

Важные замечания! Все упомянутые ниже напряжения измеряются в вольтах. Все упомянутые ниже сопротивления измеряются в омах. Упомянутые ниже относительные единицы α и γ изменяются в диапазоне $0...1$. Попытка подстановки в формулы кратных и несистемных величин (милливольты, килоомы, мегаомы, проценты и т.п.) скорее всего, приведет к непредсказуемым результатам расчетов.

Весь алгоритм расчета построен на параметрах R_i и R_g . Любое несоответствие этих параметров реальной схеме приведет к некорректным результатам расчета.

Постановка задачи.

Задание. Имеется эквалайзер с выходным напряжением на холостом ходу величиной E_i и внутренним сопротивлением R_i . На выходе эквалайзера установлен дискретный потенциометр с суммарным сопротивлением гирлянды резисторов, равным R_0 . Выход движка потенциометра через резистор R_s подключен к усилителю с входным сопротивлением R_g .

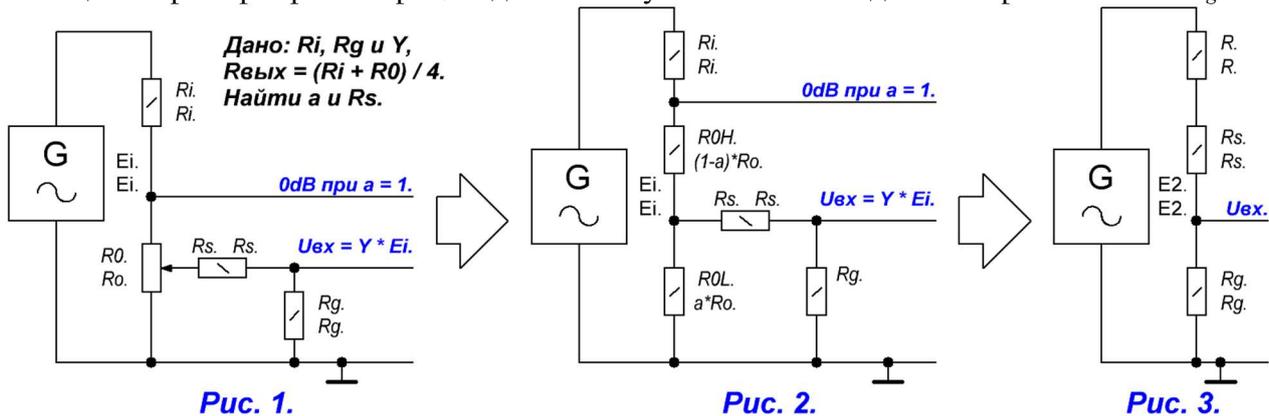


Рис. 1.

Рис. 2.

Рис. 3.

Отношение ослабленного напряжения на входе усилителя $U_{вх}$ к выходному напряжению эквалайзера E_i задается через параметр γ для каждой ступени регулировки громкости.

$$\gamma = \frac{U_{вх}}{E_i}, \text{ или } U_{вх} = \gamma E_i$$

Найти. Для каждого заданного коэффициента ослабления входного сигнала γ подобрать соответствующую долю угла поворота движка потенциометра α .

Для каждого заданного коэффициента ослабления входного сигнала γ подобрать такое сопротивление резистора R_s , при котором выходное сопротивление аттенюатора останется неизменным.

Найти суммарные сопротивления верхней R_H и нижней R_L гирлянд резисторов.

Решение

У задачи имеются два неизвестных параметра: α и R_s . Поэтому необходимо будет составить систему двух уравнений. В задании также имеются два независимых аргумента: γ и $R_{вых}$, поэтому есть основания полагать, что система уравнений будет иметь решение, и решение это будет единственным.

Составим уравнение