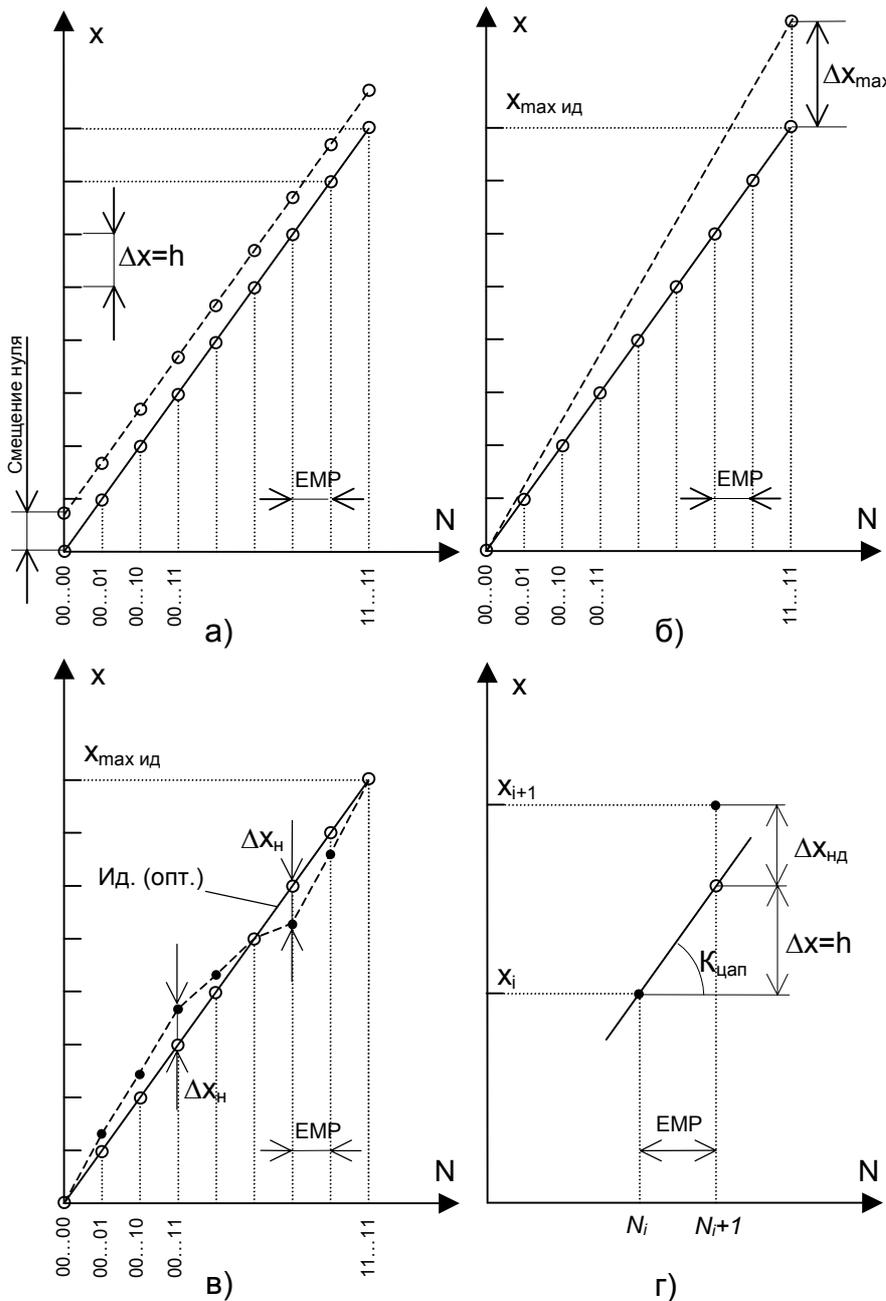


Рис. 2.39. Статические параметры ЦАП

должны обеспечивать на выходе преобразователя аналоговые сигналы, разность которых равна аналоговому эквиваленту EMP – шагу квантования h . Любое отклонение измеренной разности от идеала (h) называется дифференциальной нелинейностью. Дифференциальная нелинейность измеряют в % от полной шкалы или в долях шага квантования h . Точнее дифференциальная нелинейность представ-

следствие общих ошибок соотношения сопротивлений и погрешности опорного сигнала ЦАП. Иногда для характеристики погрешности шкалы используют коэффициент передачи (усиления) ЦАП – угол наклона характеристики преобразования.

4. Погрешность нелинейности — максимальное отклонение реальной характеристики преобразования $U_{\text{вых}}(D)$ от оптимальной (линия 2 на рис. 2.38). Оптимальная характеристика находится эмпирически так, чтобы минимизировать значение погрешности нелинейности. Нелинейность обычно определяется в относительных единицах (в % от полной шкалы), но в справочных данных приводится также и в абсолютных (в долях шага квантования h — аналогового эквивалента EMP). Для характеристики, приведенной на рис. 2.38:

$$\delta_n = \frac{e_j}{U_{ПШ}} \cdot 100\%$$

5. Дифференциальная погрешность нелинейности. Два смежных цифровых кода (отличающихся лишь на единицу младшего разряда EMP)

ляет собой максимальное отклонение от опорной прямой при переходе к смежному цифровому коду на входе ЦАП (см. рис 2.39, г). Наклон опорной прямой определяется исходя из реального коэффициента передачи ЦАП. Для характеристики, приведенной на рис. 2.38,

$$\delta_{он} = \frac{e_j - e_{j+1}}{U_{пш}} \cdot 100\%$$

6. Монотонность характеристики преобразования — возрастание (уменьшение) выходного напряжения ЦАП $U_{вых}$ при возрастании (уменьшении) входного кода D . Если дифференциальная нелинейность в абсолютных единицах больше шага квантования h , то характеристика преобразователя не-монотонна.

Максимального значения дифференциальная нелинейность обычно достигает при переходе к смежному коду, сопровождающемуся переключением многих разрядов (например при переходе от кода 01111 к коду 10000). При этом она даже может превысить аналоговый шаг квантования, что при соответствующей полярности (–) приведет к *немонотонности* передаточной характеристики ЦАП. (При возрастании числа на входе, аналоговая величина на выходе убывает).

ПРИМЕР.

На выходе 6-разрядного ЦАП с номинальным напряжением полной шкалы 10 В измерены следующие значения выходного напряжения (см. табл. 2.1).

Таблица 2.1.

Код	$U_{изм}$	$U_{скор}$	$U_{теор}$	Δ
111111	10.04	9.84	9.84	0
100000	5.2	5	5	0
010000	2.56	2.36	2.5	-0.14
001000	1.4	1.2	1.25	-0.05
000100	0.9	0.7	0.62	+0.08
000010	0.58	0.38	0.31	+0.07
000001	0.4	0.2	0.16	+0.04
000000	0.2	0	0.00	0

Определим основные параметры исследуемого ЦАП:

- а) Напряжение смещения — +0.2 В;
- б) Погрешность полной шкалы отсутствует;
- в) Характеристика ЦАП немонотонна, в трех младших разрядах имеются ошибки в сумме составляющие 0.19 В. При переходе от кода 0111 ($U_{скор}=1.28$) к соседнему 1000 ($U_{скор}=1.2$) выходное напряжение не увеличивается, а уменьшается.

Однако, т.к. алгебраическая сумма ошибок разрядов равна 0 единственной формы нелинейности оказывается дифференциальная нелинейность.

7. Температурная нестабильность ЦА-преобразователя характеризуется температурными коэффициентами погрешности полной шкалы и погрешности смещения нуля.

Погрешности полной шкалы и смещения нуля могут быть устранены калибровкой (подстройкой). Погрешности нелинейности простыми средствами устранить нельзя.

2.5.2. Динамические параметры ЦАП

Динамические параметры ЦАП измеряются по изменению выходной аналоговой величины при скачкообразном изменении значения цифрового кода на входе. Время переходного процесса при этом увеличивается с возрастанием разности последовательно преобразуемых значений N_i . Поэтому динамические параметры ЦАП обычно определяются при максимальном значении разности преобразуемых кодов (смена кодов с 000...000 до 111...111 и наоборот) и при *определенном значении нагрузки ЦАП*.

1. Время задержки ($t_{зд}$) – интервал времени, за который выходная величина $x(t)$ изменяется на 0.1 разности ($0.1(x_j - x_i)$) между последующим и предыдущим значениями (см. рис. 2.40).

2. **Время нарастания** (t_{np}) – интервал времени за который выходная аналоговая величина изменяется от $x_i + 0.1(x_j - x_i)$ до $x_i + 0.9(x_j - x_i)$.

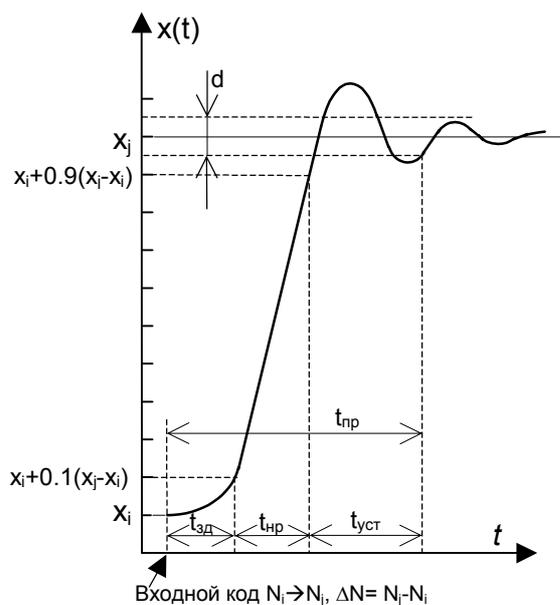


Рис. 2.40. Динамические параметры ЦАП

задержки, нарастания и установления.

2.5.3. Шумы, помехи, дрейфы

1. **Шум на выходе** ЦАП может появляться по различным причинам, вызываемым физическими процессами, происходящими в полупроводниковых устройствах. Для оценки качества ЦАП с высокой разрешающей способностью принято использовать понятие среднеквадратического значения шума. Измеряются обычно в $nB/(Гц)^{1/2}$ в заданной полосе частот.

2. **Выбросы (импульсные помехи, глитчи)** – крутые всплески или провалы в выходном сигнале, возникающие во время смены значения числового кода на входе ЦАП, за счет несинхронности размыкания и замыкания аналоговых ключей в разных разрядах ЦАП. Например, если при переходе от кода 011...111 к коду 100...000 ключ самого старшего разряда ЦАП откроется позже, чем закроются ключи младших разрядов, то на выходе ЦАП некоторое время будет существовать сигнал, соответствующий коду 000...000. Если же этот ключ откроется раньше, то на выходе ЦАП некоторое время будет существовать сигнал, соответствующий коду 111...111.

Выбросы характерны для быстродействующих ЦАП, где сведены к минимуму емкости, которые могли бы их сгладить. Радикальным способом подавления выбросов является использование устройств выборки-хранения. Выбросы оцениваются по их площади (в nB^*c).

3. **Время окончательного установления** ($t_{уст}$) – интервал времени, за который выходная аналоговая величина $x(t)$ переходит от нарастания до установления в заданных пределах d (обычно $\pm 1/2$ аналогового эквивалента МР).

4. **Время переключения** – сумма времен задержки и нарастания.

5. **Скорость нарастания** – скорость изменения аналоговой величины на участке нарастания. Обычно указывается в технических характеристиках ЦАП с выходным сигналом в виде напряжения. У ЦАП с токовым выходом этот параметр в большой степени зависит от типа выходного ОУ.

Для перемножающих ЦАП с выходом в виде напряжения часто указываются частота единичного усиления и мощностная полоса пропускания, которые в основном определяются свойствами выходного усилителя.

6. **Время преобразования** ($t_{пр}$) – сумма времен

3. Аналого-цифровые преобразователи (АЦП)

Устройство, осуществляющее автоматическое преобразование (измерение и кодирование) непрерывно изменяющихся во времени аналоговых значений в эквивалентные значения числовых кодов, называется *аналого-цифровым преобразователем (АЦП)*. Преобразование обеспечивает соответствие дискретного отсчета $x(t_i)$ значению кода N_{ii} . Количественная связь для любого момента времени t_i определяется соотношением

$$N_{ii} = x(t_i)/\Delta x \pm \delta N_{ii}$$

где δN_{ii} — погрешность преобразования на данном шаге (ошибка квантования или *шум квантования*), а Δx — шаг квантования (или аналоговый эквивалент ЕМР).

АЦП являются устройствами, принимающими входные непрерывные сигналы от аналоговых устройств и выдающими на выходе соответствующие им цифровые сигналы, пригодные для работы с ЭВМ и другими цифровыми устройствами.

АЦП, так же как и ЦАП, широко применяются в различных областях, являясь неотъемлемой составной частью цифровых измерительных приборов, систем и устройств обработки и отображения информации, автоматических систем контроля и управления, устройств ввода-вывода информации ЭВМ и т. д.

Основные параметры АЦП (диапазон изменения, временные параметры, статические погрешности) имеют тот же смысл, что и соответствующие параметры ЦАП, рассмотренные во второй части лекций. Поэтому рассмотрим только некоторые характерные особенности параметров АЦП.

3.1. Параметры АЦП

3.1.1. Статические параметры АЦП

Физически процесс аналого-цифрового преобразования состоит из квантования и кодирования.

Процесс *квантования* аналогового значения приводит к возникновению *ошибки квантования (шума квантования)*, максимальное значение которой $\pm 1/2$ единицы младшего разряда ($\pm 1/2$ ЕМР) преобразователя.

На рис. 3.1, а, приведена характеристика преобразования, а на рис. 3.1, б — график ошибки квантования трехразрядного АЦП для нормированного входного сигнала.

Наряду с *систематической ошибкой* квантования имеет место и более или менее значительная ошибка, обусловленная схемой (инструментальная погрешность). *Инструментальная погрешность* АЦП (так же, как и ЦАП) обусловлена несовершенством отдельных элементов схемы и влиянием на них различных дестабилизирующих факторов. Инструментальная погрешность приводит к тому, что характеристики квантования реальных АЦП отличаются от идеальной, приведенной на рис. 3.1, а. Если середины ступеней идеальной ломаной линии характеристики квантования соединить, то получится прямая с единичным наклоном, выходящая из начала координат (на рисунке 3.1, а, — штриховая линия). В реальных АЦП эта прямая не проходит через нуль (*погрешность смещения нуля* $\Delta U_{смещ.}$ см. рис. 3.2, а) и ее наклон отличается от единичного (*погрешность коэффициента передачи* см. рис. 3.2, б). Погрешность коэффициента передачи характеризуется справочным параметром, который называется *абсолютной погрешностью преобразования в конечной точке шкалы* (ΔU_{max} на рис. 3.2, б).

Погрешность коэффициента передачи в диапазоне преобразования сигнала вызывает постоянное относительное отклонение выходного значения от истинного, а погрешность смещения нуля обуславливает постоянную абсолютную погрешность. Обе эти ошибки, как правило, можно устранить посред-

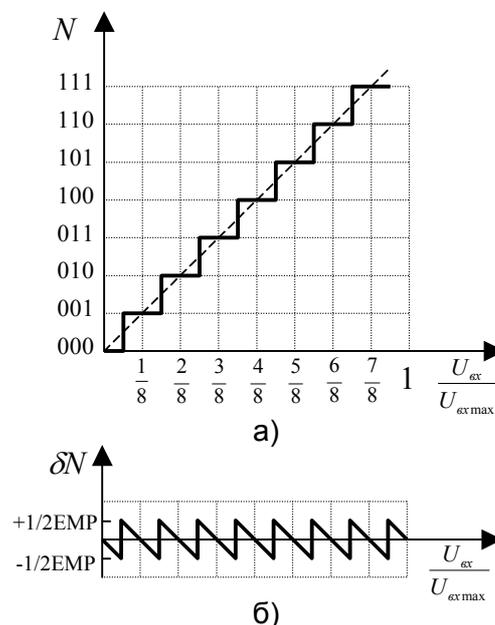


Рис. 3.1. Характеристика квантования АЦП (а) и график ошибки квантования (б)

ством стабилизации нуля и полного отклонения. Остаются ошибки вследствие дрейфа параметров и их нелинейности.

В реальных АЦП имеет место отклонение усредненной характеристики квантования от идеальной прямой во всем диапазоне изменения входного сигнала (*погрешность нелинейности ΔU_n* см. рис. 3.2, в). Другой мерой ошибки линейности преобразования является *дифференциальная нелинейность*. Она указывает, насколько ширина отдельной ступеньки отличается от заданного значения шага квантования (определяется аналогично соответствующему параметру ЦАП). Если дифференциальная нелинейность по абсолютной величине превышает шаг квантования, то при измерении некоторые коды будут пропущены (см. рис. 3.2, г).

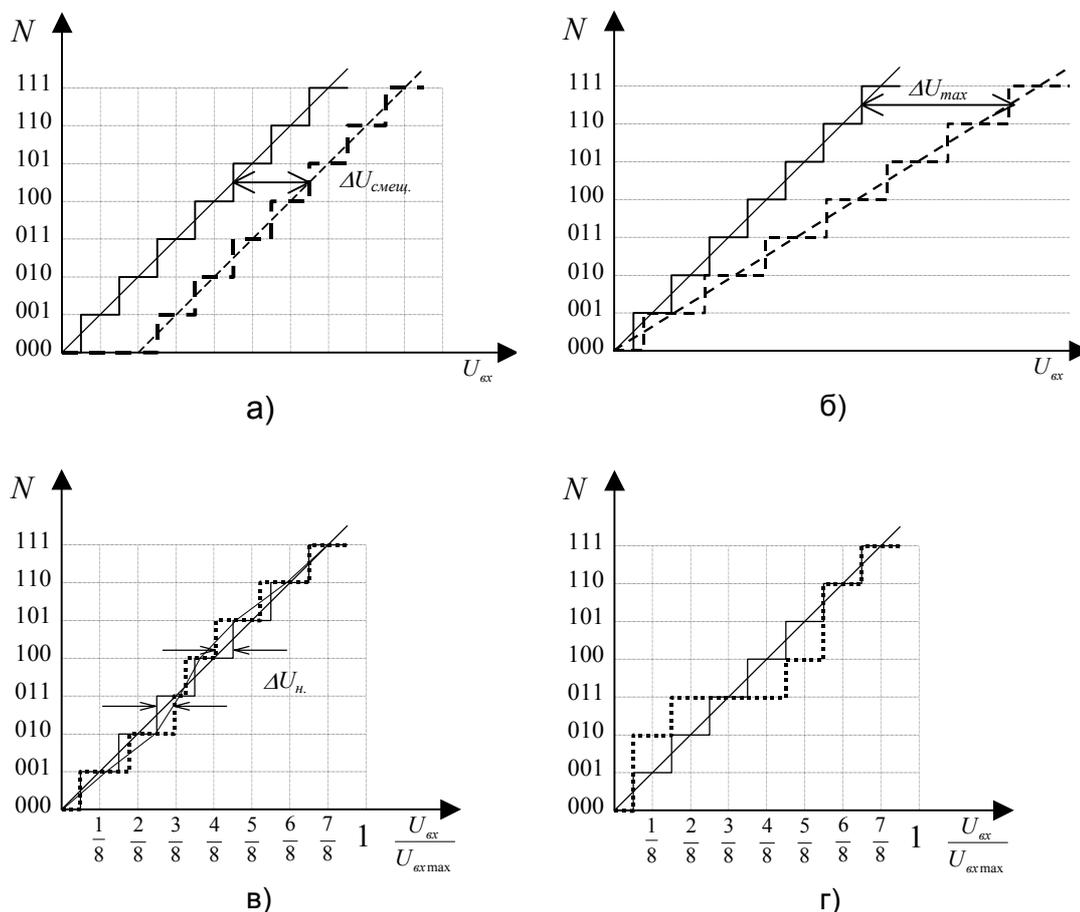


Рис. 3.2. Погрешности преобразования АЦП:
а – погрешность смещения нуля; б – погрешность коэффициента передачи;
в – нелинейность; г – пропуск кодов

Таким образом, с точки зрения статической точности работы, исчерпывающей характеристикой АЦП является его *реальная характеристика квантования*.

Рассмотренные статические погрешности характеризует работу преобразователей при постоянных или квазипостоянных (постоянных на интервале преобразования) сигналах.

3.1.2. Динамические параметры АЦП

1) *Время преобразования t_{np}* – это время, отсчитываемое от начала импульса дискретизации или начала преобразования до появления на выходе устойчивого кода, соответствующего данной выборке. Для одних типов АЦП эта величина является переменной, зависящей от значения входного сигнала, для других – примерно постоянной. При работе без устройства выборки хранения является *апертурным временем*. Определяет достижимую частоту дискретизации (преобразования).

Можно выделить две области применения АЦ-преобразователей:

- цифровые измерительные приборы (вольтметры);
- обработка сигналов.

В первом случае исходят из того, что входное напряжение в течение времени преобразования постоянно. При обработке сигналов, напротив, входное напряжение непрерывно изменяется. При цифро-

вой обработке через равные промежутки времени берутся выборки изменяющегося напряжения с помощью элементов выборки-хранения. Эти данные переводятся в цифровую форму АЦ-преобразователем. Как было показано в главе 1 соответствующая числовая последовательность, только тогда достаточно точно представляет непрерывный входной сигнал, когда выполняется *теорема отсчетов*. Частота выборки f_{δ} должна по меньшей мере вдвое превышать наибольшую частоту сигнала f_{max} . Поэтому время преобразования АЦ-преобразователя t_{np} должно удовлетворять условию:

$$t_{np} < \frac{1}{2 \cdot f_{max}} \quad (3.1)$$

Таким образом при обработке сигналов частота дискретизации (а следовательно и максимальная частота спектра сигнала) определяет требуемое быстродействие АЦП.

Рассмотрим более подробно место АЦП при выполнении операции дискретизации.

Для достаточно узкополосных сигналов, операцию дискретизации можно выполнять с помощью самих АЦП и совмещать таким образом с операцией квантования. Основной закономерностью такой дискретизации является то, что за счет конечного времени одного преобразования и неопределенности момента его окончания не удастся получить однозначного соответствия между значениями отсчетов и моментами времени, к которым их следует отнести.

В частности, если меняется сигнал на входе АЦП последовательных приближений, то выходной цифровой сигнал может принимать значение, соответствующее любому входному сигналу в пределах диапазона его изменения на интервале времени t_{np} . В результате при работе с изменяющимися во времени сигналами возникают специфические погрешности, динамические по своей природе, для оценки которых вводят понятие *апертурной неопределенности*, характеризующейся обычно *апертурным временем* t_a (см. рис. 3.3).

2) *Апертурным временем* называется время между моментом фиксации мгновенного значения входного сигнала (моментом отсчета) и моментом получения его цифрового эквивалента.

3) Погрешность, возникающая из-за несоответствия входного сигнала преобразованному цифровому значению называется *апертурной погрешностью АЦП* ΔU_a (см. рис. 3.3). Несогласие возникает, если входной сигнал в течение времени преобразования изменяется более чем на аналоговый эквивалент единицы младшего разряда ЕМР. Таким образом, при изменяющемся во времени входном сигнале создается неопределенность в том, каким в действительности было мгновенное значение сигнала в момент выборки.

Эффект *апертурной неопределенности* проявляется либо как погрешность мгновенного значения сигнала при заданных моментах измерения, либо как погрешность момента времени, в который производится измерение при заданном мгновенном значении сигнала. При равномерной дискретизации следствием апертурной неопределенности является возникновение амплитудных погрешностей, которые называются апертурными и численно равны приращению сигнала в течение апертурного времени.

Если использовать другую интерпретацию эффекта апертурной неопределенности, то ее наличие приводит к «дрожанию» истинных моментов времени, в которые берутся отсчеты сигнала, по отношению к равноотстоящим на оси времени моментам. В результате вместо равномерной дискретизации со строго постоянным периодом осуществляется дискретизация с флюктуирующим периодом повторения, что приводит к нарушению условий теоремы отсчетов (равномерной дискретизации) и появлению погрешностей в системах цифровой обработки информации (небольшие случайные изменения скорости передачи цифровых данных). В системах цифровой звукопередачи такая апертурная дрожь (или цифровой *джиттер*) ведет к искажениям звука при воспроизведении подобным *детонации* в аналоговом

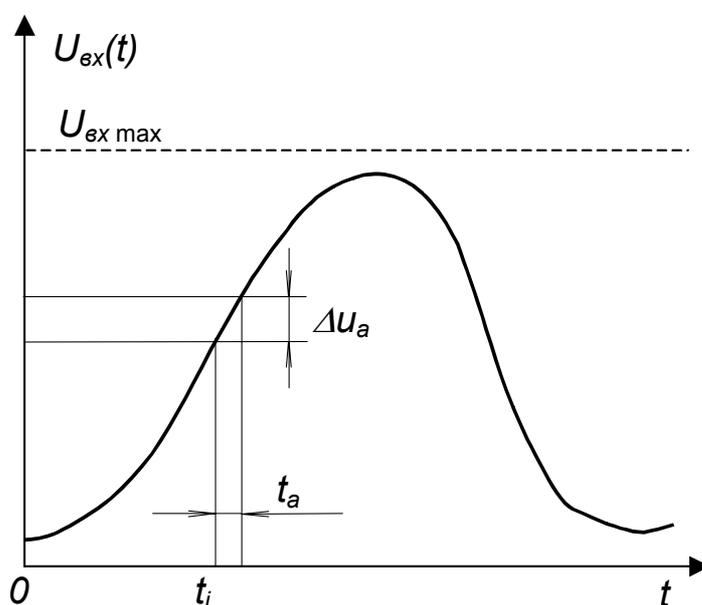


Рис. 3.3. Образование апертурной погрешности

магнитофоне (явление, вызванное неравномерностью движения магнитной ленты, вследствие несовершенства лентопротяжного механизма).

Значение апертурной погрешности можно определить, разложив выражение для исходного сигнала в ряд Тейлора в окрестностях точек отсчета, которое для i -ой точки имеет вид:

$$u_{ex}(t) = u_{ex}(t_i) + t_a \cdot u'_{ex}(t_i) + \frac{t_a^2}{2} \cdot u''_{ex}(t_i) + \dots \quad (3.2)$$

В первом приближении апертурная погрешность может быть представлена в виде:

$$\Delta u_a(t_i) \approx u'_{ex}(t_i) \cdot t_a \quad (3.3)$$

где t_a — апертурное время, которое для рассматриваемого случая равно времени преобразования t_{np} АЦП.

Для того чтобы апертурная погрешность Δu_a не вносила искажения в преобразуемый сигнал она не должна превышать по абсолютной величине аналоговый эквивалент ЕМР, т.е.:

$$\Delta u_a \leq \frac{U_{ex \max}}{2^n}, \quad (3.4)$$

где $U_{ex \max}$ — максимальное преобразуемое напряжение на входе АЦП, n — разрядность АЦП.

Определим максимальную частоту гармонического сигнала f_{max} , который может быть преобразован АЦП без внесения апертурных искажений при заданном апертурном времени t_a (При использовании АЦП без УВХ апертурное время t_a равно времени преобразования t_{np}).

Очевидно, что наибольшего значения апертурная погрешность достигает при максимальной скорости изменения входного напряжения $u_{ex}'(t)$ (см. соотношение (3.3)). Максимальная скорость изменения входного сигнала имеет место когда на входе синусоида размахом (с удвоенной амплитудой) в полную шкалу $U_{ex \max}$, т.е. $u_{ex}(t) = 0.5 \cdot U_{ex \max} \cdot (\sin(2\pi \cdot f_{max} \cdot t) + 1)$ (3.5)

Дифференцируя (3.5), и учитывая, что максимального значения производная сигнала достигает в моменты кратные периоду $2\pi \cdot f_{max}$ из (3.3) получаем:

$$\Delta u_a = \pi \cdot f_{max} \cdot U_{ex \max} \cdot t_a \quad (3.6)$$

Подставляя (3.6) в неравенство (3.4) окончательно получаем:

$$f_{max} \leq \frac{1}{2^n \cdot \pi \cdot t_a} \quad (3.7)$$

Частота, рассчитанная согласно (3.7) недопустимо низка. Она в $\pi \cdot 2^{(n-1)}$ раз ниже максимальной частоты, рассчитанной из (3.1), т.е. из условия удовлетворения быстродействия АЦП теореме отсчетов.

Для обеспечения дискретизации синусоидального сигнала частотой 50 кГц с погрешностью 0.5% (т.е. $n=8$) время преобразования АЦП согласно (3.7) должно быть равно 25 нс. В то же время с помощью такого быстродействующего АЦП принципиально можно дискретизировать сигналы, имеющие ширину спектра порядка 20 МГц согласно (3.1).

Таким образом, дискретизация с помощью самого АЦП приводит к существенному расхождению требований между быстродействием АЦП и периодом дискретизации. Это расхождение достигает 2...3 порядков и сильно усложняет и удорожает процесс дискретизации, так как даже для сравнительно узкополосных сигналов требует быстродействующих АЦП.

Для достаточно широкого класса быстроизменяющихся сигналов эту проблему решают с помощью устройств выборки и хранения (УВХ), включаемых между входом АЦП и выходом источника аналогового сигнала. Их работа основана на принципе фиксации мгновенного значения изменяющегося во времени входного сигнала $u_{ex}(t)$ на время, необходимое для последующего преобразования в АЦП.

3.2. Устройства выборки-хранения (УВХ)

Схема УВХ состоит из:

- аналогового запоминающего элемента (конденсатора);
- ключей, обеспечивающих переход схемы из режима хранения в режим выборки, и наоборот;
- схем управления ключами;
- входного и выходного буферных устройств (ОУ между входом АЦП и аналоговым запоминающим

элементом, ОУ на входе запоминающего элемента).

На рис. 3.4, а, приведена обобщенная эквивалентная схема УВХ для иллюстрации принципа действия и анализа работы. На рис. 3.4, б и в, представлены УВХ на основе повторителя и интегратора соответственно.

Поясним работу УВХ (см. рис. 3.4, а). УВХ имеет два устойчивых режима работы: выборки и хранения.

В режиме выборки (слежения) (ключ замкнут) выходной сигнал УВХ с максимально возможной скоростью достигает значения преобразуемого сигнала $U_{ex}(t)$ и затем отслеживает его до тех пор, пока не придет команда на хранение (см. рис. 3.5).

С этого момента УВХ запоминает и хранит на выходе мгновенное значение преобразуемого входного сигнала за счет того, что при разомкнутом ключе заряд на конденсаторе сохраняется. Медленное его уменьшение может происходить лишь за счет утечки. Так как УВХ запоминает входной сигнал АЦП в момент времени, определяемый командой хранения, апертурное время (и погрешность) АЦП существенно снижается и определяется в основном переменной составляющей апертурного времени УВХ.

Апертурное время УВХ t_a' – это максимальное время от момента подачи команды на хранение до момента фактического перехода схемы в данный режим (см. рис. 3.5). Апертурное время t_a' обусловлено задержкой распространения сигнала и конечным временем переключения ключа, входящего в состав УВХ, при переходе схемы от выборки к хранению.

Критическими динамическими параметрами УВХ являются время выборки $t_{выб}$, когда ключ замыкается, и апертурное время t_a' , когда он размыкается.

Время выборки $t_{выб}$ (рис. 3.5) — это время, требуемое для изменения напряжения на конденсаторе от значения, которое было запомнено в предыдущем цикле, до самого последнего значения сигнала. Рассмотрим составляющую погрешности УВХ, обусловленную этим интервалом. Коэффициент передачи УВХ в режиме выборки имеет вид:

$$\frac{U_{вых}}{U_{ex}} = \frac{1/(j2\pi f C_H)}{R + 1/(j2\pi f C_H)} = \frac{1}{1 + jf / f_0},$$

где $f_0 = 1/(2\pi RC_H)$

Зависимость от частоты приводит к возникновению погрешности коэффициента передачи, равной

$$\frac{U_{вых}}{U_{ex}} - 1 = \frac{-jf / f_0}{1 + jf / f_0}$$

Данная погрешность является одной из составляющих динамической погрешности и называется обычно либо погрешностью коэффициента передачи, либо погрешностью недозаряда (слежения). Легко показать, что для рассмотренной эквивалентной схемы между относительной погрешностью коэффициента передачи δ и частотой синусоидального сигнала f существует примерная зависимость $\delta = f/f_0$.

Для идеальных аналоговых ключей эта составляющая динамической погрешности будет единственной. Однако реальные аналоговые ключи вносят в процесс образования выборочных значений сигнала дополнительные погрешности. Это в первую очередь апертурная погрешность, обусловленная

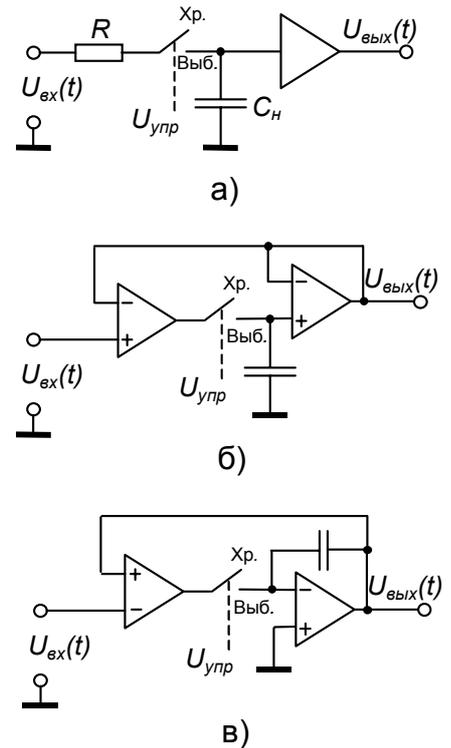


Рис. 3.4. Устройства выборки-хранения: а – обобщенная эквивалентная схема; б – УВХ на основе повторителя; в – УВХ на основе интегратора.

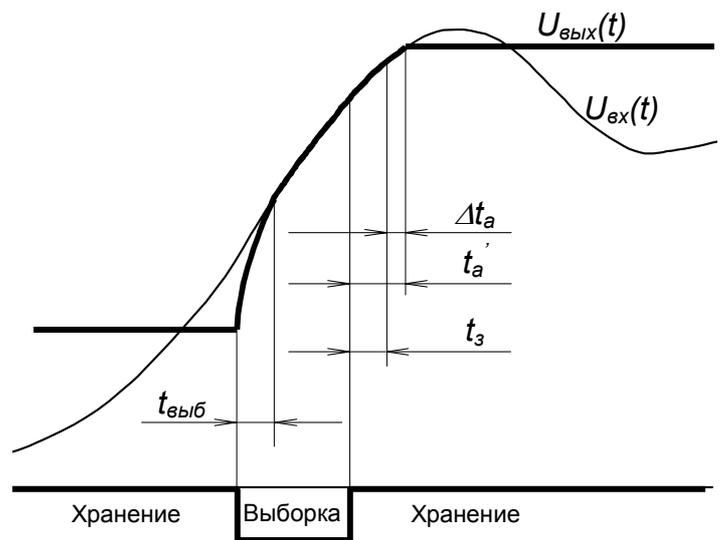


Рис. 3.5. Диаграмма, иллюстрирующая работу устройства выборки-хранения

апертурным временем t_a' , имеющая принципиальное значение для процесса дискретизации как преобразования непрерывной функции в непрерывную последовательность. Апертурное время — это интервал между подачей команды запоминания и фактическим размыканием ключа. Оно складывается из постоянного времени задержки (или апертурного сдвига) t_3 (зависящего от логической схемы, устройства аналогового ключа) и времени неопределенности (апертурной дрожи) Δt_a :

$$t_a' = t_3 + \Delta t_a.$$

Случайная составляющая Δt_a обусловлена зависимостью фактического времени перехода ключа в разомкнутое состояние от формы входного напряжения $U_{вх}(t)$.

Апертурный сдвиг $t_{сад}$ приводит, как правило к частотным искажениям, аналогичным тем, которые возникают в эквивалентной RC цепи, характеризующей схему в режиме выборки (см. рис. 3.4, а), причем величина t_3 играет такую же роль как и RC_n . Вредное влияние апертурного сдвига, поскольку он постоянен, можно всегда скомпенсировать опережением команды хранения.

Апертурная дрожь Δt_a во всех приложениях, основанных на применении теоремы отсчетов, является источником апертурной погрешности, о которой говорилось ранее. Поэтому апертурный сдвиг и апертурную дрожь задают как правило отдельно.

Следует отметить, что добавочную составляющую в апертурную дрожь вносят конечные длительности фронтов стробирующих импульсов и дрожание моментов их запуска.

При нахождении максимальной частоты синусоидального сигнала, преобразуемого с помощью АЦП с УВХ апертурная дрожь Δt_a заменяет в соотношении (3.7) время преобразования $t_{пр}$.

3.3. Основные принципы построения АЦП. Классификация АЦП.

Все АЦП можно разделить на последовательные, параллельные и последовательно-параллельные.

К *последовательным* АЦП относятся:

а) последовательные с единичным приближением, основанные на уравнивании входного аналогового значения суммой минимальных (для данного преобразователя) по весу эталонов (квантов);

б) с двоично-взвешенным приближением, в которых уравнивание входного аналогового значения осуществляется суммой n эталонов (n — число разрядов АЦП), взвешенных по двоичному закону;

в) с промежуточным преобразованием входного аналогового значения в интервал времени или частоту, с последующим преобразованием в цифровой код;

г) без промежуточного преобразования, к которым можно отнести преобразователи напряжение — частота, т. е. частота повторения выходных импульсов таких АЦП пропорциональна входному аналоговому значению;

д) интегрирующие АЦП, использующие в процессе преобразования операцию интегрирования входного аналогового сигнала за фиксированный интервал времени.

Параллельные АЦП основаны на использовании $(2^n - 1)$ эталонов с весами, отличающимися на один квант. Сравнение входного аналогового значения с каждым эталоном производится одновременно с помощью $2^n - 1$ схем сравнения (компараторов).

Последовательно-параллельные АЦП подразделяют на:

а) многоступенчатые, в которых применяют несколько параллельных АЦП, работающих последовательно во времени;

б) многотактные, в которых один и тот же параллельный АЦП работает последовательно несколько раз с соответствующим управлением пороговыми напряжениями.

Рассмотрим основные разновидности АЦП.

3.4. Последовательные АЦП

3.4.1. Последовательные АЦП с единичным приближением.

Типичная схема последовательного АЦП с единичным приближением (АЦП со ступенчатым пилообразным напряжением) дана на рис. 3.6, а. Импульс начала цикла преобразования, который в дальнейшем будем называть импульсом запуска, устанавливает триггер Т и при этом подключает счетчик Сч к выходу генератора импульсов G. Так как разряды счетчика соединены с разрядами ЦАП, то на-

пряжение на выходе последнего $U_{цан}$ увеличивается по ступенчатому пилообразному закону (рис. 3.6, б), причем значение ступени соответствует ЕМР АЦП. Процесс преобразования заканчивается, когда напряжение $U_{цан}$ сравнивается с входным напряжением $U_{вх}$ (станет превосходить его). При этом компаратор К сбрасывает RS-триггер Т, прекращая тем самым поступление счетных импульсов на счетчик и фиксируя на его выходах код N, представляющий цифровой эквивалент входного напряжения в момент окончания преобразования.

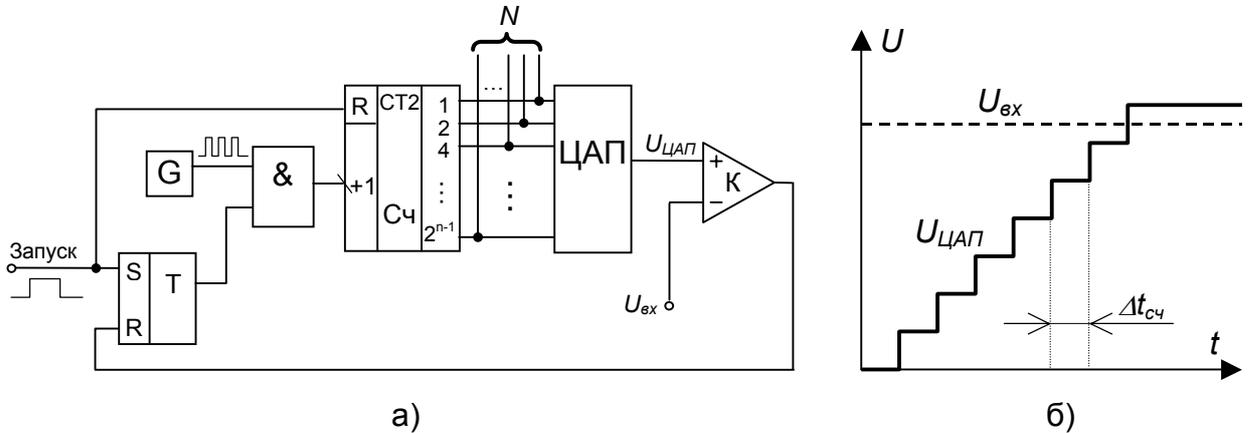


Рис. 3.6. Схема последовательного АЦП с единичным приближением (а) и временные диаграммы его работы (б)

Статическая погрешность преобразования рассмотренного АЦП определяется в основном суммарной статической погрешностью используемых ЦАП и компаратора.

Быстродействие рассматриваемого АЦП, характеризуемое временем преобразования, определяется числом разрядов n и частотой счетных импульсов $f_{сч}$. Время преобразования АЦП данного типа является переменным и определяется уровнем входного напряжения. Максимальное время преобразования, соответствующее максимальному входному напряжению:

$$t_{np \max} = (2^n - 1) \cdot \Delta t_{сч}$$

где $\Delta t_{сч} = 1/f_{сч}$ - период следования счетных импульсов.

Так как число разрядов АЦП задается, время преобразования определяется частотой (периодом) счетных импульсов. Минимальный период импульсов $\Delta t_{сч}$ необходимо выбирать из условия установления за это время всех переходных процессов с заданной погрешностью. Для схемы рис. 3.6:

$$\Delta t_{сч \min} = t_{сч} + t_{цан} + t_T + t_k + t_l$$

где $t_{сч}$ — максимальное время установления (для самого неблагоприятного случая) переходного процесса в счетчике; $t_{цан}$ — время установления ЦАП; t_T — время включения управляющего триггера; t_k , t_l — времена включения компаратора и логической схемы И.

При работе без УВХ динамическая погрешность, как уже отмечалось ранее, определяется временем преобразования АЦП, которое в данном случае заранее неизвестно и зависит от поведения аналоговой величины на входе. Поэтому в данном случае время преобразования играет роль апертурного времени. Учитывая невысокое быстродействие, АЦП данного типа без УВХ пригодны для работы только с медленно меняющимися сигналами, которые за цикл преобразования изменяются не более чем на значение шага квантования.

Рассмотренный АЦП легко превратить в АЦП *следающего типа*. Для этого в схеме рис. 3.6, а необходимо заменить суммирующий счетчик на реверсивный и использовать прямой и инверсный выходы компаратора для управления им (см. рис. 3.7). В этом случае при $U_{вх} \approx U_{цан}$ выходной код АЦП колеб-

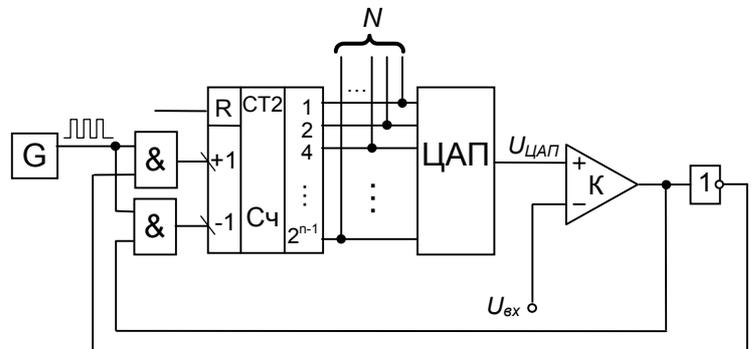


Рис. 3.7. Схема следящего АЦП

лется вокруг среднего положения с точностью до ЕМР, как это имеет место в любой дискретной следящей системе. Если в состоянии динамического равновесия $U_{вх}(t)$ начинает изменяться, то выходной код АЦП отслеживает его с погрешностью, равной ЕМР, при условии, что за период счетных импульсов $\Delta t_{сч}$ входной сигнал изменится не более чем на значение шага квантования ΔU , т. е.

$$u'_{вх}(t) \cdot \Delta t_{сч} \leq \Delta u$$

3.4.2. Последовательные АЦП с двоично-взвешенным приближением.

Структурная схема последовательного АЦП с двоично-взвешенным приближением представлена на рис. 3.8.

При получении команды на выполнение преобразование (приход импульса запуска) регистр последовательных приближений РПП по следующему за ним фронту тактового импульса от генератора G устанавливает логическую «1» на входе старшего (n-1)-го разряда ЦАП и логические «0» на входах

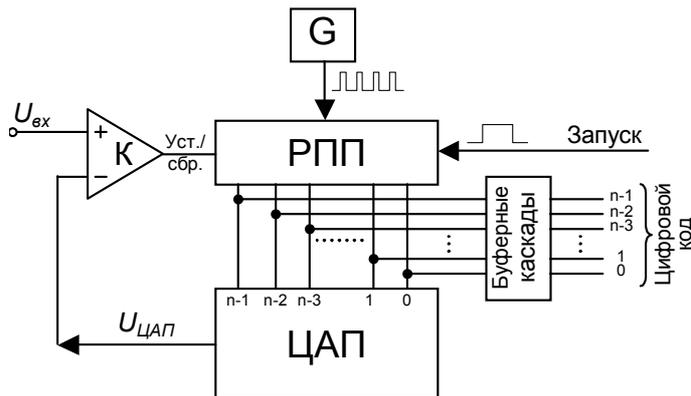


Рис. 3.8. Структурная схема АЦП с двоично-взвешенным приближением

всех остальных разрядов. Далее компаратор K сравнивает входное напряжение $U_{вх}$ и напряжение с выхода ЦАП $U_{цап}$. Если преобразуемое напряжение $U_{вх} > U_{цап}$, то компаратор дает команду РПП оставить в старшем (n-1) разряде логическую «1», если наоборот $U_{вх} < U_{цап}$, то компаратор заставляет РПП сбросить логическую «1» в старшем разряде. Значение старшего разряда РПП в зависимости от результата сравнения фиксируется по фронту следующего тактового импульса. Одновременно (по фронту того же тактового импульса) логическая единица появится на следующем по старшинству (n-2)-ом разряде ЦАП. В зависимости от результата сравнения напряжений $U_{вх}$ и $U_{цап}$ компаратором по фронту следующего тактового импульса фиксируется значение разряда (n-2), а логическая «1» появляется на входе (n-3) разряда ЦАП. Затем вновь повторится описанный выше алгоритм работы блоков АЦП и так далее до 0-го разряда. После n тактов сравнения (по прошествии n тактовых импульсов генератора G от момента начала импульса запуска) на входе ЦАП получается n-разрядный двоичный код, который является цифровым эквивалентом входного аналогового сигнала.

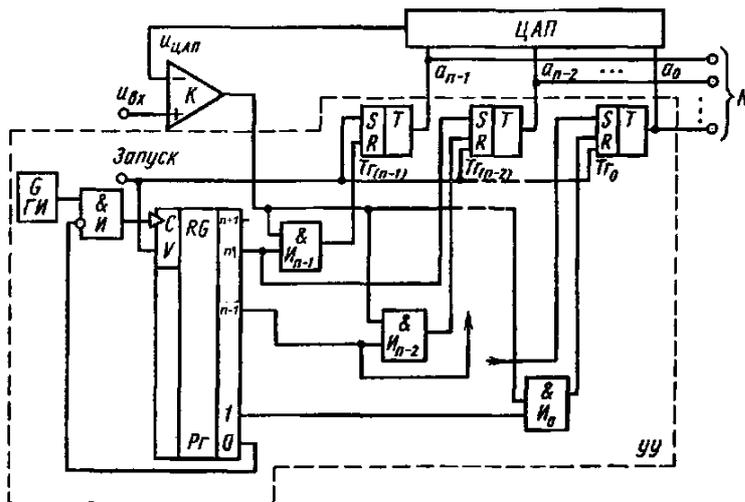


Рис. 3.9. Принципиальная схема АЦП с двоично-взвешенным приближением

Более подробная схема АЦП с двоично-взвешенным приближением представлена на рис. 3.9. Поясним ее работу. Входное напряжение $U_{вх}$ поступает на один из входов компаратора, на другой вход которого подается $U_{цап}$. При сравнении этих напряжений компаратор вырабатывает команды, которые подаются на управляющее устройство УУ (состоящее из (n+1)-разрядного сдвигового регистра RG и триггеров Tg со схемами И), выходные сигналы которого управляют работой ЦАП.

При поступлении импульса запуска триггер старшего разряда $T_{(n-1)}$ устанавливается в состояние 1, а все остальные — в состояние 0. Одновременно в сдвиговой регистр RG записывается код 100...000 (все нули, «1» в самом старшем разряде). Вслед за импульсом запуска (в первом такте работы АЦП) компаратор сравнивает $U_{вх}$ с эталонным напряжением $U_{э(n-1)}$, подаваемым с ЦАП и соответствующим единице его старшего разряда.

В следующем такте работы (по фронту тактового импульса, следующего за импульсом запуска) логическая «1» появится в разряде с номером n сдвигового регистра RG. Одновременно по этому же тактовому импульсу происходит фиксация триггера старшего разряда в верном состоянии с помощью схемы $I_{(n-1)}$ и установка в единичное состояние следующего по старшинству триггера $T_{(n-2)}$. Происходит это следующим образом:

Если $U_{ex} > U_{э(n-1)}$, то на выходе компаратора отсутствует импульс и в старшем разряде ЦАП (в триггере $T_{(n-1)}$) сохранится 1; если же $U_{ex} < U_{э(n-1)}$ то компаратор выдает импульс, который, пройдя через схему $I_{(n-1)}$, устанавливает триггер $T_{(n-1)}$ в состояние 0. Одновременно происходит установка в «1» триггера $T_{(n-2)}$, что обеспечит подачу эталонного напряжения $U_{э(n-2)}$ с ЦАП на компаратор. Аналогично выполняются и все остальные такты работы АЦП. На $(n+1)$ такте логическая единица сдвигается в самый младший (0-ой) разряд регистра RG, прекращая тем самым поступление тактовых импульсов на его синхровход, и фиксируя таким образом состояние триггеров до поступления следующего импульса запуска. По сути дела, 0-ой разряд сдвигового регистра является выводом для сигнала «Конец преобразования». Таким образом, за n тактов осуществляется уравнивание преобразуемого напряжения U_{ex} суммой эталонных напряжений, снимаемых с ЦАП:

$$U_{ex} = \sum_{i=0}^{n-1} a_i U_{эi} .$$

Следует отметить, что рассмотренный АЦП, легко позволяет получить последовательный цифровой код преобразуемого аналогового значения со скоростью, соответствующей тактовой частоте работы микросхемы. Так, например, в схеме рис. 3.9 проинвертированный последовательный код присутствует на выходе компаратора К.

По сравнению с АЦП единичного приближения рассматриваемый преобразователь осуществляет преобразование за n шагов вместо 2^n-1 и, таким образом, позволяет получить существенный выигрыш в быстродействии, который, например, при $n=10$ достигает двух порядков. Очевидно, статическая погрешность и быстродействие такого преобразователя определяются в основном параметрами ЦАП и компаратора (порогом чувствительности, быстродействием). При преобразовании быстроменяющихся сигналов данные АЦП работают совместно с УВХ.

Данные схемы АЦП широко распространены благодаря возможности построения многоразрядных (до 12 разрядов и выше) преобразователей сравнительно высокого быстродействия (время преобразования порядка нескольких сотен наносекунд). На основе этого метода серийно выпускаются ИМС:

12-разрядного АЦП **K572ПВ1** ($t_{np}=170$ мкс),

8-разрядного АЦП **K572ПВ3** ($t_{np}=7,5$ мкс),

система сбора данных на основе 8-разрядного АЦП **K572ПВ4** ($t_{np}=32$ мкс),

10-разрядного АЦП **K1108ПВ1** ($t_{np}=0,9$ мкс),

12-разрядного АЦП **K1108ПВ2** ($t_{np}=2$ мкс),

10-разрядного АЦП **K1113ПВ1** ($t_{np}=30$ мкс).

3.4.3. АЦП с промежуточным преобразованием в интервал времени

На рис. 3.10, а представлена схема АЦП с промежуточным преобразованием входного сигнала (напряжения) в пропорциональный ему временной интервал t_i который затем заполняется счетными импульсами эталонной частоты $f_{сч}$. Число импульсов, попавших в измерительный интервал T_x , фиксируется счетчиком и выдается как цифровой эквивалент преобразуемого сигнала (рис. 3.10, б). При этом соотношение между кодом и входным сигналом имеет следующий вид:

$$N = \frac{T_x}{\Delta t_{сч}} = \frac{u_{вх}}{\Delta t_{сч} \cdot \alpha}$$

где α - скорость изменения напряжения генератора линейно изменяющегося напряжения (ГЛИН)

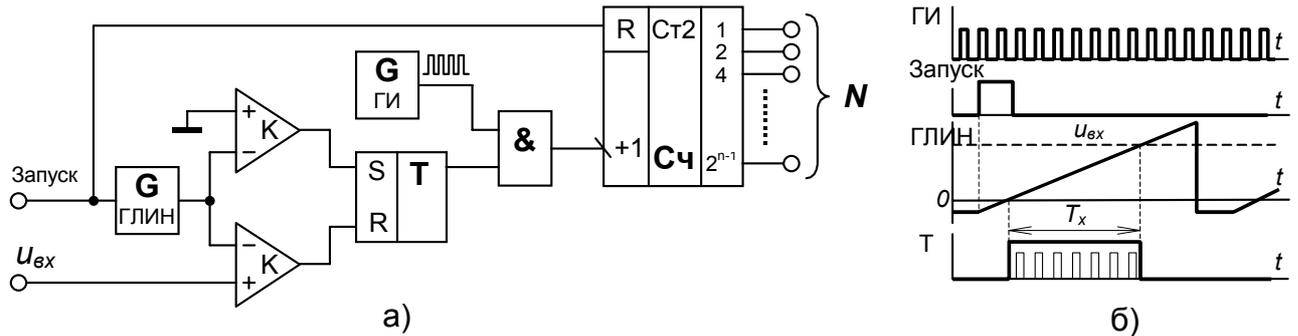


Рис. 3.10. АЦП с промежуточным преобразованием в интервал времени:
а) – схема; б) – временные диаграммы

($\alpha = du_{глин}/dt$).

Статическая погрешность данного АЦП определяется нестабильностью частоты $f_{сч}$, отклонением характеристики ГЛИН от идеальной, погрешностью компараторов.

С точки зрения динамической погрешности рассматриваемый АЦП аналогичен АЦП со ступенчатым пилообразным напряжением (с единичным приближением) (см. рис. 3.6, а). Для уменьшения динамической (апертурной) погрешности необходимо совместно с данным АЦП использовать УВХ.

АЦП рассмотренного типа широко использовались в 40-х и 50-х годах, но в настоящее время применяются редко, т.к. по быстродействию они значительно хуже всех остальных.

3.4.4. АЦП с промежуточным преобразованием напряжения в частоту

На рис. 3.11 представлена схема АЦП с промежуточным преобразованием напряжения в частоту. Одну из разновидностей АЦП такого типа (рассмотренную ниже) еще по-другому называют *дельта-сигма преобразователями*.

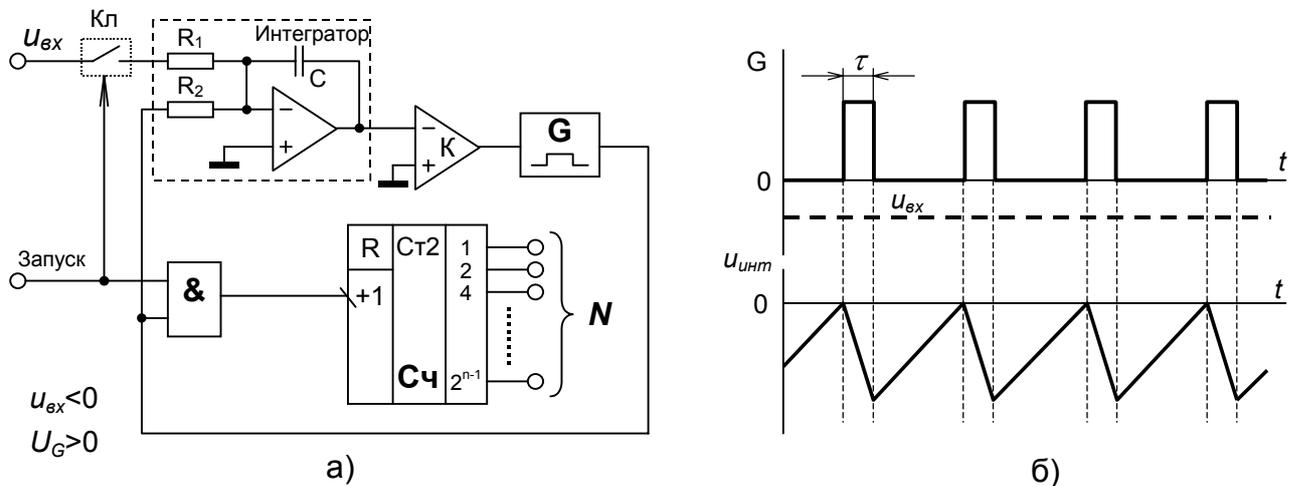


Рис. 3.11. АЦП с промежуточным преобразованием в частоту:
а) – схема; б) – временные диаграммы

Сигнал запуска по длительности равный фиксированному временному интервалу T_ϕ , поступает на ключ $Kл$, при замыкании которого на вход интегратора подается преобразуемое напряжение U_{ex} . Одновременно импульс запуска поступает на вход элемента «И», что обеспечивает пропускание импульсов одновибратора G на счетчик. После прихода импульса запуска, напряжение на выходе интегратора $U_{инт}$ начинает линейно возрастать до тех пор, пока не достигнет значения опорного напряжения схемы сравнения (на схеме нулевого). При $U_{инт} > 0$ компаратор сработает и своим выходным сигналом воздействует на одновибратор G , с выхода которого на второй вход интегратора поступит импульс, имеющий постоянную длительность τ и постоянную амплитуду U_Δ с полярностью, обратной полярности U_{ex} . Значение U_Δ выбирается таким, чтобы всегда выполнялось условие $U_\Delta/R_2 > U_{ex}/R_1$. Поэтому сразу после подачи импульса одновибратора G напряжение $U_{инт}$ начнет уменьшаться в течение всей длительности импульса τ . После окончания импульса напряжение $U_{инт}$ вновь начнет расти, т.е. цикл интегрирования повторится. В установившемся режиме суммарное приращение напряжения на выходе интегратора за единственный цикл интегрирования $T_{инт}$ равно нулю, т. е.

$$\frac{1}{R_1 C} \cdot \int_0^{T_{инт}} U_{ex} dt - \frac{1}{R_2 C} \cdot \int_0^\tau U_\Delta dt = 0 \quad (3.8)$$

Если значение U_{ex} постоянно в течение $T_{инт}$, то из (41) получаем:

$$\frac{U_{ex} \cdot T_{инт}}{R_1 C} - \frac{U_\Delta \tau}{R_2 C} = 0$$

или:

$$T_{инт} = \frac{U_\Delta}{U_{ex}} \cdot \frac{R_1}{R_2} \cdot \tau$$

Следовательно частота следования импульсов одновибратора G :

$$f_{инт} = \frac{1}{T_{инт}} = \frac{U_{ex}}{U_\Delta} \cdot \frac{R_2}{R_1} \cdot \frac{1}{\tau} = \alpha \cdot U_{ex},$$

а число импульсов, прошедшее на счетчик за фиксированный временной интервал T_ϕ :

$$N = T_\phi \cdot f_{инт} = T_\phi \cdot \alpha \cdot U_{ex} \quad (3.9)$$

Из (3.9) видно, что показания счетчика будут пропорциональны входному напряжению при постоянных значениях сопротивлений резисторов R_1 и R_2 и постоянных параметрах импульсов одновибратора τ и U_Δ . Заметим, что оба слагаемых в (3.8) являются определенными интегралами, измеряемыми в вольт-секундах, умноженными на коэффициенты передачи интегратора по соответствующему входу. Отсюда следует, что каждый сформированный одновибратором импульс по площади, выраженной в вольт-секундах, равен площади входного напряжения за время $T_{инт}$, выраженной также в вольт-секундах и умноженной на постоянный коэффициент R_2/R_1 . Именно это свойство позволяет использовать АЦП такого типа в качестве аналого-цифрового интегратора, причем не только постоянных, но и изменяющихся сигналов.

Так как в данном АЦП происходит интегрирование входного сигнала, то помехи, содержащиеся во входном сигнале, уменьшаются, как и в других типах интегрирующих АЦП. Для лучшего подавления помех, поступающих по цепям питания длительность T_ϕ целесообразно брать равной периоду питающего напряжения.

3.4.5. Преобразователи напряжение частота. Сигма-дельта преобразователи

Схема такого преобразователя аналогична схеме АЦП с промежуточным преобразованием напряжения в частоту, при этом на выход непосредственно (минуя счетчик) поступают импульсы с частотой пропорциональной входному напряжению (см. рис. 3.12, а). При этом токи $I_1 = U_{ex}/R_1$ и $I_2 = U_G/R_2$ должны иметь различные знаки для обеспечения циклического заряда – разряда конденсатора интегратора C . По такой структурной схеме строится серийно выпускаемая ИМС ПНЧ–ПЧН К1108ПП1. Выходные импульсы данной ИМС имеют прямоугольную форму с калиброванной длительностью частотой до 500 кГц. АЦП такого типа удобен и недорог, особенно в тех случаях, когда приходится передавать сигнал по кабелю, что требует частотный, а не кодовый выход.

Еще одна разновидность схемы ПНЧ – «дельта-сигма» преобразователя представлена на рис. 3.12, б. Она применяется в тех случаях, когда выходные импульсы должны быть синхронизированы с тактовыми. В схеме импульсы тока фиксированной длительности (равной периоду тактового генератора T_G) генерируются D-триггером T в те моменты, когда выход компаратора K имеет высокий уровень (в результате нарастания $U_{инт}$ до нуля) и на синхровход триггера приходит фронт тактового импульса. Выходные импульсы такого ПНЧ образуются в результате логической операции «И» над выходным сигналом триггера и тактовыми импульсами. В результате частота выходных импульсов пропорциональна входному напряжению $U_{вх}$. При этом выходные импульсы синхронизированы с тактовыми и имеют фиксированную длительность, равную длительности тактового импульса.

Остановимся более подробно на последнем типе преобразователей, учитывая их широкое распространения в серийных микросхемах АЦП.

В последние годы сигма-дельта архитектура стала очень популярна для реализации АЦП и ЦАП высокого разрешения в виде СБИС. Сейчас технология производственного процесса позволяет сделать эти ранее недоступные приборы коммерчески жизнеспособными. Благодаря освоению одномикронной КМОП геометрии, сигма-дельта преобразователи, которые сочетают на одном кристалле ИС функции АЦП, ЦАП и ЦОС, стали очень популярны.

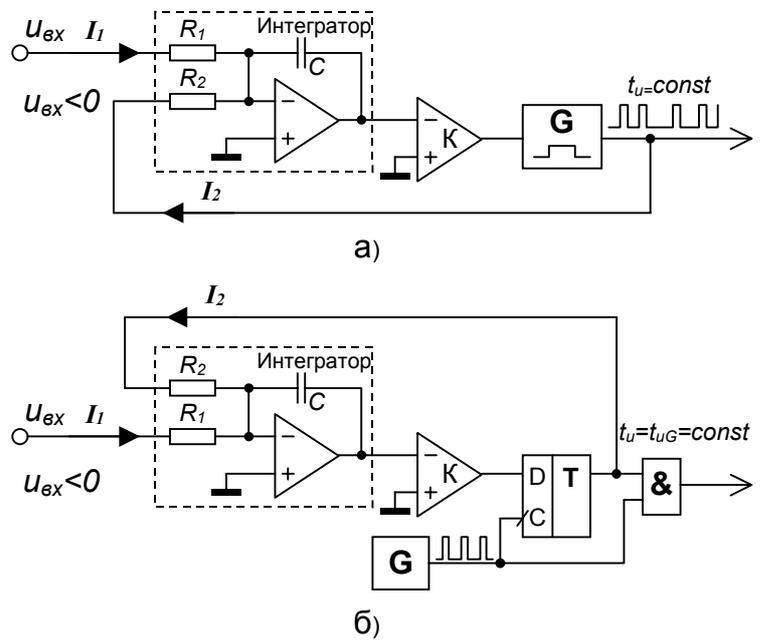
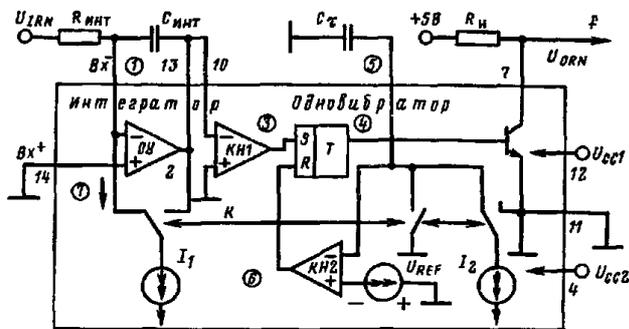
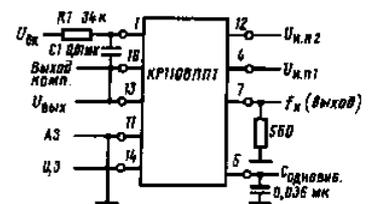
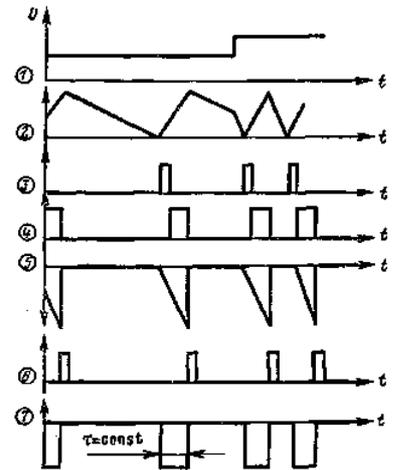


Рис. 3.12. Преобразователи напряжение – частота:
 а) – обычный ПНЧ
 б) – «дельта-сигма» преобразователь



Назначение и нумерация выводов микросхемы:

- 1 – инвертирующий вход;
- 4 – напряжение источника питания U_{cc1} ;
- 5 – емкость одновибратора;
- 7 – частотный выход;
- 10 – выход КН
- 11 – общий;
- 12 – напряжение источника питания U_{cc2} ;
- 13 – аналоговый выход;
- 14 – неинвертирующий вход;
- 2, 3, 6, 8, 9 – незадействованные выводы.



АЦП **K1108PP1** и основная схема включения.

В сигма-дельта АЦП аналоговый сигнал квантуется с очень низким разрешением (как правило, 1 бит) на частоте, во много раз превышающей максимальную частоту спектра сигнала. Используя такую методику передискретизации в сочетании с цифровой фильтрацией, можно получить эффективное увеличение разрядности. Для снижения эффективной скорости поступления отсчетов на выходе АЦП применяется децимация. Однобитовые сигма-дельта АЦП и ЦАП обладают превосходной дифференциальной и интегральной линейностью благодаря отсутствию нелинейности 1-битового квантователя. Здесь не нужна высокоточная лазерная подгонка, как в других архитектурах АЦП.

Структура сигма-дельта ЦАП принципиально не отличается от АЦП, за исключением порядка следования процессов.

3.4.5.1. Концепция сигма-дельта преобразователей

- Идеальная топология для больших интегральных схем
- Передискретизация
- Сигма-дельта модулятор формирует шумоподобный спектр
- Цифровая фильтрация
- Децимация
- Возможно разрешение 16 бит и более

Ключевыми моментами для понимания действия сигма-дельта преобразователей являются: передискретизация, процесс шумообразования в сигма-дельта модуляторе, цифровая фильтрация и децимация.

3.4.5.2. Передискретизация

При классическом подходе к процессу дискретизации (рис. 3.13) эффективное значение шума квантования, попадающего в полосу от 0 до $F_0/2$, составляет $Q/\sqrt{12}$ (Q — вес младшего разряда, F_0 — частота следования выходных отсчетов). (Это верно, если ошибка — шум квантования — случайная величина, подчиняющаяся случайному закону распределения, что соблюдается если шаг квантования достаточно мал по сравнению с диапазоном изменения входного сигнала см. 1.2.2). Здесь значительная часть шума квантования попадает в рабочую полосу частот. При соблюдении условия теоремы Котельникова (полоса частот полезного сигнала меньше либо равна $F_0/2$) аналоговый фильтр на входе преобразователя должен обладать высокой крутизной спада АЧХ за полосой пропускания, для эффективного ослабления высокочастотных шумов и помех, которые могут проникать в рабочую полосу в результате интерференции с гармониками частоты дискретизации. В подавляющем большинстве случаев это активный ФНЧ. Но добиться удовлетворительного коэффициента гармоник у таких фильтров — весьма непростая задача, так же как и малых фазовых искажений. Тут можно столкнуться с глубоким противоречием.

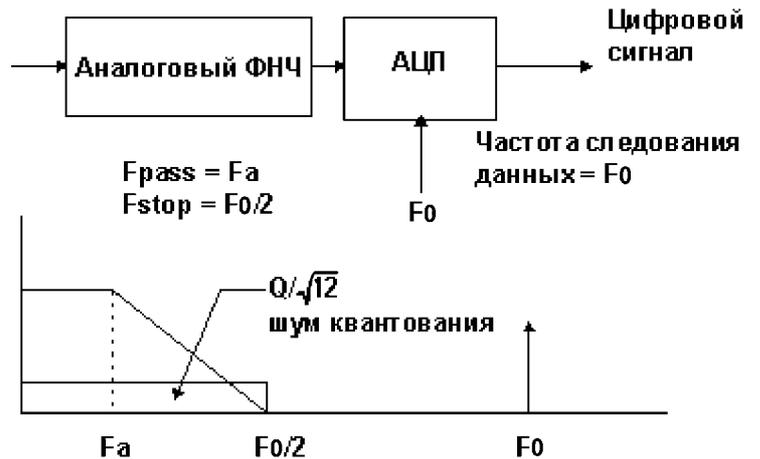


Рис. 3.13. Дискретизация с использованием низкочастотного фильтра и критерий Найквиста

Другой способ улучшения разрешения преобразователя — передискретизация (рис. 3.14). При этом входной сигнал квантуется с частотой $K \cdot F_0$ (K — отношение передискретизации), а выходной цифровой поток следует уже с темпом F_0 . Мы можем видеть два новых элемента схемы: цифровой фильтр и дециматор (устройство снижения темпа следования отсчетов). Шум квантования в полосе частот от $F_0/2$ до $(K \cdot F_0)/2$ подавляется цифровым фильтром в выходном потоке. Это приводит к улучшению отношения сигнал-шум на величину, равную $10 \cdot \text{Log}_{10}(K)$ (см. раздел 1.2.2). Кроме того, можно добиться малой неравномерности АЧХ и ФЧХ цифрового фильтра и высокой

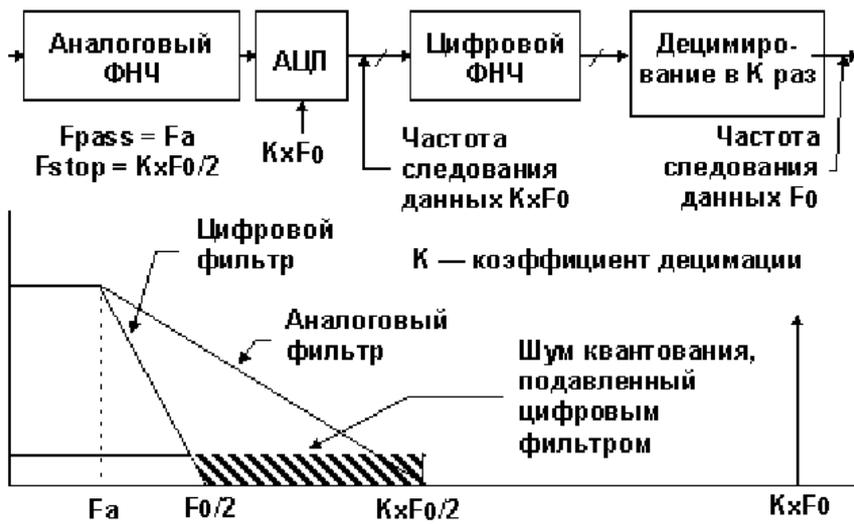


Рис. 3.14. Передискретизация при аналоговой и цифровой фильтрациях $F_0/2$. Эту функцию и выполняет сигма-дельта модулятор. После такого формирования цифровой фильтр легко подавит значительную часть энергии шума квантования, и общее отношение сигнал-шум, определяющее динамический диапазон, ощутимо возрастет.

линейности. Сам же аналоговый фильтр вырождается в простое RC-звено. К сожалению, цена за сверхразрешение высока, потому что для улучшения отношения сигнал-шум на 6 дБ (1 бит) требуется соответственно увеличить коэффициент передискретизации в 4 раза. Для сохранения значения этого коэффициента в разумных пределах необходимо *формировать спектр шума квантования так, чтобы основной шум был между $F_0/2$ и $K \cdot F_0/2$ и только малая часть в области между 0 и*

3.4.5.3. Сигма-дельта преобразователи и формирование шума квантования

Блок-схема сигма-дельта АЦП первого порядка представлена на рис. 3.15. Входная (аналоговая) часть такого класса приборов — сигма-дельта модулятор, который преобразует входной сигнал в последовательный непрерывный поток нулей и единиц, следующих с темпом $K \cdot F_0$.

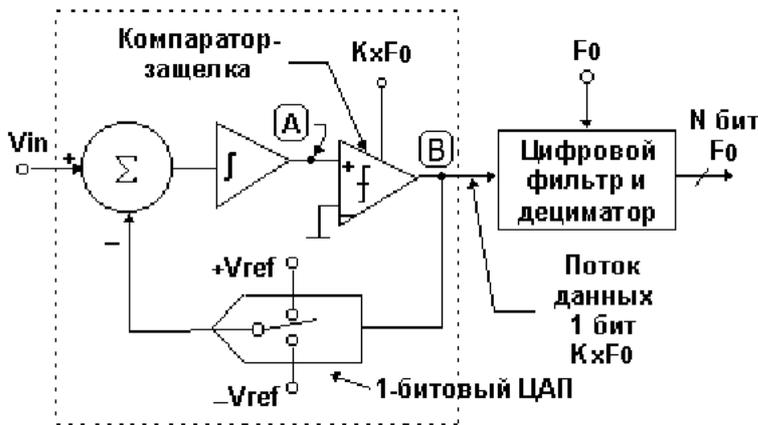


Рис. 3.15. Сигма-дельта АЦП первого порядка

Мы видим замкнутую цепь обратной связи: вычитающее устройство, интегратор, компаратор (1-битовый АЦП), 1-битовый ЦАП. Этот ЦАП принимает последовательный поток данных, а выходящее воздействие ЦАП вычитается из входного сигнала. Из теории обратной связи следует, что средняя величина напряжения на выходе ЦАП может достигать того же значения, что и на входе модулятора, при достаточном петлевом усилении. Интегратор может быть представлен в рабочем диапазоне частот как фильтр, амплитуда отклика которого

пропорциональна $1/f$, где f — частота входного воздействия. Компаратор синхронизируется тактовыми импульсами, следующими с частотой $(K \cdot F_0)$, преобразуя медленный входной сигнал в сигнал переменного тока высокой частоты, которая меняется в зависимости от среднего значения напряжения на входе. Таким образом, эффективное значение шума квантования на низких частотах пренебрежимо мало, а интегратор выступает в роли «фильтра высоких частот» для шума квантования. Распределение спектра результирующего шума сильно зависит от скорости квантования, постоянной времени интегратора и точности балансировки обратной связи по напряжению.

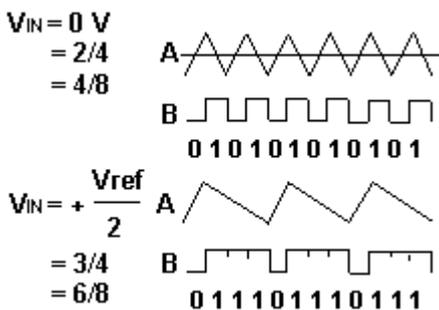


Рис. 3.16. Формы сигналов сигма-дельта модулятора

Для различных входных величин в одном интервале квантования данные от 1-битового АЦП мало что значат. Только когда накоплено большое число отсчетов, мы получим результирующее значение. Если входной сигнал близок к положительному краю полной шкалы, ясно, что в битовом потоке на выходе будет больше единиц, чем нулей, и наоборот, если сигнал бли-

же к отрицательному краю полной шкалы, то в выходном потоке будет больше нулей, чем единиц. Для сигнала, близкого к середине шкалы, количество нулей и единиц примерно одинаково. На рис. 3.16 показано выходное состояние интегратора для двух входных условий. Первое — для нулевого входного воздействия (середина шкалы), второе — для некоторого положительного воздействия.

Для декодирования выходного потока пропустим выходные отсчеты через простой цифровой фильтр низкой частоты, который усредняет только по четырем отсчетам. На выходе фильтра будет $2/4$. Это значение соответствует нулю. При большем накоплении отсчетов достигается более широкий динамический диапазон. Например, накопление 8 отсчетов даст $4/8$ (3-битовое разрешение). На нижней диаграмме накопление, проведенное для 4 отсчетов, даст $3/4$, а для 8 — $6/8$.

Как уже ранее отмечалось сигма-дельта АЦП можно также рассматривать как синхронный преобразователь напряжения в частоту и следующий за ним счетчик. Число единиц, подсчитанное в заданном количестве отсчетов выходного потока данных, счетчик выдаст как цифровое значение входного воздействия. Однако прямой метод накопления будет работать очень медленно, так как только за 2^N тактов цикла можно достичь N -битового эффективного разрешения. Для повышения скорости преобразования применяют специальные способы распараллеливания процессов.

Дальнейший анализ сигма-дельта АЦП лучше всего производить в частотной области, используя линейную операторную модель замкнутой системы автоматического регулирования — сигма-дельта модулятора (рис. 3.17). Отметим, что здесь интегратор представлен как аналоговый фильтр с заданной передаточной характеристикой $H(p)$. Эта характеристика имеет амплитудную зависимость, которая обратно пропорциональна частоте. Квантователь показан как каскад усиления (пропорциональное звено), предшествующий сумматору шума квантования.

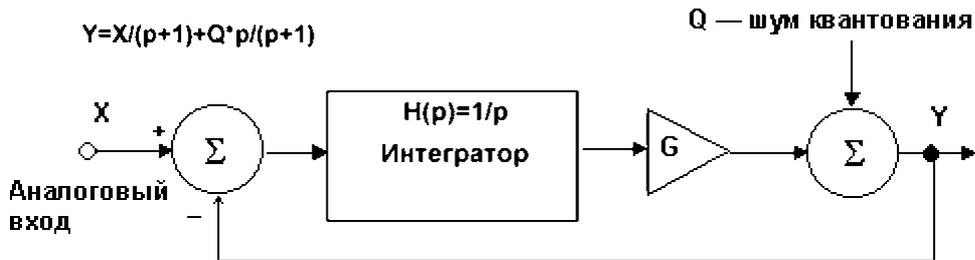


Рис. 3.17. Линейная модель сигма-дельта модулятора

Одним из преимуществ частотного подхода является то, что для описания поведения сигналов можно пользоваться просто алгеброй. Выходная величина Y может быть представлена как разность $(X-Y)$, умноженная на передаточную функцию аналогового фильтра, умноженная на коэффициент передачи усиливающего звена и затем сложенная с шумом квантования Q . Если положить коэффициент передачи, равным G , а передаточную функцию представить как $1/p$, то в результате математических преобразований получим:

$$Y = \frac{X - Y}{p} \cdot G + Q = X \cdot \frac{G}{p + G} + Q \cdot \frac{p}{p + G}$$

Отсюда следует, что на частоте, равной 0, Y будет равен только X . При увеличении частоты величина X уменьшается, а величина шумовой компоненты увеличивается. Таким образом, рассматриваемый модулятор действует как ФНЧ на сигнал и как ФВЧ на шум квантования. Поэтому такие модуляторы с фильтрами часто называют шумообразующими. Это иллюстрирует рис. 3.18.

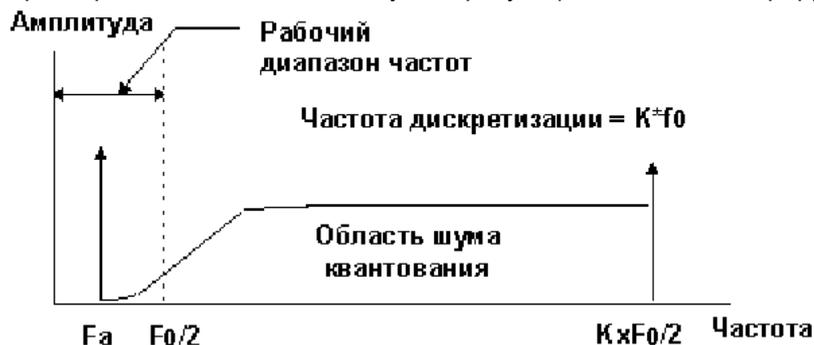


Рис. 3.18. Распределение шума квантования

Рассмотрим **вопрос о соотношении сигнал-шум в сигма-дельта модуляторе** подробнее. Рассматривая его линейную модель в частотной области $p=j\omega$ (см. рис. 3.17) можно записать:

$$(X(j\omega) - Y(j\omega)) \cdot \frac{G}{j\omega} + q = Y(j\omega) \Rightarrow Y(j\omega) = X(j\omega) \cdot \frac{1}{G + j\omega} + q \cdot \frac{j\omega}{G + j\omega} \Rightarrow$$

$$Y(j\omega) = \frac{1}{G + j\omega} \cdot [X(j\omega) + q \cdot j\omega] = K_{\Delta-\Sigma}(j\omega) \cdot [X(j\omega) + q \cdot j\omega]$$

Таким образом, шумовая составляющая (слагаемое содержащее q) в выходном сигнале модулятора растет линейно с увеличением частоты (пропорционально $j\omega$). Отметим, что шум квантования обычного АЦП близок к белому шуму, т.е. имеет равномерное распределение по частоте (его мощность одинакова на всех частотах, что соответствует горизонтальному частотному спектру, простирающемуся до половины частоты передискретизации $f_0'/2$).

Обычно шумовые характеристики даются в виде графиков $u_{ш}$ или $u_{ш}^2$, соответственно в единицах «нановольт на корень из Герца» или «вольт в квадрате на Герц» (Горовиц, Хилл):

$$u_{ш} = q = \left[\frac{B}{\sqrt{\Gamma_u}} \right]; \quad u_{ш}^2 = q^2 = \left[\frac{B^2}{\Gamma_u} \right]; \quad U_{ш.эфф} = u_{ш} \cdot \sqrt{B} = [B]; \quad U_{ш.эфф}^2 = u_{ш}^2 \cdot B = [B^2]$$

Определим среднеквадратичное значение шума попадающего в полезную полосу частот B_0 ($f_0'/2 = K \cdot B_0$, K – коэффициент передискретизации). Пусть плотность напряжения шума, вызванная только лишь процессом квантования, составляет q .

Значение квадрата плотности шума на выходе модулятора: $q_{эфф}^2(f) = q^2 \cdot (j\omega)^2 = q^2 \cdot 4\pi^2 \cdot f^2$

Найдем мощность шума в полосе полезных частот $0 \dots B_0$:

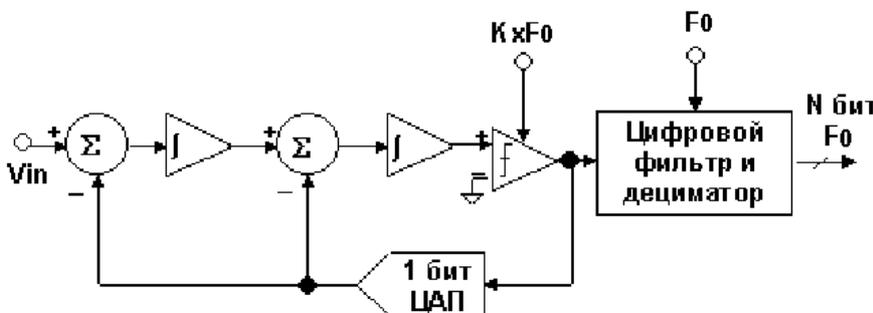
$$Q_{B_0} = \int_0^{B_0} q_{эфф}^2(f) df = \int_0^{B_0} 4\pi^2 \cdot f^2 df = \frac{4\pi^2}{3} \cdot f^3 \Big|_0^{B_0} = \frac{4\pi^2 \cdot B_0^3}{3} = \frac{4\pi^2}{3} \cdot B_0^3$$

Полная мощность шума в полосе частот до $f_0'/2$:

$$Q_{\Sigma} = \int_0^{\frac{f_0'}{2}} q_{эфф}^2(f) df = \int_0^{\frac{f_0'}{2}} 4\pi^2 \cdot f^2 df = \frac{4\pi^2}{3} \cdot f^3 \Big|_0^{\frac{f_0'}{2}} = \frac{4\pi^2}{3} \cdot \left(\frac{f_0'}{2} \right)^3 = \frac{4\pi^2 K^3 B_0^3}{3} = \frac{4\pi^2}{3} \cdot K^3 \cdot B_0^3$$

Улучшение отношения сигнал-шум в децибелах в результате передискретизации в K раз в сигма-дельта модуляторах:

$$\Delta SNR = 10 \lg \frac{Q_{\Sigma}}{Q_{B_0}} = 10 \cdot \lg [K^3]$$



$$Y = \left(\frac{X - Y}{p} - Y \right) \cdot \frac{1}{p} + q \Rightarrow Y = \frac{X}{p^2 + p + 1} + q \cdot \frac{p^2}{p^2 + p + 1}$$

Рис. 3.19. Сигма-дельта АЦП второго порядка

Данное соотношение показывает, что отношение сигнал-шум в сигма-дельта модуляторах улучшается на 9 дБ при увеличении коэффициента передискретизации в 2 раза, т.е. характеристика $\Delta SNR(K)$ имеет наклон +9 дБ/октава. Отметим, что для простого аналого-цифрового преобразования подобная характеристика имеет наклон +3дБ/октава.

Из теории аналоговых фильтров известно: чем выше порядок фильтра, тем лучше его основные свойства. С некоторыми оговорками это справедливо и для сигма-дельта модуляторов (рис. 3.19). На рис. 3.20 даны характеристики шумовых распределений.



Рис. 3.20. Функции распределений спектров шума для модуляторов первого и второго порядков

На рис. 3.21 можно видеть графики зависимостей отношения сигнал-шум от коэффициентов передискретизации для модуляторов первого, второго и третьего порядков. Отметим, что характеристика имеет наклон 9 дБ на октаву для первого порядка и 15 дБ на октаву для второго порядка. Модуляторы высшего порядка (>2) могут реально проявлять лучшие показатели, но линейная модель должна быть более точной, а для достижения стабильности требуются более тонкие технологии производства. Линия для реальных схем третьего порядка (рис. 3.21) будет иметь наклон на 2-3 дБ меньше, здесь для наглядности приведена характеристика идеального устройства.

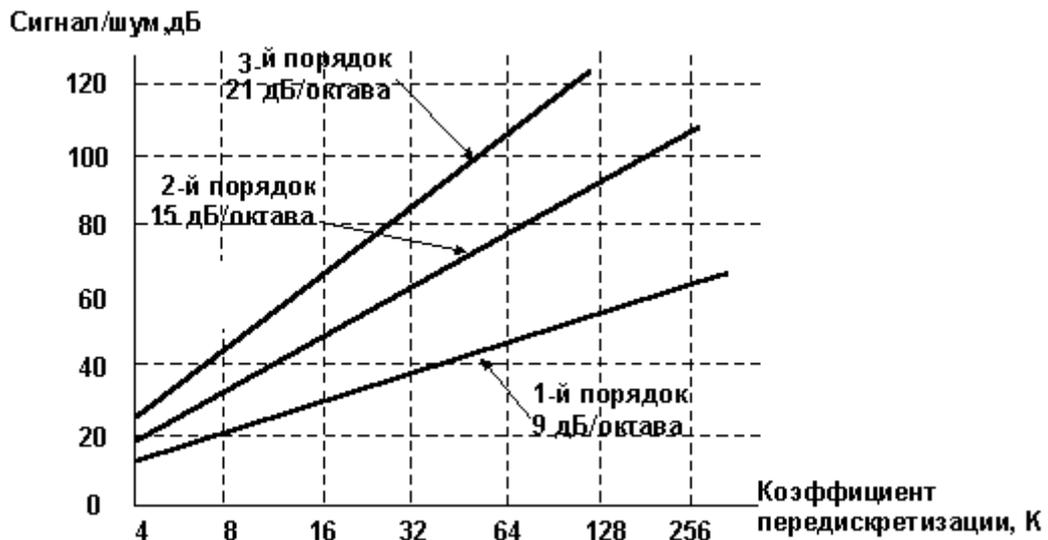
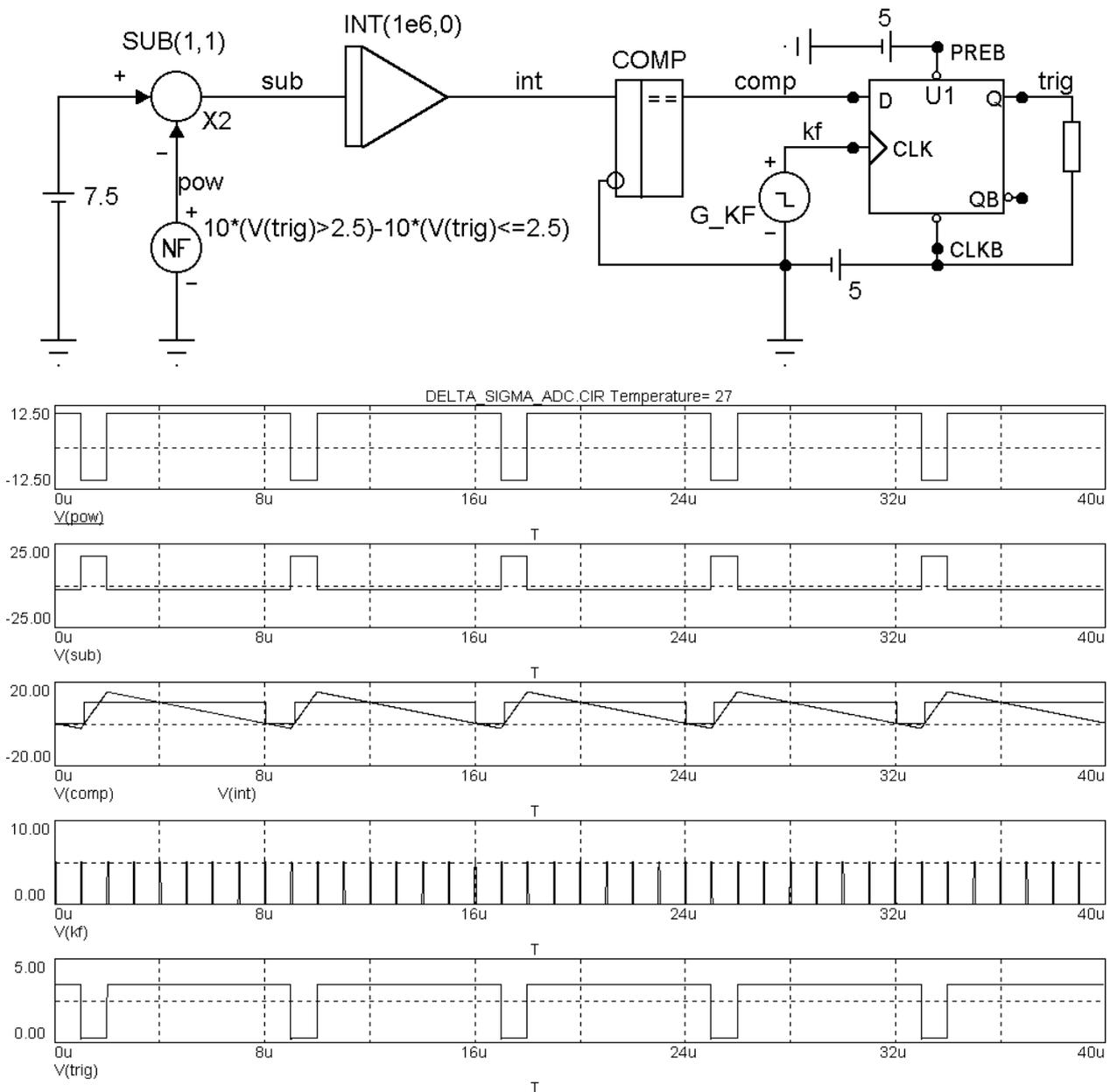


Рис. 3.21. Зависимость отношения сигнал-шум от коэффициента передискретизации для одно-, двух- и трехкаскадных преобразователей

Эти кривые могут быть использованы для приблизительного определения достижимого разрешения в зависимости от порядка модулятора и значения коэффициента передискретизации. Для наглядности, если величина передискретизации составляет 32 (т.е. $f_{дискр} = 64 \cdot F_{max} = 32 \cdot 2 \cdot F_{max}$), идеальная система второго порядка способна показать отношение сигнал-шум около 80 дБ (точно $15 \cdot 5 = 75$ дБ). Это соответствует разрешению АЦП, равному примерно 13 битам ($6 \cdot 13 = 78$ дБ). К тому же фильтрация, производимая цифровым фильтром, может дать уточнение выходного слова более 13 бит. Дополнительные биты могут быть скрыты под шумовым порогом.

Ниже приведены схема для моделирования дельта-сигма АЦП 1-го порядка и временные диаграммы его работы в среде MICROCAP 7 (Добавление Амелиной).

Дельта-сигма модулятор (АЦП)



3.4.5.4. Цифровая фильтрация и децимация

После того как шум квантования был сформирован квантователем в полосе частот выше рабочего диапазона, необходимо подавить продукты этого шума с помощью цифровой фильтрации (рис. 3.22). Цифровой фильтр преследует двойную цель. Во-первых, он должен ослаблять переотражения от выходной частоты преобразования, F_0 . Во-вторых, этот фильтр подавляет продукты высокочастотных компонент шумообразующего процесса сигма-дельта модулятора. Снижение частоты вывода данных выполняется, используя процесс, называемый децимацией. Рис. 3.23 показывает процесс децимации дискретного сигнала, где частота дискретизации входного сигнала $X(m)$ уменьшена в 4 раза. Сигнал $S(n)$ пересчитывается на более низкую частоту квантования (частоту децимации).

Децимация может также рассматриваться как метод избавления от избыточной информации, привнесенной процессом передискретизации. В сигма-дельта АЦП широко используется совмещение функций цифрового фильтра и дециматора, в результате вычислительная эффективность повышается.

Вспомним, что фильтр конечных последовательностей (Finite Impulse Response) просто пересчитывает движущуюся весовую последовательность входного сигнала (веса определяются коэффициентами индивидуального фильтра). Обычно на каждый входной отсчет приходится один выходной. Однако, если мы хотим децимировать выходной сигнал фильтра на более низкую частоту,

то нет больше необходимости вычислять выходные отсчеты фильтра для каждого входного. Наоборот, мы можем вычислять выходной сигнал фильтра на более низкой частоте, достигая при этом ощутимой эффективности самого процесса вычисления.

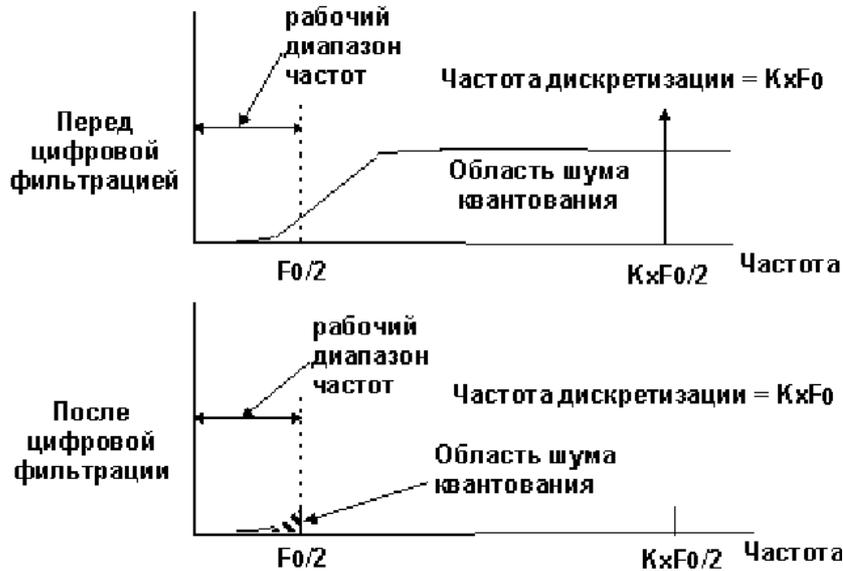


Рис. 3.22. Действие цифровой фильтрации на шум квантования

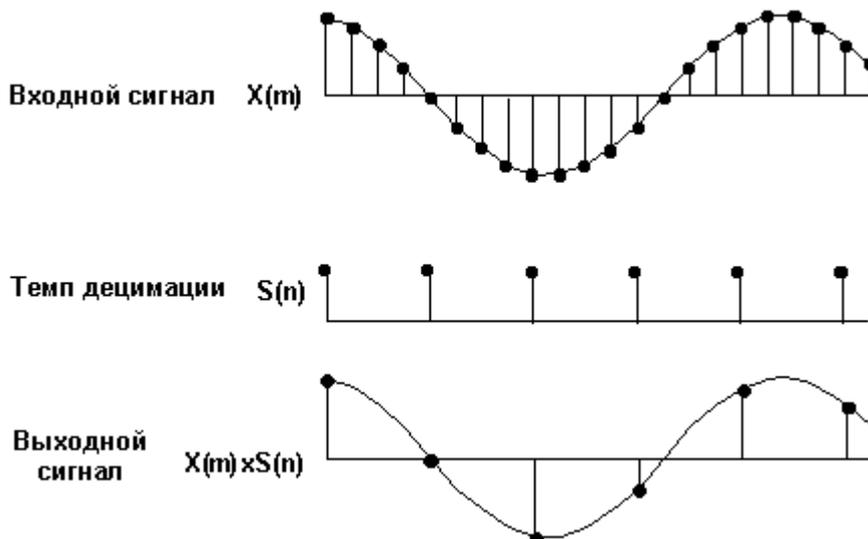


Рис. 3.23. Децимация дискретного во времени сигнала

Когда используется фильтр бесконечной последовательности (Infinite Impulse Response), то необходимо, чтобы каждый выходной отсчет соответствовал каждому входному, и децимация не имеет отношения к процессу фильтрации.

В некоторых разработках сигма-дельта АЦП фильтрация выполняется двумя каскадами. При совместном использовании FIR и IIR фильтров децимация происходит в первом FIR каскаде, а окончательная фильтрация производится уже в IIR каскаде. При использовании FIR фильтров в обоих каскадах, для большей эффективности децимацию распределяют между двумя каскадами.

Из предыдущего обсуждения ясно, что разработка цифровых фильтров для сигма-дельта АЦП содержит много компромиссов. FIR фильтры являются сами по себе дециматорами, всегда стабильны и обладают линейными фазовыми характеристиками (что особенно важно в аудио- и некоторых телеметрических измерениях), позволяют повысить эффективность процесса вычисления. Хотя они проще при проектировании, зато требуют больше звеньев для реализации заданной передаточной характеристики, чем соответствующий IIR фильтр. Обратная связь, используемая в IIR фильтрах, может потенциально приводить к нестабильности работы фильтра. Также IIR фильтры (которые функционально близки к аналоговым фильтрам) проявляют нелинейность фазовой характеристики.

Благодаря своей стабильности и эффектам квантования, FIR фильтры более предпочтительны для проектирования.

3.4.5.5. Сигма-дельта ЦАП

Сигма-дельта цифро-аналоговое преобразование можно рассматривать как аналогово-цифровое, только в обратном порядке, где все основные функции цифровых фильтров и сигма-дельта модуляторов остаются неизменными. Сигма-дельта ЦАП проявляют те же превосходные свойства, что и сигма-дельта АЦП. Благодаря высокому коэффициенту передискретизации фильтрация высокочастотных компонент шума квантования на выходе однобитового ЦАП может быть достигнута простыми средствами.

В традиционных архитектурах ЦАП на основе матрицы сопротивлений R/2R цифровая природа внутренних ключей порождает переходные процессы (глитчи), зависящие от кода. В результате в выходном спектре появляются паразитные гармонические составляющие. Для достижения чистоты спектра основную энергию глитчей можно уменьшить с помощью схемы выборки-хранения (sample-and-hold circuit или «track and hold»), которая фиксирует напряжение на выходе ЦАП в области, свободной от переходных процессов (рис. 3.24). При такой технике, конечно, остаются глитчи, энергия которых сконцентрирована около гармоник частоты дискретизации (но это уже не нелинейные искажения). Для подавления помех вне полосы полезного сигнала на выходе схемы выборки-хранения нужен низкочастотный (сглаживающий) фильтр. Все основные принципы, используемые для расчета противопомеховых фильтров перед АЦП, применимы и к сглаживающим фильтрам после ЦАП. Исходя из этих соображений, имеет смысл применение передискретизации, чтобы смягчить требования к сглаживающему фильтру. Реально же 2-, 4- и 8-кратная передискретизация давно используется в проигрывателях компакт-дисков с конвейерными R/2R в 16-, 18- и 20-битовых ЦАП.



Рис. 3.24. Обычный способ борьбы с глитчами

На рис. 3.25 даны основные элементы сигма-дельта ЦАП. В качестве примера здесь приведен 16-битовый ЦАП, который при частоте ввода данных 8 кГц способен воспроизводить сигналы в звуковом диапазоне от 0 Гц до 4 кГц. 16-битовое цифровое слово вводится в цифровой интерполирующий фильтр, где частота следования отсчетов достигает 1,024 МГц в зависимости от коэффициента передискретизации. Этот процесс можно рассматривать как реконструкцию нового, высокоскоростного цифрового сигнала из старого, низкоскоростного.



Рис. 3.25. Сигма-дельта ЦАП

На рис. 3.26 показан процесс интерполяции с коэффициентом 4. Входной сигнал $X(n)$ как бы растягивается введением трех нулевых отсчетов между отсчетами данных. Результирующий сигнал $W(m)$ фильтруется низкочастотным фильтром. Частота следования отсчетов $Y(m)$ увеличена в 4 раза по отношению к $X(n)$. Цифровой сигма-дельта шумообразующий модулятор сжимает 16-битовый 1,024 МГц поток данных до размера 1 бита. В противоположность модулятору сигма-дельта АЦП данный модулятор полностью цифровой. Передаточная функция цифровой части определяется фильтром. Этот цифровой фильтр выполняет те же функции, что и в АЦП, где подавляются компоненты на частотах за полосой пропускания. Аналоговый фильтр, выполняющий эту функцию, обычно многокаскадный. При разработке такого фильтра важно то, что характеристики его определяются требованиями всей системы. Например, аудиосистема требует, чтобы амплитудные и фазовые характеристики имели малую неравномерность (в рабочей полосе частот), и в то же время фильтр должен обеспечивать хорошее подавление на высоких частотах. Естественно, что это будет активный фильтр, для которого надо выбрать операционные усилители, не вносящие побочных компонент из-за ограничения скорости нарастания и шума, а также имеющие низкие нелинейные искажения, в том числе и при разомкнутой обратной связи.

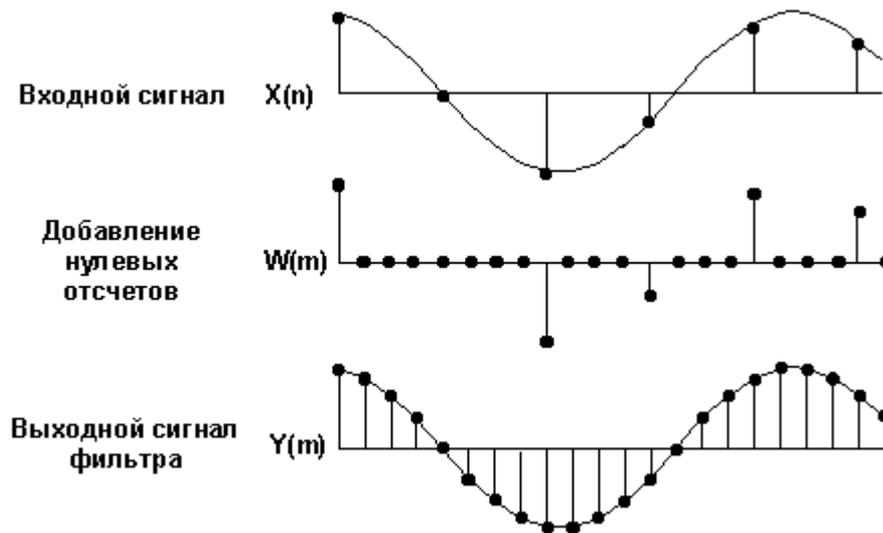


Рис. 3.26. Восстановление дискретного во времени сигнала

3.4.5.6. Применение сигма-дельта преобразователей

Область применения этих устройств очень широка. Во-первых, это цифровые средства связи (телефонии), положившие, как принято считать, начало развитию этой технологии. Далее — средства измерения качества звуковых сигналов. Аппаратура высококачественного воспроизведения звука (проигрыватели компакт дисков класса "Hi-End", многоканальные рекордеры, акустические системы объемного звучания), «компьютерный звук» и «компьютерная музыка» сейчас без подобных преобразователей просто немыслимы. Не следует забывать и о промышленных приложениях. Дельта-сигма АЦП/ЦАП начинают свой путь к широкому применению в технике виброанализа, тензометрических системах, гидроакустических системах и др. При измерении параметров медленных сигналов также требуется высокое качество динамических параметров, ведь часто возникает потребность выделения слабого полезного сигнала на фоне широкополосной помехи большой интенсивности. Кроме этого, применение сигма-дельта преобразователей оправдано и в медицинском оборудовании (ультразвуковая диагностика, кардио-диагностика). Надо отметить вниманием цифровые средства радиоприема. Например, использование сигма-дельта ЦАП на выходе цифрового демодулятора радиосигнала дает существенный аппаратный выигрыш: это устройство уже включает в себя высокочастотный фильтр и цифро-аналоговый преобразователь с высоким разрешением, и все это в одном корпусе при минимальных требованиях к фильтрации шума квантования. То же касается и цифрового модулятора радиосигнала, на входе низкочастотной части которого великолепно смотрится сигма-дельта АЦП. В этом случае полоса информативного сигнала будет очень четко ограничена, а сам сигнал будет обладать весьма широким динамическим диапазоном. Понятно, что непосредственная обработка радиосигнала на несущей частоте с использованием сигма-дельта

преобразователей не возможна, их внутренний цифровой фильтр полностью подавит высокочастотные колебания выше частоты среза этого фильтра.

Также сигма-дельта АЦП применяются в составе ИМС систем сбора данных общего назначения.

В заключение необходимо отметить, что выше изложены только базовые понятия. Для успешного завершения разработок с применением сигма-дельта преобразователей необходимо внимательным образом изучать документацию и рекомендации по применению, поставляемые производителями этих устройств.

3.4.6. АЦП двухтактного интегрирования.

Недостатком всех АЦП (за исключением АЦП на основе ПНЧ по сути являющихся интеграторами входного сигнала) является их относительно низкая помехоустойчивость, что ограничивает их разрешающую способность, как правило, на уровне 8...10 разрядов. От этого недостатка свободны АЦП интегрирующего типа, использующие в процессе преобразования операцию интегрирования входного сигнала за фиксированный интервал времени.

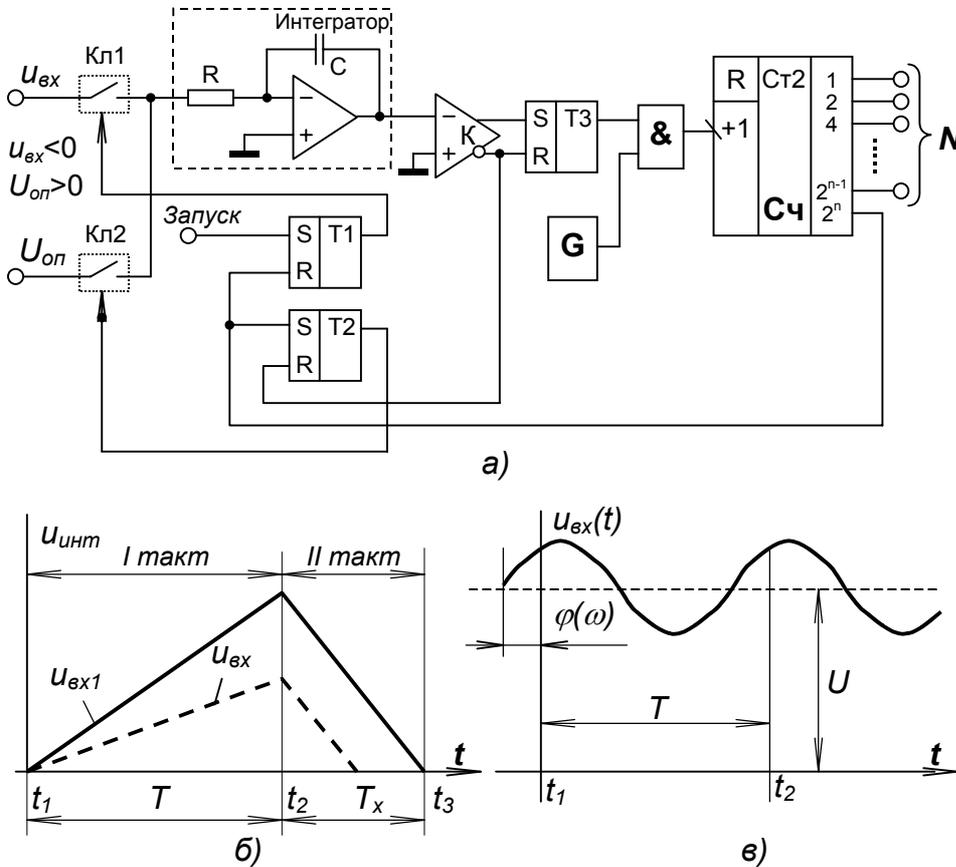


Рис. 3.27. АЦП двойного интегрирования: а) – схема; б), в) – временные диаграммы

элемент *И* и импульсы генератора *G* начинают поступать на счетчик *Cч*. Интегрирование напряжения $U_{вх}$ производится за фиксированный интервал времени

$$T = t_2 - t_1 = 2^n \cdot \Delta t_{сч} \quad (3.10)$$

Выходное напряжение интегратора на интервале времени $[t_1, t_2]$ изменяется по закону

$$U_{инт} = \frac{1}{RC} \cdot \int_{t_1}^{t_2} u_{вх}(t) dt \quad (3.11)$$

Конец интервала T фиксируется счетчиком, который в момент времени t_2 выдает импульс переключения, поступающий на триггеры $T1$ и $T2$. При этом ключ $K1$ закрывается, ключ $K2$ открывается и начинается второй такт работы преобразователя. На вход интегратора теперь поступает опорное напряжение $U_{оп}$ имеющее обратную полярность по отношению к $U_{вх}$. Начиная с момента времени t_2 счетчик вновь заполняется импульсами с генератора импульсов G , а напряжение на выходе интегратора (см. рис. 3.27, б) уменьшается по закону

$$U_{инт}(t) = U_{инт}(t_2) - \frac{1}{RC} \cdot \int_{t_2}^{t_3} U_{оп} dt \quad (3.12)$$

причем в момент времени t_3 $U_{инт}$ становится равным нулю. Компаратор возвращается в исходное положение и по инверсному выходу перебрасывает триггеры $T2$ и $T3$ в нулевое состояние. При этом напряжение $U_{оп}$ отключается от входа интегратора, а сигнал с выхода $T3$ запрещает подачу импульсов генератора G на счетчик. В результате в счетчике фиксируется числовой код

Одним из наиболее распространенных вариантов такого преобразователя является АЦП двухтактного интегрирования (рис. 3.27, а). Полный цикл его работы состоит из двух тактов. В первом импульс запуска, воздействуя на триггер $T1$, открывает ключ $K1$, после чего преобразуемый сигнал $U_{вх}$ подается на вход интегратора. На один вход компаратора K подается выходное напряжение интегратора $U_{инт}$, на другой – нулевое напряжение. Так как в начальный момент времени t_1 (рис. 3.27, б) напряжение интегратора равно нулю, компаратор срабатывает и перебрасывает триггер $T3$ в состояние «1», в результате чего открывается

$$N = \frac{T_x}{\Delta t_{сч}} \quad (3.13)$$

где $T_x = t_3 - t_2$.

С учетом (3.11) и (3.12) получаем $U_{вх}T = U_{он}T_x$ где ($U_{вх}$ — среднее значение входного сигнала $u_{вх}(t)$ на интервале времени $[t_1, t_2]$). Подставив в это выражение (3.10) и (3.13), находим

$$N = \frac{T_x}{\Delta t_{сч}} = \frac{U_{вх}T}{U_{он}\Delta t_{сч}} = \frac{2^n}{U_{он}} \cdot U_{вх} \quad (3.14)$$

т. е. выходной код АЦП пропорционален входному напряжению (его среднему значению).

Интегрирование входного сигнала в рассмотренном АЦП приводит к его усреднению и сглаживанию (ослаблению) всех быстрых по сравнению с временем интегрирования T помех, наводок и шумов.

Высокая помехоустойчивость АЦП интегрирующего типа обусловлена тем, что интеграл от синусоидального сигнала за время, равное или кратное его периоду, равен нулю:

$$\int_{t_1}^{t_2} U_m \sin(\omega t + \varphi) dt = 0, \quad \text{если } t_2 - t_1 = kT_0, \quad \text{где } k = 1, 2, 3, \dots; \quad T_0 = \frac{2\pi}{\omega}.$$

Пусть ко входу интегратора АЦП приложено напряжение $u_{вх}(t) = U = \text{const}$.

Предположим, что помехи нет. Тогда в соответствии с (3.11) получаем

$$U_{внм} = \frac{T}{RC} \cdot U \quad (3.15)$$

Предположим, что на полезный сигнал, поступающий на вход АЦП, наложена синусоидальная помеха, например помеха сетевой частоты: $u_{вх}(t) = U + U_m \sin(\omega t + \varphi)$, где (φ — фазовый сдвиг помехи относительно начала интегрирования, т. е. относительно момента времени t_1 (рис. 3.27, в).

В этом случае

$$U_{внм} = \frac{T}{RC} U + \frac{U_m}{RC} \cdot \int_{t_1}^{t_2} \sin(\omega t + \varphi) dt = \frac{T}{RC} \cdot (U + \Delta U), \quad (3.16)$$

где $\Delta U = \frac{U_m}{T} \cdot \int_{t_1}^{t_2} \sin(\omega t + \varphi) dt$ — приведенное ко входу АЦП изменение выходного напряжения, вызванное помехой.

При

$$T = t_2 - t_1 = kT_0 = \frac{2\pi k}{\omega}, \quad (3.17)$$

где $k = 1, 2, 3, \dots$, имеем $\Delta U = 0$, т. е. выражения (3.15) и (3.16) совпадают, как будто помехи нет. Однако (3.17) не может быть выполнено идеально точно, поэтому $\Delta U \neq 0$ и можно говорить только об ослаблении помехи в некоторое число раз. Обычно коэффициент подавления помехи синусоидального вида выражают в децибелах:

$$K = 20 \lg \left[\frac{U_m}{|\Delta U|} \right] = 20 \lg \left[\frac{T}{\int_{t_1}^{t_2} \sin(\omega t + \varphi) dt} \right]. \quad (3.18)$$

Введем обозначение $M = T/T_0 = Tf_0$, где T_0 и f_0 — период и частота помехи. Используя это обозначение и взяв интеграл в (3.18), получаем

$$K = 20 \lg \left[\frac{2\pi M}{|\cos \varphi - \cos(2\pi M + \varphi)|} \right]$$

Таким образом, коэффициент подавления помех зависит от M и φ .

Использование двухтактного интегрирования позволяет компенсировать ряд составляющих статической погрешности, вызванных нестабильностью порога срабатывания компаратора, постоянной времени интегратора, тактовой частоты. В АЦП двойного интегрирования высокую стабильность должен иметь только разрядный ток (или источник опорного напряжения при формировании разрядного тока с помощью резистора как показано на рис. 3.27).

В самых точных преобразователях циклу преобразования предшествует цикл «автокоррекции нуля», во время которого на вход преобразователя подается нулевой сигнал. Т. к. в циклах измерения и автокоррекции используются одни и те же интегратор и компаратор, то вычитая результат, полученный в цикле «автокоррекции», из последующего результата измерения, получают эффективное снижение погрешностей на начальном участке шкалы преобразования.

Быстродействие данного АЦП невелико, при заданном числе разрядов оно определяется частотой счетных импульсов $f_{сч} = 1/\Delta t_{сч}$. Выбор последней ограничивается в основном временем включения компаратора.

Данные АЦП реализуются на основе интегральной технологии. В качестве примера можно указать ИМС 11-разрядного АЦП **К572ПВ2**. Представляет собой преобразователь на 3,5 десятичных разряда, работающий по принципу последовательного счета с двойным интегрированием, с автоматической коррекцией нуля и определением полярности входного сигнала. Микросхема представляет собой электронную часть цифрового вольтметра, измеряющего входной сигнал до $\pm 1,999$ В и $\pm 199,9$ мВ. Цифровая информация отображается на светодиодном индикаторе АЛС324Б. Представляет собой функционально-законченное устройство, для работы ИМС используются только внешние конденсаторы, резисторы и источники питания. Время цикла преобразования при тактовой частоте $f_T=50$ кГц равно 300 мс.

3.5. Параллельные АЦП

3.5.1. Параллельные АЦП (АЦП считывания)

Принцип работы АЦП *параллельного действия* (или как их еще называют АЦП *считывания*) основан на одновременном сравнении входного сигнала с $2^n - 1$ эталонами, соответствующими n -разрядному двоичному коду, и кодировании результатов этого сравнения. Пример такого преобразователя (для $n=3$) показан на рис. 3.28. В этом преобразователе $2^n - 1 = 7$ опорных напряжений формируются с помощью резистивного делителя. Каждое из опорных напряжений подается вместе с $U_{вх}$ на соответствующий компаратор. Срабатывают лишь те компараторы, у которых $U_{вх} > U_{оп(i)}$. При этом на выходах компараторов получится унитарный код. Так, например (см. рис. 3.28) если входное напряжение $U_{вх}$ не выходит за пределы диапазона от $2,5\Delta U$ до $3,5\Delta U$ (ΔU – шаг квантования), то компараторы с 1-го по 3-ий устанавливаются в единичное состояние, а компараторы с 4-го по 7-ой – в нулевое. Унитарный код с выходов компараторов подается на фиксирующие триггеры $T_1 \dots T_7$ с тем, чтобы избежать появления ошибки неоднозначности считывания. С выходов триггеров $T_1 \dots T_7$ унитарный код подается на кодопреобразователь (приоритетный шифратор), преобразующий его в параллельный двоичный код.

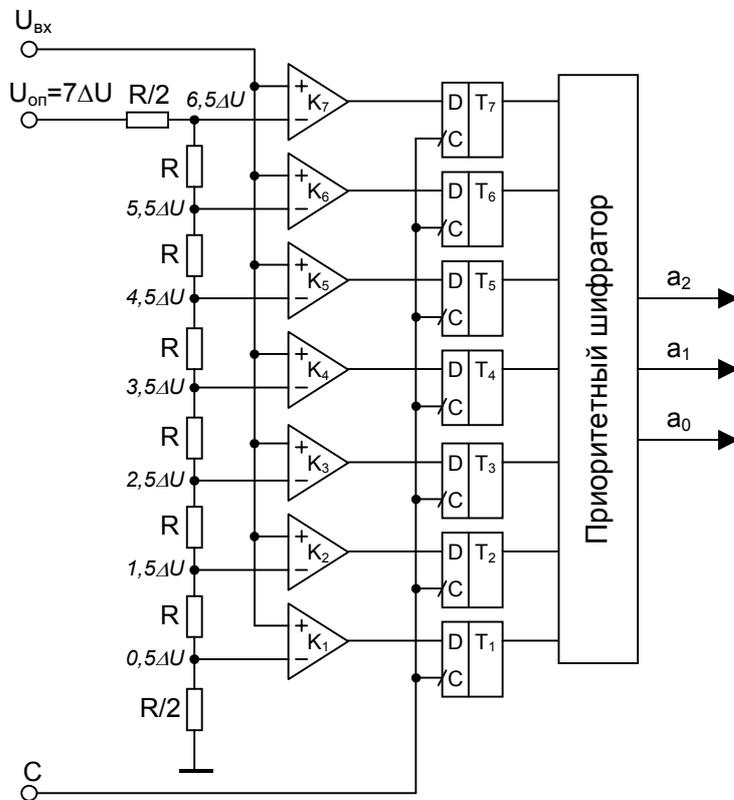


Рис. 3.28. Параллельный АЦП

При быстро изменяющемся входном аналоговом сигнале, параллельному АЦП присуща неоднозначность считывания (апертурная погрешность). Решить эту проблему можно, например, предотвратив с помощью схемы выборки-хранения изменение входного напряжения в течение времени измерения. Однако при этом способе ограничивается допустимая частота входного напряжения, так как для установки схемы выборки-хранения необходимо время. Кроме того, вероятность изменения выходных состояний компараторов полностью не исключается, поскольку быстрые схемы выборки-хранения обладают заметным дрейфом.

Этот недостаток можно устранить, если, как показано на рис. 3.28, после каждого компаратора в качестве промежуточной памяти ввести схему запоминания унитарного кода с линейки компараторов – срабатывающие по фронту D-триггеры. В этом случае в

цикле преобразования обеспечивается сохранение стационарного состояния на выходе приоритетного шифратора после действия фронта импульса, запускающего триггер. Как следует из нижеприведенной таблицы, при возрастании $U_{вх}$ компараторы устанавливаются в состояние «1» по очереди – снизу вверх. Аналогично, при убывании $U_{вх}$ компараторы устанавливаются в состояние «0» в последовательности сверху вниз (см. рис. 3.28). Такая очередность не гарантируется при крутых фронтах входного напряжения, так как в этом случае преобладающим фактором становятся времена задержки компараторов, из-за различия в которых они могут переключаться в другом порядке. Это переходное состояние при определенных обстоятельствах может быть записано в триггерах, а именно тогда, когда фронт импульса, запускающего триггеры, и фронт сигнала совпадают. Приоритетное кодирование, однако, позволяет уменьшить вредное влияние этого фактора благодаря тому, что значения младших разрядов, не принимаются во внимание (принимается во внимание лишь номер самого старшего сработавшего компаратора см. таблицу состояний приоритетного шифратора).

Время выборки должно быть меньше времени задержки компаратора, а ее начало определяется фронтом запускающего импульса. Различие во временах задержки обуславливает временную неопределенность (апертуру) результата при оцифровке быстро меняющихся сигналов. Чтобы снизить ее величину, целесообразно применить компараторы с возможно меньшим временем задержки.

Таблица состояний в параллельном АЦП

Входное напряжение	Состояния компараторов						Двоичное число	Десятичный экв.
	7	6	5	4	3	2 1		
$U_{вх}/\Delta U$	7	6	5	4	3	2 1	$a_2 a_1 a_0$	Z
0	0	0	0	0	0	0 0	000	0
1	0	0	0	0	0	0 1	001	1
2	0	0	0	0	1	1 1	010	2
3	0	0	0	1	1	1 1	011	3
4	0	0	1	1	1	1 1	100	4
5	0	1	1	1	1	1 1	101	5
6	1	1	1	1	1	1 1	110	6
7	1	1	1	1	1	1 1	111	7

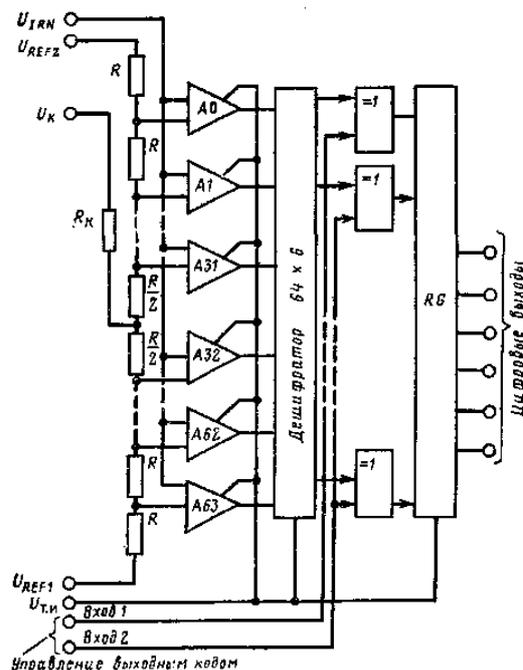
Таблица состояний приоритетного шифратора

Входы							Выходы	Десятичный экв.
7	6	5	4	3	2	1		
7	6	5	4	3	2	1	$a_2 a_1 a_0$	Z
0	0	0	0	0	0	0	000	0
0	0	0	0	0	0	1	001	1
0	0	0	0	0	1	x	010	2
0	0	0	0	1	x	x	011	3
0	0	0	1	x	x	x	100	4
0	0	1	x	x	x	x	101	5
0	1	x	x	x	x	x	110	6
1	x	x	x	x	x	x	111	7

Кроме того остается в силе ранее сформулированное условие для минимизации апертурной погрешности: необходимо, чтобы за время защелкивания унитарного кода компараторов в триггерах t_i входной сигнал $U_{вх}(t)$ изменился не более чем на значение шага квантования ΔU , т.е. $U_{вх}(t) \cdot t_i < \Delta U$.

Благодаря параллельной работе каскадов описанный способ АЦ-преобразования самый быстрый. При использовании ЭСЛ-схем можно обрабатывать сигналы с частотой до 50 МГц.

Параллельные АЦП нашли широкое распространение из-за того, что они в принципе обладают самым высоким быстродействием из всех видов АЦП. Оно определяется быстродействием компараторов и задержками в кодирующем устройстве. При каждом преобразовании последовательно выполняются три операции: срабатывание схем сравнения, срабатывание триггеров и преобразование унитарного кода в параллельный двоичный код. Существенным недостатком параллельных АЦП является необходимость в большом количестве компараторов. Так, для 8-разрядного АЦП требуется 255 компараторов. Это затрудняет реализацию многоразрядных (свыше 6...8) АЦП в интегральном исполнении.



Нумерация и назначение выводов микросхемы:

- 1 – выход 4;
- 2 – выход 5;
- 3 – выход 6 (MP);
- 4 – тактовый сигнал;
- 5, 43 – общий (цифровая земля);
- 8, 39 – напряжение источника питания U_{cc1} ;
- 9 – опорное напряжение U_{REF1} (-0.75...0 В);
- 10, 13, 15 – вход (аналоговый сигнал);
- 11, 14 – общий (аналоговая земля);
- 12 – вывод корректировки нелинейности;
- 16 – опорное напряжение U_{REF2} (-1.9...2.1 В);
- 24, 37, 38 – напряжение источника питания U_{cc2} ;
- 44 – управление выходным кодом (вход 1);
- 45 – выход 1 (CP);
- 46 – выход 2;
- 47 – выход 3;
- 48 – управление выходным кодом (вход 2);
- 6, 7, 17 ... 23, 25 ... 36, 40 ... 42 – незадействованные выводы.

Функциональная электрическая схема БИС АЦП **K1107PB1** ($f_{пр} \leq 20$ МГц).

Кроме того, точность преобразования ограничивается точностью и стабильностью компараторов и резистивного делителя. На основе этого способа строят наиболее быстродействующие АЦП с временем преобразования в пределах десятков и даже единиц наносекунд, но ограниченной разрядности (не более 6 разрядов). На основе данного метода преобразования серийно выпускается БИС шестиразрядного АЦП **K1107ПВ1** с временем преобразования не более 100 нс (см. рис.).

Кроме того, параллельные АЦП используются в качестве узла (каскада) последовательно-параллельного преобразователя, рассмотренного далее в настоящей главе.

3.5.2. Последовательно-параллельные АЦП

Недостаток параллельного метода состоит в том, что число компараторов экспоненциально возрастает с возрастанием длины кодового слова (разрядности двоичного числа). Для 8-разрядного преобразователя требуется, например, уже $2^8 - 1 = 255$ компараторов. Можно значительно уменьшить аппаратные затраты, снизив скорость преобразования. Для этого комбинируют параллельный метод и метод двоично-взвешенного приближения.

При построении 8-разрядного преобразователя по последовательно-параллельному принципу в первом шаге параллельно преобразуется четыре старших разряда кода (рис. 3.29). Результат представляет собой грубо квантованное значение входного напряжения. Из него с помощью ЦАП образуется соответствующее аналоговое напряжение, которое вычитается из входного напряжения. Остаток представляется в цифровой форме вторым 4-разрядным АЦП.

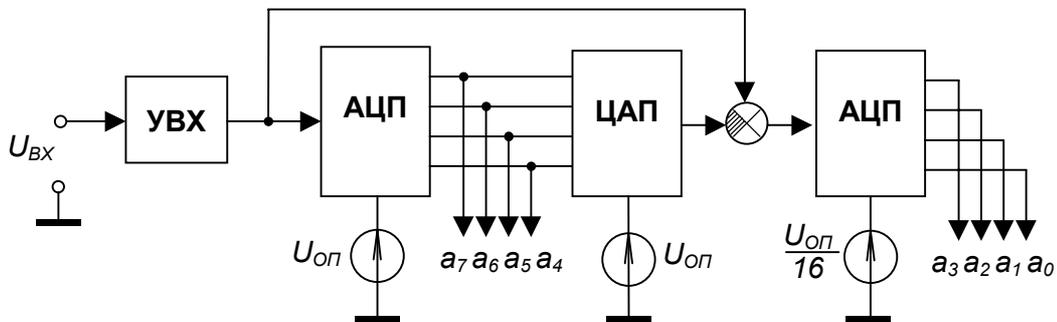


Рис. 3.29. Структурная схема последовательно-параллельного АЦП.

Если разность между грубо приближенным значением и входным напряжением усилить в 16 раз, можно использовать два АЦП с одним и тем же диапазоном входного напряжения. Различие между обоими преобразователями заключается, конечно, в требовании к точности: у первого АЦП она должна быть почти такой же, как у 8-разрядного преобразователя, так как иначе полученную разность не будет иметь смысла квантовать с меньшим (в данном случае в 16 раз) шагом квантования.

Грубо приближенная и точная выходные величины должны, естественно, соответствовать одному и тому же входному напряжению $U_{вх}(t)$. Из-за наличия задержки сигнала в первой ступени возникает, однако, временное запаздывание. Поэтому при использовании этого способа входное напряжение с помощью устройства выборки-хранения поддерживается постоянным до тех пор, пока не будет получено все число.

При разработке последовательно-параллельных АЦП кроме задач, возникающих при проектировании любого типа АЦП, возникают задачи выбора структуры и согласования шкал отдельных ступеней АЦП. Рассмотрим некоторые особенности этих задач.

Для 7-разрядного последовательно-параллельного АЦП, осуществляющего преобразование сигнала $u_{вх}(t) \leq 4В$, необходимо выбрать разрядность АЦП1 и АЦП2 и осуществить согласование их шкал.

В связи с тем что сложность схемы формирования разностного сигнала для второй ступени (АЦП2) (см. рис. 3.29) возрастает с увеличением числа разрядов первой (АЦП1), что ухудшает быстродействие всего АЦП, целесообразно в первой ступени использовать меньшее число разрядов. Компромиссом для данного АЦП будет использование в АЦП1 трех, а в АЦП2 – четырех разрядов.

Для согласования шкал параллельных АЦП необходимо, чтобы полный размах входного напряжения АЦП2 был равен шагу квантования АЦП1 Δu_1 , т.е. $\Delta u_1 = u_{вх\ max}/8 = 500$ мВ. Шаг квантования АЦП2 Δu_2 равен при этом шагу квантования Δu рассматриваемого АЦП, т.е. $\Delta u = \Delta u_2 = u_{вх\ max}/2^7 = 31,25$ мВ.

На рис. 3.30 показана схема последовательно-параллельного включения БИС АЦП К1107ПВ1.

Кроме рассмотренного многоступенчатого последовательно-параллельного АЦП применяются *многотактные последовательно-параллельные АЦП*. В них один и тот же параллельный АЦП работает последовательно несколько раз с соответствующим управлением пороговыми напряжениями путем изменения $U_{оп}$, приложенного к резистивному делителю параллельного АЦП. Это позволяет снизить аппаратные затраты, однако при прочих равных условиях преобразователи такого типа оказываются в несколько раз более медленными по сравнению с рассмотренными многоступенчатыми.

Ниже приведены фрагменты документации на некоторые отечественные и зарубежные параллельные АЦП.

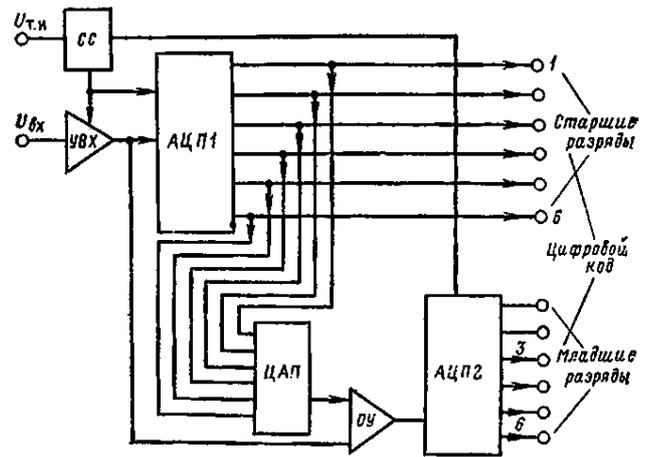


Рис. 3.30. Параллельно-последовательное включение АЦП

4. Цифровые фильтры

Частотно-зависимую передаточную функцию можно реализовать с помощью пассивных и активных аналоговых фильтров. Варианты реализации таких фильтров рассматривались неоднократно в других базовых дисциплинах специальности ПЭ (ТОЭ, МАРЭС, Электронные цепи и т.д.). Как известно, преобразуемым сигналом являлось напряжение, описываемое непрерывной функцией времени. Сами же схемы фильтров были построены на основе усилителей, резисторов и конденсаторов.

В последнее время все чаще предпочитают производить обработку сигнала не в аналоговой, а в цифровой форме. Преимущество цифровой обработки заключается как в обеспечении большей точности и воспроизводимости результатов, так и в меньшей чувствительности к помехам. Недостатком является большая сложность схемы, однако значение этого фактора по мере возрастания степени интеграции цифровых схем убывает.

При использовании цифровых фильтров вместо непрерывной величины обрабатывается дискретная цифровая последовательность. Цифровой фильтр содержит арифметический блок и память. При переходе от аналоговых фильтров к цифровым необходимо решить два вопроса:

1) как без потери информации представить непрерывное входное напряжение числовой последовательностью;

2) каким образом необходимо преобразовать числовую последовательность, чтобы добиться реализации искомой передаточной функции.

На первый из этих вопросов был дан ответ в пункте 1.2.1. при рассмотрении теоремы Котельникова-Найквиста. Рассмотрим теперь второй вопрос.

4.1. Цифровая функция передачи фильтра

Из ранее изученных курсов известно, что аналоговые фильтры реализуются на основе интеграторов, сумматоров и элементов, задающих значения масштабных коэффициентов. Переход к цифровым фильтрам производится путем замены интегратора элементом задержки. Такой элемент задержки можно построить, например, на основе регистра сдвига, в котором выбранное значение входной функции сдвигается с частотой выборки f_0 . В простейшем случае задержка осуществляется на один временной интервал T_0 . Пример такого цифрового фильтра первого порядка представлен на рис. 4.1. Рассмотрим его работу во временной области.

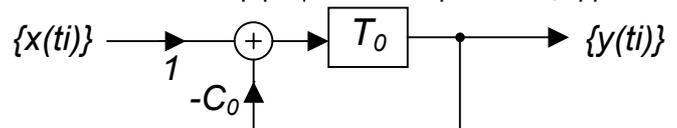


Рис. 4.1. Пример цифрового фильтра первого порядка

Описание во временной области

Пусть задана временная последовательность $\{x(t_i)\}$, которая служит в качестве входного сигнала для устройства, показанного на рис. 4.1. Найдем соответствующую выходную последовательность $\{y(t_i)\}$. В момент времени t_i на входе памяти находится числовое значение $x(t_i) - C_0 \cdot y(t_i)$. Со сдвигом на один такт оно появляется на выходе устройства памяти. При этом для выходной последовательности имеем соотношение:

$$y(t_{i+1}) = x\{t_i\} - C_0 y(t_i). \quad (4.1)$$

Это дифференциальное уравнение подобно дифференциальному уравнению для аналоговой системы. Задавая начальное значение $y(t_0)$, его можно использовать в качестве рекуррентной формулы для вычисления выходной последовательности. В качестве примера выберем $y(t_0)=0$ и найдем переходную характеристику для $C_0 = -0,75$. Она приведена на рис. 4.2. Понятно (из анализа переходной характеристики), что схема является фильтром нижних частот.

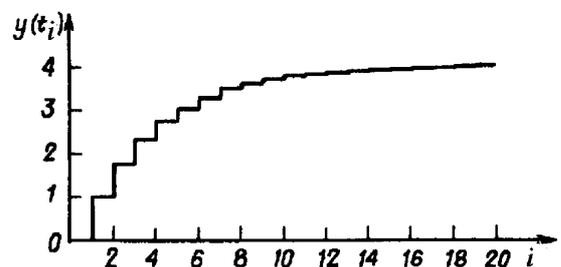


Рис. 4.2. Переходная характеристика цифрового фильтра рис. 4.1 для $C_0=-0,75$ при переходе входного сигнала из 0 в 1.

Описание в частотной области

Для исследования частотной характеристики на вход подают синусоидальную последовательность $x(t) = x_0 \sin(\omega t)$. Если система линейна, на выходе также возникнет синусоида. Отношение амплитуд, как и в аналоговых фильтрах, равно значению передаточной функции. Линейность цифрового фильтра

следует из линейности дифференциального уравнения. Таким образом, согласно формуле (4.1), фильтр на рис. 4.1 линеен.

Передаточная функция может быть получена, как и в случае аналогового фильтра, расчетом с использованием комплексных переменных. Найдем частотную характеристику элемента задержки. Для гармонического входного сигнала

$$y(t_i) = x_0 \cdot e^{j\omega t_i}$$

получается гармонический выходной сигнал

$$y(t_i) = x_0 \cdot e^{j\omega(t_i - T_0)} = x_0 \cdot e^{j\omega t_i} \cdot e^{-j\omega T_0}$$

и с учетом $j\omega = p$ передаточная функция имеет вид

$$A(p) = 1 \cdot e^{-pT_0} \quad (4.2)$$

Эта функция периодическая с периодом $\omega_0 = 2\pi/T_0 = 2\pi f_0$. Здесь f_0 – тактовая частота. Введем обозначение

$$z = e^{+pT_0} \quad (4.3)$$

и получим из формулы (4.2) передаточную функцию элемента задержки на один такт в виде

$$\tilde{A}(z) = z^{-1} \quad (4.4)$$

Из ранее изученных курсов (ТОЭ, МАРЭС) известно, что связь передаточной функции $A(p)$, входного сигнала, имеющего произвольную зависимость от времени и сигнала на выходе четырехполюсника с помощью преобразования Лапласа может быть представлена в виде

$$L\{y(t)\} = A(p) \cdot L\{x(t)\} \quad (4.5)$$

Это соотношение справедливо и для цифровых систем. Для числовых последовательностей его можно упростить с помощью преобразования передаточной функции (4.4):

$$Z\{y(t_i)\} = \tilde{A}(z) \cdot Z\{x(t_i)\} \quad (4.6)$$

Здесь

$$Z\{x(t_i)\} = X(z) = \sum_{i=0}^{\infty} x(t_i) \cdot z^{-i} \quad (4.7)$$

есть Z-преобразование входной последовательности. Выходная последовательность получается с помощью соответствующего обратного преобразования (54). Функция $A(z)$ называется *цифровой передаточной функцией*.

Теперь, используя выражение (4.4), можно непосредственно определить передаточную функцию цифрового фильтра, показанного на рис. 4.1. Из соотношения

$$Y(z) = [X(z) - C_0 \cdot Y(z)] \cdot z^{-1}$$

получаем

$$\tilde{A}(z) = \frac{1}{C_0 + z} \quad (4.8)$$

Для определения частотной характеристики $A(j\omega)$ подставим в формулу (4.8) $z = e^{j\omega T_0}$, в результате получим:

$$A(j\omega) = \frac{1}{C_0 + e^{j\omega T_0}} = \frac{1}{C_0 + \cos \omega T_0 + j \sin \omega T_0} \quad (4.9)$$

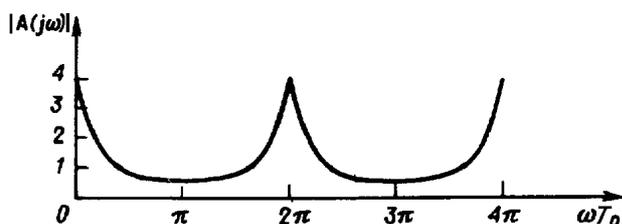


Рис. 4.3. АЧХ цифрового фильтра при $C_0 = -0,75$

Функция является периодической с периодом $2\pi f_0$. Это свойство — общее для всех цифровых фильтров. Для модуля частотной характеристики имеем:

$$|A(j\omega)| = \frac{1}{\sqrt{(C_0 + \cos \omega T_0)^2 + \sin^2 \omega T_0}}$$

График этой функции приведен на рис. 4.3. Видно, что эта амплитудно-частотная характери-

стика в области $0 \leq \omega T_0 \leq \pi$, т.е. $0 \leq f \leq 1/2 \cdot f_0$, имеет вид характеристики фильтра нижних частот как мы и ожидали, исходя из переходной характеристики на рис. 4.2.

На основании теоремы о дискретизация для дискретной системы задержки, работающей на частоте f_0 , частота синусоидальной последовательности $\{x(t_i)\}$ выбирается не больше чем $1/2 \cdot f_0$. В области частот $f > 1/2 \cdot f_0$ амплитудно-частотная характеристика устройства уже не имеет вида, присущего фильтру. Если все же желательно использовать такое устройство необходимо заменить цифровой элемент задержки аналоговым элементом задержки (например, линией задержки или фазовым фильтром).

4.2. Цифровая обработка сигналов

4.2.1. Реализация цифровых фильтров

Как мы видели в предыдущем разделе, с помощью цифрового фильтра входная последовательность $\{x(t_i)\}$ может быть преобразована в выходную последовательность $\{y(t_i)\}$ и при этом реализуется желаемая цифровая передаточная функция $\tilde{A}(z)$. Отсюда получается блок-схема, показанная на рис. 4.4. Для того чтобы выполнялись положения теоремы о дискретизации, ограничим полосу частот с помощью аналогового фильтра нижних частот.

Посредством элемента выборки-хранения берутся выборки из ограниченного по полосе

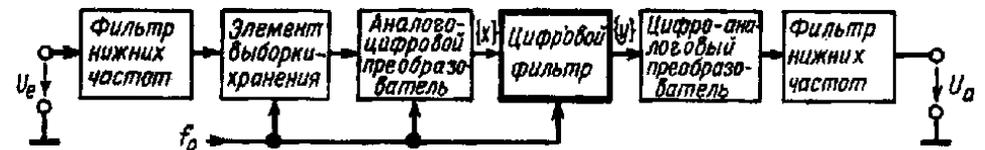


Рис. 4.4. Фильтрация непрерывного сигнала с помощью цифрового фильтра.

сигнала с интервалом $T_0 = 1/f_0$. Эти выборки с помощью аналого-цифрового преобразователя преобразуются в числовую последовательность $\{x(t_i)\}$ и подаются на вход цифрового фильтра. Выходная последовательность $\{y(t_i)\}$ может быть обработана далее в цифровой форме или с помощью цифро-аналогового преобразователя и фильтра нижних частот преобразована в непрерывный сигнал. При этом необходимо принять во внимание положения, изложенные в разд. 1.2.1. **Дискретизация непрерывных сигналов по времени.**

4.2.2. Представление сигналов и основные элементы

Функция цифровой фильтрации реализуется с использованием основных операций, схематически показанных на рис. 4.5:

- суммирование сигналов $y(n) = x_1(n) + x_2(n);$
- разветвление сигналов $y_1(n) = y_2(n) = x(n);$ (4.10)
- умножение на постоянный коэффициент $y(n) = C \cdot x(n);$
- задержка на один интервал дискретизации T_0 : $y(n) = x(n - 1).$

Все эти шаги обработки отсчетов $x(n)$ совершаются во временной области. Для описания процессов преобразования в частотной области используется z-преобразование (обобщенное частотное представление, эквивалентное преобразованию Лапласа):

$$X(z) = \sum_{n=0}^{+\infty} x(n) \cdot z^{-n} \quad (4.11)$$

Тогда приведенные выше шаги преобразования можно записать в виде:

$Y(z) = X_1(z) + X_2(z)$ – суммирование сигналов;

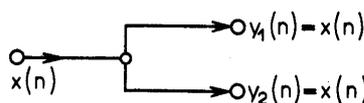
$Y_1(z) = Y_2(z) = X(z)$ – разветвление сигналов;

$Y(z) = C \cdot X(z)$ – умножение на постоянный коэффициент;

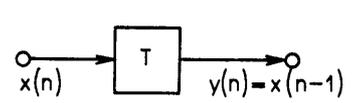
$Y(z) = X(z) \cdot z^{-1}$ – задержка сигнала.

Расчет частотной характеристики:
Для удобства расчетов аргумент z

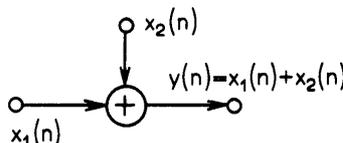
Разветвление сигнала



Искажение сигнала



Сложение сигналов



Умножение на постоянный коэффициент

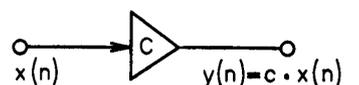


Рис. 4.5. Основные операции при цифровой обработке сигналов

обычно заменяется выражением

$$z = e^{j2\pi f T_0} \quad (4.12)$$

где $T_0 = 1/f_0$ – длительность интервала дискретизации. Далее составляется передаточная функция $H(z) = Y(z)/X(z)$ и в нее подставляется выражение z , приведенное выше. Например, дифференциальное уравнение и передаточная функция для схемы на рис. 4.6, а (частный случай $a_1 = a_0$) принимают вид:

$$\begin{aligned} y(n) &= a_0 \cdot x(n) + a_1 \cdot x(n-1) = a_0(x(n) + x(n-1)), \\ Y(z) &= a_0 \cdot X(z) + a_1 \cdot z^{-1} \cdot X(z) = a_0 \cdot X(z) \cdot [1 + z^{-1}], \\ \frac{Y}{X} &= H(z) = a_0 \cdot (1 + z^{-1}) \end{aligned}$$

Введя сокращение $2\pi f T_0 = \omega T_0 = \Theta$ и используя формулу Эйлера $z = e^{j\Theta} = \cos(\Theta) + j \cdot \sin(\Theta)$, получаем выражение для передаточной функции, состоящее из действительной и мнимой составляющих A и jB :

$$H(e^{j\Theta}) = a_0 \cdot [1 + e^{-j\Theta}] = a_0 \cdot [1 + \cos(\Theta) - j \cdot \sin(\Theta)] = A + jB$$

Модуль $|H| = \sqrt{A^2 + B^2}$ и фаза $\varphi = \arctg\left(\frac{B}{A}\right)$ передаточной функции при $a_1 = a_0$:

$$\begin{aligned} |H| &= a_0 \cdot \sqrt{[1 + \cos(\Theta)]^2 + [\sin(\Theta)]^2} = a_0 \cdot \sqrt{[1 + 2\cos(\Theta) + \cos^2(\Theta) + \sin^2(\Theta)]} = \\ &= a_0 \cdot \sqrt{2(1 + \cos(\Theta))} = 2a_0 \cdot \cos\left(\frac{\Theta}{2}\right) \end{aligned}$$

$$\varphi = \arctg\left(\frac{-\sin(\Theta)}{1 + \cos(\Theta)}\right) = \arctg\left[\frac{-2\sin(\Theta/2) \cdot \cos(\Theta/2)}{2\cos^2(\Theta/2)}\right] = \frac{-\Theta}{2}$$

Теперь амплитудно-частотная и фазо-частотная характеристики выражаются в виде:

$$H(f) = 2a_0 \cdot \cos(\pi f T_0), \quad \varphi(f) = -\pi f T_0$$

Видно, что фильтр является низкочастотным. Его амплитудно-частотная характеристика имеет косинусоидальную форму, а фазо-частотная характеристика линейна (фазо-линейными являются цифровые фильтры с симметричными переходными характеристиками; это условие удовлетворяется только в данном частном случае).

4.2.3. Структуры цифровых фильтров

Структуры цифровых нерекурсивных фильтров (FIR)

Основные структуры цифровых фильтров показаны на рис. 4.6. *Нерекурсивный фильтр* ("finite impulse response", **FIR**) – фильтр с однонаправленной цепью передачи («вперед»); его переходная характеристика $h(n)$ имеет конечную длительность.

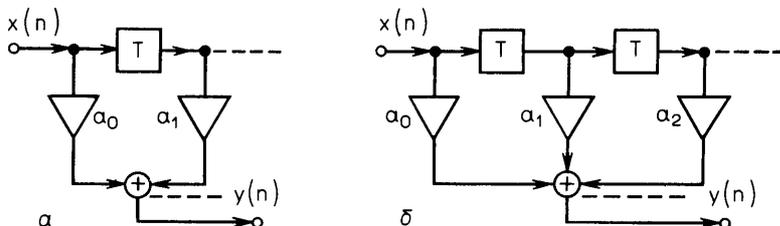


Рис. 4.6. Структурные схемы цифрового нерекурсивного фильтра 1-го порядка (а) и 2-го порядка (б)

Структуры цифровых рекурсивных фильтров (IIR)

Рекурсивный фильтр ("infinite impulse response", **IIR**)-фильтр, имеющий цепь обратной связи с выхода на вход; его переходная характеристика $h(n)$ имеет бесконечную длительность.

Желательно, чтобы цифровые фильтры имели передаточную характеристику подобную характеристикам аналогового фильтра. Однако это невозможно, поскольку цифровой фильтр (как было показано в 4.1), в отличие от аналогового в диапазоне $0 \leq f \leq \infty$ обладает периодической передаточной характеристикой. Однако у цифрового фильтра используемая полоса частот ограничена соотношением $0 \leq f \leq f_0/2$. Таким образом, можно по-

требовать, чтобы частотная характеристика ЦФ сохраняла желаемый вид (как передаточная характеристика аналогового фильтра) лишь до значения половины частоты дискретизации $f_0/2$.

Для этого можно модифицировать АЧХ аналогового фильтра посредством преобразования оси частот, таким образом, чтобы область $0 \leq f \leq \infty$ отображалась в область $0 \leq f \leq f_0/2$ и на высоких частотах периодически повторялась (т.е. чтобы АЧХ аналогового фильтра стала похожа на АЧХ цифрового фильтра). Для этого введем вспомогательную переменную f' , такую чтобы соблюдается равенство:

$$f = \frac{f_0}{\pi} \cdot \operatorname{tg} \left(\frac{\pi f'}{f_0} \right) \quad (4.13)$$

При $f \rightarrow \infty$, как и требуется, $f' \rightarrow f_0/2$. При $f' \ll f_0$ имеем $f \approx f'$. Следовательно, искажение частотной оси тем меньше, чем больше тактовая частота f_0 по сравнению с интересующим нас диапазоном частот. При синтезе аналоговых фильтров передаточная характеристика всегда представляется через нормированную частоту $\Omega = f/f_{cp}$ (где f_{cp} — характерная точка АЧХ аналогового фильтра, частота среза или резонансная частота). Для того, чтобы это нормированное представление можно было использовать для вычислений, введем нормированную частоту выборки

$$\Omega_0 = \frac{f_0}{f_{cp}} \quad (4.14)$$

Используя выражение 4.13, получаем:

$$\Omega = \frac{\Omega_0}{\pi} \cdot \operatorname{tg} \left(\frac{\pi \cdot \Omega'}{\Omega_0} \right) \quad (4.15)$$

При таком преобразовании, конечно же, произойдет сдвиг характерной частоты фильтра (частоты резонанса, среза). Для того, чтобы эти частоты на логарифмической оси совпадали изменим множитель перед tg в формуле 4.15:

Из формулы 4.15 получаем:

$$\Omega = l \cdot \operatorname{tg} \left(\frac{\pi \cdot \Omega'}{\Omega_0} \right), \quad (4.16)$$

Где:

$$l = \operatorname{ctg} \left(\frac{\pi}{\Omega_0} \right) \quad (4.17)$$

$$\Omega = \operatorname{ctg} \left(\frac{\pi}{\Omega_0} \right) \cdot \operatorname{tg} \left(\frac{\pi \cdot \Omega'}{\Omega_0} \right) \quad (4.18)$$

При этом $\Omega' = 1$ при $\Omega = 1$. Т.е. характерные частоты аналогового и цифрового фильтра совпадают. При этом интерпретируем формально введенную частоту Ω' как новую переменную Ω и обозначаем преобразованную частотную характеристику через $H'(j\omega)$. Очевидно, что полученная характеристика подобна характеристике аналогового фильтра.

Благодаря вышеописанным операциям преобразованная частотная характеристика $H'(j\omega)$ имеет вид, позволяющий реализовать цифровой фильтр. Для расчета цифровой передаточной функции $H_u(\omega)$ теперь необходимо уравнение преобразования комплексной частотной переменной P . Подстановка $P = j\Omega$ ($\Omega = -Pj$) в формулу 4.16 (4.18) дает:

$$-Pj = l \cdot \operatorname{tg} \left(\frac{-j\pi P'}{\Omega_0} \right) \Leftrightarrow P = l \cdot j^2 \cdot \frac{\operatorname{sh} \left(\frac{-\pi P'}{\Omega_0} \right)}{\operatorname{ch} \left(\frac{-\pi P'}{\Omega_0} \right)} \Leftrightarrow P = -l \cdot \operatorname{th} \left(\frac{-\pi P'}{\Omega_0} \right) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow P = l \cdot th \left(\frac{\pi P'}{\Omega_0} \right) = l \cdot \frac{e^{\frac{\pi P'}{\Omega_0}} - e^{-\frac{\pi P'}{\Omega_0}}}{e^{\frac{\pi P'}{\Omega_0}} + e^{-\frac{\pi P'}{\Omega_0}}} = l \cdot \frac{e^{\frac{2\pi P'}{\Omega_0}} - 1}{e^{\frac{2\pi P'}{\Omega_0}} + 1}$$

Учитывая, что $\Omega_0 = f_0/f_{cp} = 1/(T_0 \cdot f_{cp})$, $2\pi P' f_{cp} = p' u$ $e^{p'T_0} = z$, получаем:

$$P = l \cdot \frac{e^{\frac{2\pi P' f_{cp}}{f_0}} - 1}{e^{\frac{2\pi P' f_{cp}}{f_0}} + 1} = l \cdot \frac{e^{2\pi P' f_{cp} T_0} - 1}{e^{2\pi P' f_{cp} T_0} + 1} = l \cdot \frac{e^{p'T_0} - 1}{e^{p'T_0} + 1} = l \cdot \frac{z - 1}{z + 1} \quad (4.19)$$

Итак:

$$P = ctg \frac{\pi}{\Omega_0} \cdot \frac{z - 1}{z + 1} \quad (4.20)$$

Данное соотношение 4.20 называется **билинейным преобразованием**.

Таким образом, аналоговый фильтр можно преобразовать в цифровой следующим образом. В выражение для аналоговой передаточной функции $H(P)$ вместо нормированной комплексной частотной переменной P подставляем переменную $l \cdot (z-1)/(z+1)$ и получаем передаточную функцию $H_u(z)$, которая может быть реализована в цифровом фильтре. Амплитудно-частотная характеристика имеет в этом случае вид, подобный характеристике аналогового фильтра. Характеристика сжимается по частоте Ω таким образом, чтобы значение $H(j\infty)$ соответствовало частоте $1/2\Omega_0$. Появляющееся при этом ослабление тем меньше, чем больше Ω_0 по сравнению с представляющим интерес частотным диапазоном $0 < \Omega < \Omega_{max}$.

Фазово-частотная характеристика, естественно, изменяется сильнее. Следовательно, положения, относящиеся к аналоговой технике, нельзя переносить в область цифровых устройств. По этой причине, например, неразумно аппроксимировать амплитудно-частотную характеристику бесселевыми фильтрами, поскольку линейность фазы в этом случае нарушается. Такую задачу аппроксимации целесообразно решать непосредственно в z -области. При построении цифровых фильтров, как и для аналоговых фильтров, наиболее просто соединять блоки первого и второго порядка.

Расчет цифровых фильтров на заданную частотную характеристику проводится довольно просто с использованием *билинейного преобразования*. Для этого в передаточную функцию $H(P)$ аналогового фильтра вместо частотной переменной P подставляется ее выражение через переменную z .

$$p = l \cdot \frac{z - 1}{z + 1} \quad \text{при} \quad l = ctg \left[\pi \cdot \frac{f_{cp}}{f_0} \right]$$

Где f_0 – частота дискретизации, f_{cp} – частота среза или резонансная частота фильтра. В результате получается передаточная функция $H_u(z)$ цифровой системы. Так аналоговый фильтр n -го порядка преобразуется в *рекурсивный* цифровой фильтр того же порядка. Заметим при этом, что частотная характеристика аналогового фильтра в области $0 \leq f_a \leq \infty$ неравномерно отображается при реализации соответствующего цифрового фильтра на область $0 \leq f_u \leq f_0/2$ (здесь f_0 – частота дискретизации), т.е. частотные характеристики аналогового и соответствующего ему цифрового фильтров оказываются различными, особенно в области верхних частот полосы пропускания. Если передаточная функция фильтра $H_u(z)$ определена, то реализовать ее можно с использованием разных схемных структур, которые, как и в случае аналоговых фильтров, будут обладать присущими им индивидуальными свойствами.

Свойства цифровых фильтров имеют свои пределы, связанные в основном с конечной длиной кодовых слов сигнала, выбором коэффициентов фильтра и элементами схемы, для которых ведется расчет (сумматор, умножитель, ЗУ). Наиболее характерные мешающие факторы:

- чувствительность к разбросу значений (конечная точность) коэффициентов фильтров;
- неустойчивость при перегрузках и малых уровнях сигнала рекурсивных фильтров;
- шумы округления в умножителях, обусловленные ограничением длины кодового слова результата.

Как можно видеть из всего сказанного выше, степень мешающего влияния указанных факторов можно уменьшить, если увеличить в доступных пределах длину кодовых слов внутри цифровой системы и правильно выбирать структуру схем.

Структура цифровых рекурсивных фильтров первого порядка

Для фильтра первого порядка (рис. 4.7) необходим лишь один элемент задержки (рис. 4.5). Используя формулу (4.4) для цепи задержки получаем Z-преобразованную выходную последовательность

$$Y(z) = D_1 X(z) + z^{-1} [D_0 X(z) - C_0 Y(z)]$$

Отсюда находим цифровую передаточную функцию рекурсивного фильтра 1-го порядка:

$$\tilde{A}(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{D_0 + D_1 \cdot z}{C_0 + z} \quad (4.14)$$

Несложно получить следующие соотношения: для фильтра нижних частот

$$A(p) = \frac{d_0}{c_0 + c_1 p} \Rightarrow \tilde{A}(z) = D_0 \frac{1+z}{C_0 + z} \quad (4.21)$$

для фильтра верхних частот

$$A(p) = \frac{d_1 p}{c_0 + c_1 p} \Rightarrow \tilde{A}(z) = D_0 \frac{1-z}{C_0 + z} \quad (4.22)$$

Фильтры нижних частот характеризуются, таким образом, соотношением $D_1 = D_0$, а для фильтров верхних частот $D_1 = -D_0$. Отсюда понятно, почему схема, приведенная на рис. 4.1, не является истинным фильтром нижних частот, а обладает лишь похожей характеристикой: коэффициент D_1 в формуле (4.8) не равен D_0 . Это означает, что коэффициент d_1 соответствующего аналогового фильтра не равен нулю. Поэтому затухание на высоких частотах остается конечным.

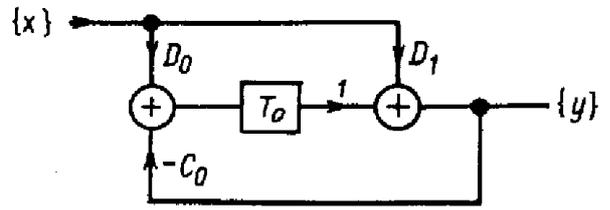


Рис. 4.7. Цифровой фильтр первого порядка.

Структура рекурсивных цифровых фильтров второго порядка

Если к схеме на рис. 4.7 прибавить звено задержки, то получится фильтр второго порядка, который представлен на рис. 4.8. Существует, кроме того, возможность дальнейшего наращивания схемы, которую здесь, однако, мы не будем рассматривать подробно. Фильтр более высокого порядка может быть реализован добавлением следующего элемента задержки. Наиболее просто осуществлять каскадирование фильтров первого и второго порядка.

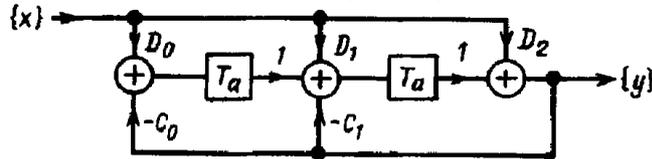


Рис. 4.8. Цифровой фильтр второго порядка

Передаточная функция $A(z)$ блока фильтрации на рис. 4.8 получена тем же способом, что и для фильтра первого порядка. Анализируя схему на рис. 4.8 можно записать

$$Y = D_2 X + z^{-1} \cdot [D_1 X - C_1 Y + z^{-1} (D_0 X - C_0 Y)]$$

Отсюда следует

$$\tilde{A}(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{D_0 + D_1 z + D_2 z^2}{C_0 + C_1 z + z^2} \quad (4.23)$$

С помощью этой схемы можно реализовать любую искомую передаточную функцию фильтра второго порядка.

Теперь, как и в случае фильтров первого порядка, рассмотрим некоторые специфические свойства коэффициентов. Применяя формулы пересчета для различных способов фильтрации, можно получить следующие выражения:

для фильтра нижних частот

$$A(p) = \frac{d_0}{c_0 + c_1 p + c_2 p^2} \Rightarrow \tilde{A}(z) = D_0 \frac{1 + 2z + z^2}{C_0 + C_1 z + z^2} \quad (4.24)$$

для фильтра верхних частот

$$A(p) = \frac{d_2 \cdot p^2}{c_0 + c_1 p + c_2 p^2} \Rightarrow \tilde{A}(z) = D_0 \frac{1 - 2z + z^2}{C_0 + C_1 z + z^2} \quad (4.25)$$

для полосового фильтра

$$A(p) = \frac{d_1 \cdot p}{c_0 + c_1 p + c_2 p^2} \Rightarrow \tilde{A}(z) = D_0 \frac{1 - z^2}{C_0 + C_1 z + z^2} \quad (4.26)$$

Снижение влияния ошибок квантования с помощью обратной связи

Существует еще один способ уменьшения дополнительных ошибок квантования (см. раздел 1.2.2) в системах с передискретизацией (рис. 4.9).

Этот способ состоит в использовании обратной связи, цепь которой действует как фильтр, вычитающий из сигнала ошибки квантования (выпавшие младшие значащие разряды).

Так, например, шум квантования, вызванный сокращением длины кодовых слов до 14 бит (округлением), распределяется равномерно по полосе частот до $f'/2$ (88,2 кГц) при четырехкратной передискретизации звукового сигнала ($f' = 44100 \cdot 4 = 176400$ Гц = 176,4 кГц).

Если сигнал постоянный (имеет постоянную величину), то *ошибки округления смежных отсчетов одинаковы*. Если эту ошибку вычесть из очередного отсчета, то можно уменьшить среднюю ошибку. При высокой частоте дискретизации огибающая реального звукового сигнала (по крайней мере в коротком отрезке времени) может рассматриваться как постоянная. Таким образом, эффект уменьшения ошибок квантования оказывается *наибольшим на низких частотах сигнала*.

Технически этот способ наиболее просто реализуется путем вычитания ошибок квантования из предшествующих разрядов (рис. 4.9, б).

Случай без шумоподавляющей обратной связи:

временная область $y(n) = x(n) + q(n)$;

частотная область $Y(z) = X(z) + Q(z)$;

Передаточная характеристика в z-области по шумовой составляющей:

$$H_Q = Y(z)/Q(z) = 1 \quad (4.27)$$

Случай с обратной связью:

временная область $y(n) = x(n) + q(n) - q(n-1)$;

частотная область $Y(z) = X(z) + Q(z) - z^{-1} \cdot Q(z) = X(z) + (1 - z^{-1}) \cdot Q(z)$;

Передаточная характеристика в z-области по шумовой составляющей:

$$H_{QEF} = Y(z)/Q(z) = 1 - z^{-1} \quad (4.28)$$

Подставив $z = \exp(j \cdot 2 \pi f T_0')$, получаем частотную характеристику:

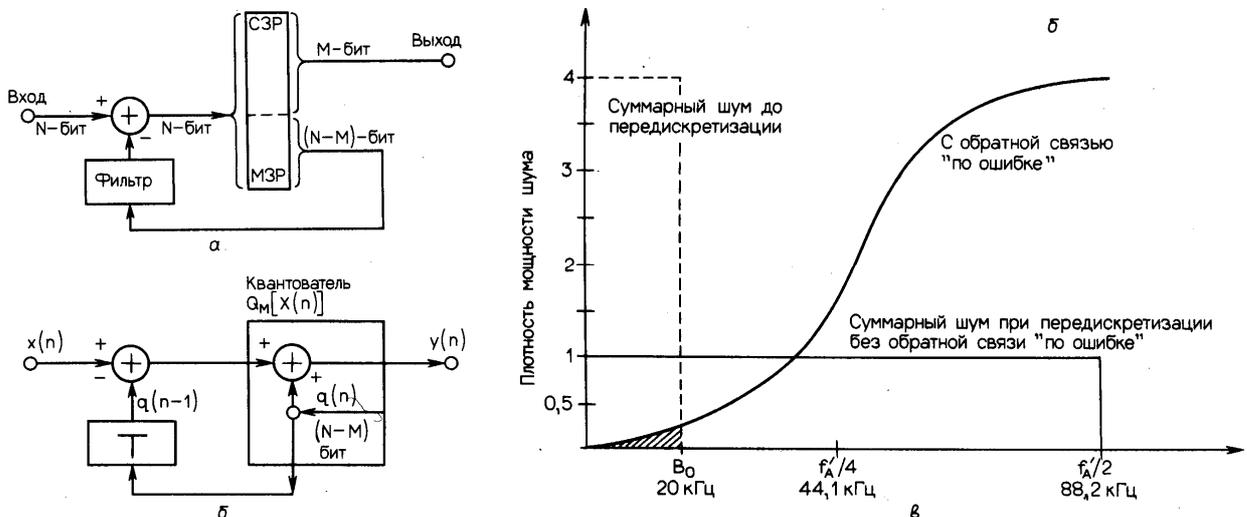


Рис. 4.9. Структурная схема формирователя спектра ошибок квантования (а), эквивалентная схема простейшей реализации обратной связи по ошибке (б), результирующий спектр модулей ошибок квантования (в).

$$|H_{Q,EF}(f)|^2 = |1 - e^{-j \cdot 2\pi f T_0'}|^2 = |1 - \cos(2\pi f T_0') + j \cdot \sin(2\pi f T_0')|^2 = 2 - 2 \cos(2\pi f T_0')$$

$$|H_{Q,EF}(f)|^2 = 2(1 - \cos(2\pi f T_0'))$$

из которой расчетное увеличение отношения сигнал/шум в случае с обратной связью по сравнению со случаем без нее ΔSNR_2 составляет:

$$\Delta SNR_2 = -10 \lg \left[\frac{\int_0^{B_0} 2(1 - \cos(2\pi f T_0')) df}{\int_0^{B_0} df} \right] = -10 \lg \left[\frac{2B_0 - \frac{2 \sin(2\pi f T_0')}{(2\pi T_0')} \Big|_0^{B_0}}{B_0} \right] =$$

$$= -10 \lg \left[2 - \frac{2 \sin(2\pi B_0 T_0')}{2\pi B_0 T_0'} \right]$$

$$\Delta SNR_2 = -10 \lg \left[2 \cdot \left(1 - \frac{\sin(\Theta_0)}{\Theta_0} \right) \right] \quad (\text{дБ}), \quad \Theta_0 = 2\pi \cdot \frac{B_0}{f_0'}$$

где f – частота сигнала, B_0 – полоса частот полезного сигнала, $f_0' = 1/T_0'$ – частота пере- дискретизации.

Отсюда следует, что при увеличении частоты дискретизации f_0' по сравнению с максимальной частотой спектра полезного сигнала B_0 , Θ_0 будет уменьшаться (в пределе стремясь к нулю). Таким образом, выигрыш в отношении сигнал шум ΔSNR в пределе будет стремиться к бесконечности.

Расширенный список литературы по курсу ЭПУ

Основы теории информации

1. С.И. Баскаков Радиотехнические цепи и сигналы. Изд-е 3, перераб. и доп. – М.: Высшая школа, 2000
2. А.Б. Сергиенко Цифровая обработка сигналов: Учебник для вузов – СПб.: Питер, 2002 – 608 с.: ил.
3. Электронные промышленные устройства: Учеб. Для студ. вузов спец. «Пром. электрон.» /В.И. Васильев, Ю.М. Гусев, В.Н. Миронов и др. – М.: Высш. шк., 1988. – 303 с: ил.
4. Темников Ф.Е., Афонин В.А., Дмитриев В.И. Теоретические основы информационной техники. М., Энергия, 1972, 512 с. 621.391 /075.8 /ТЗ2
5. Хэмминг Ричард В. Теория кодирования и теория информации /Пер. с англ. С.И. Гельфанда; Под ред. Б.С. Цыбанова. – М.: Радио и связь, 1983 – 174 с., ил. . 621.391 Х99

АЦП, ЦАП, цифровая обработка сигнала

6. С.И. Баскаков Радиотехнические цепи и сигналы. Изд-е 3, перераб. и доп. – М.: Высшая школа, 2000
7. А.Б. Сергиенко Цифровая обработка сигналов: Учебник для вузов – СПб.: Питер, 2002 – 608 с.: ил.
8. Прянишников В.А. Электроника: Курс лекций. — 2-е изд. Исп и под. — СПб.: КОРОНА принт, 2002. — 416 с., ил.
9. Титце У., Шенк К. Полупроводниковая схемотехника: Справочное руководство. Пер. с нем. – М.: Мир, 1982. – 512 с., ил.
10. Шкритек П. Справочное руководство по звуковой схемотехнике: Пер. с нем. – М.: Мир, 1991. – 446 с.: ил. (с. 291-292).
11. Симаненков Д. Цифра и звук //Компьютера. 1998. #30-31 (258-259) (11 августа). С. 20-22.
12. Симаненков Д. Из аналога в цифру и обратно: немного теории... //Компьютера. 1998. #30-31 (258-259) (11 августа). С. 22-27.
13. Каппелини Цифровые фильтры и их применение. 1983.
14. Хоровиц П., Хилл У. Искусство схемотехники /Пер. с англ Б.Н. Бронина и др. — 5-е изд., перераб.— М.: Мир, 1998 — 704 с.: ил (2 аб).
15. Микросхемы для аналого-цифрового преобразования и средств мультимедиа. Вып. 1 /Серия «Интегральные микросхемы». М. Додэка 1996 г., 384 с. 681.3(083) И 73.
16. Федорков Б.Г., Телец В.А. Микросхемы ЦАП и АЦП: Функционирование, параметры, применение. – М.: Энергоатомиздат, 1990. – 320 с.: ил.
17. Бахтияров Г.Д., Малинин В.В., Школин В.П. Аналого-цифровые преобразователи. М., Сов. радио, 1980, 280 с. 681.325 Б30
18. Гельман М.М. Системные аналого-цифровые преобразователи и процессоры сигналов.— М.: Мир, 1999 —559 с.: ил. (1 чз).
19. Алексенко А.Г., Шагурин И.И. Микросхемотехника. М., Радио и связь, 1982, 416 с.
20. Марков С. Цифровые сигнальные процессоры. Кн. 1. М.: МИКРОАРТ, 1996 – 136 с. (2 чз, 1 аб).
21. Цифровые информационно-измерительные системы. Теория и практика / Фомин А.Ф., Новоселов О.Н., Победоносцев К.А., Чернышов Ю.Н. Под ред. А.Ф. Фомина, О.Н. Новоселова — М.: Энергоатомиздат, 1996 —445 с. (1 чз, 2 аб).

Цифровая техника

22. Ю.Г. Карпов Теория автоматов: Учебник для вузов – СПб.: Питер, 2002 – 224 с. ил.
23. Пухальский Г.И., Новосельцева Т.Я. Цифровые устройства: Учебное пособие для ВТУЗов. – СПб.: Политехника, 1996. – 885 с.
24. Проектирование схем управления на базе микросхем повышенной степени интеграции. Троицкий Ю.В. /Под ред. В.А. Циганкова. – М.: Моск. Энерг. ин-т, 1989. – 80 с.
25. Потемкин И.С. Функциональные узлы цифровой автоматики. – М.: Энергоатомиздат, 1988. – 320 с.: ил.

26. Поспелов Д.А. Логические методы анализа и синтеза схем. М.: Энергия, 1974, 368 с.
27. Токхейм Р. Основы цифровой электроники: Пер. с англ. – М.: Мир, 1988. – 392 с., ил.
28. Тули М. Справочное пособие по цифровой электронике: Пер с англ. – М.: Энергоатомиздат, 1990. – 176 с.

Интерфейсы

29. Гук М. Аппаратные средства IBM PC. Энциклопедия – СПб: Питер Ком, 1999. – 816 с.: ил.
30. Мячев А.А., Иванов В.В. Интерфейсы вычислительных систем на базе мини - и микроЭВМ/ под ред. Б.Н. Наумова. – М.: Радио и связь. 1986. - 248 с. 681.3 (083) М99
31. Гук М. Интерфейсы ПК: Справочник. — СПб.: Питер, 1999. — 403 с.: ил. (2 аб, 1 чз).
32. Гук М. Аппаратные средства IBM PC - СПб: Питер, 1996. - 224 с.: ил.
33. Ю.В. Новиков, О.А. Калашников, С.Э. Гуляев Разработка устройств сопряжения для персонального компьютера типа IBM PC. Под общей редакцией Ю.В. Новикова. Практ. пособие – М.: ЭКОМ, 1997. – 224 с.: ил. 681.3 Н73
34. Ю.В. Новиков, Д.Г. Карпенко Аппаратура локальных сетей: функции, выбор, разработка /Под общей редакцией Ю.В. Новикова, – М., Издательство ЭКОМ, 1998. – 288 с.: ил.
35. Мюллер, Скотт Модернизация и ремонт ПК: Пер. с англ. – 8-е изд. – К.; М.; СПб.: Издат. Дом «Вильямс», 1998. – 832 с.: ил. – Парал. Тит. Англ.
36. Колесниченко О.В., Шишигин И.В. Аппаратные средства PC — 3-е изд. – СПб.: СВНУ: Дюссельдорф, Киев, М., 1999. (1 чз).
37. К. Айден, Х. Фибельман, М. Крамер Аппаратные средства PC: Пер. с нем. – СПб.: ВHV – Санкт-Петербург, 1996. – 544 с., ил.
38. Фролов А.В., Фролов Г.В. Аппаратное обеспечение персонального компьютера. — М.: Диалог-МИФИ 1997 – 304 с. (2 аб.).
39. Фролов А.В., Фролов Г.В. Аппаратное обеспечение IBM PC: в 2-х ч. – М.: «ДИАЛОГ – МИФИ», 1992. 681.3 Ф91
40. Бычков Е.А. Архитектуры и интерфейсы персональных компьютеров. – М.: Центр «СКС», 1993 – 152 с.: ил. (нет в библиотеке)
41. Персональные компьютеры /Пер. с болг. В.А. Комарницкого, А.Э. Степаняна. - М.: Машиностроение, 1989. - 208 с.: ил.
42. Шевкопляс Б.В. Микропроцессорные структуры. Инженерные решения: Справочник. – 2-е изд. перераб. и доп. — М.: Радио и связь, 1990. — 512 с.: ил.
43. Микропроцессоры, кн. 1, архитектура и проектирование микро-ЭВМ, организация вычислительных процессов (под. ред. Л.Н. Преснухина), М., Высшая школа, 1986, 495 с.
44. Гивоне Д., Россер Р. Микропроцессоры и микрокомпьютеры: Вводный курс: Пер. с англ. – М.: Мир, 1983. – 464 с., ил.
45. Голяс Ю.Е., Бобряков А.В., Гаврилов А.И. Системы ввода и обработки изображений в ПЭВМ: Проектирование технических средств. - М.: Машиностроение, 1993 - 224 с., ил.
46. Мячев А.А. и др. Интерфейсы систем обработки данных: Справочник /А.А. Мячев, В.Н. Степанов, В.К. Щербо; Под ред. А.А. Мячева. – М.: Радио и связь, 1989. – 416 с.: ил. 681.3 (083) М99
47. Мячев А.А., Степанов В.Н. Персональные ЭВМ и микроЭВМ. Основы организации: Справочник /Под ред. А.А.Мячева. – М.: Радио и связь, 1991. – 320 с.: ил.
48. Мячев А.А. Персональные ЭВМ: Краткий энциклопедический справочник. – М.: Финансы и статистика, 1992 – 380 с.

Измерительная техника, разное

49. Опадчий Ю.Ф. и др. Аналоговая и цифровая электроника. Учебник для вузов /Ю.Ф. Опадчий, О.П. Глудкин, А.И. Гуров; Под ред. О.П. Глудкина. — М.: Радио и связь, 2000 – 768 с.
50. Павлов В.Н., Ногин В.Н. Схемотехника аналоговых электронных устройств: Учебник для вузов. – М.: Радио и связь, 1997. — 307 с., ил.
51. Фолкенберри Л.М. Справочное пособие по ремонту электрических и электронных систем: Пер. с англ. – М.: Энергоатомиздат, 1989. – 416 с.: ил.
52. Вениаминов В.Н., Лебедев О.Н., Мирошниченко А.И. Микросхемы и их применение: Справ. пособие. – 3-е изд., перераб. и доп. – М.: Радио и связь, 1989. 240 с.: ил.

53. Алексеенко А.Г. и др. Применение прецизионных аналоговых микросхем /А.Г. Алексеенко, Е.А. Коломбет, Г.И. Стародуб. – 2-е изд., перераб. и доп. – М.: Радио и связь, 1985. – 304 с., ил.
54. Гитис Э.И., Пискулов Е.А. Аналого-цифровые преобразователи: Учеб. пособие для вузов. – М.: Энергоиздат, 1981. – 360 с., ил. **681.325 (075.8) Г51**
55. Микроэлектронные цифро-аналоговые и аналого-цифровые преобразователи информации. Под ред. В.Б. Смолова. Л., «Энергия», 1976. **681.325–181.48 М59**
56. Федорков Б.Г., Телец В.А., Дегтяренко В.П. Микроэлектронные цифро-аналоговые и аналого-цифровые преобразователи. – М.: Радио и связь, 1984. – 120 с., ил. – (массовая б-ка инженера «Электроника», вып. 41). **681.33 Ф33**
57. Гнатек Ю.Р. Справочник по цифроаналоговым и аналогоцифровым преобразователям: пер. с англ./Под ред. Ю.А. Рюжина М.: Радио и связь, 1982 **681.33 Г56**
58. Кауфман М., Сидман А.Г. Практическое руководство по расчетам схем в электронике: Справочник. В 2-х т. Т. 1: Пер. с англ./ Под ред. Ф.Н. Покровского. – М.: Энергоатомиздат, 1991. – 368 с.: ил.
59. Сопряжение датчиков и устройств ввода данных с компьютерами IBM PC: Пер. с англ. /Под ред. У. Томпкинса, Дж. Уэбстера. – М.: Мир, 1992 – 592 с.: ил. (нет в библиотеке)
60. Мирский Г.Я. Электронные измерения: 4-е изд., перераб. и доп. – М.: Радио и связь, 1986. – 440 с., ил.
61. Кончаловский В.Ю. Цифровые измерительные устройства: Учеб. пособие для вузов. – М.: Энергоатомиздат, 1985. – 304 с., ил.
62. Шляндин В.М. Цифровые измерительные устройства: Учебник для вузов. — 2-е изд., перераб. и доп. — М.: Высш. школа, 1981. — 335 с., ил.
63. Грязнов М.И., Гуревич М.Л., Маграчев З.В. «Измерение импульсных напряжений». М., «Советское радио», 1969, 336 стр. **621.317 Г92**
64. Маграчев З.В. Аналоговые измерительные преобразователи одиночных сигналов, 1974 **621.395.6 М12**
65. Мелешко Е.А. Наносекундная электроника в экспериментальной физике. – М.: Энергоатомиздат, 1981. **621.382 М47**
66. Мелешко Е.А. Интегральные схемы в наносекундной ядерной электронике. – 2-е изд., доп. –М.: Атомиздат, 1978. – 214 с., ил. **621.382 М47**

Составила

М.А. Амелина

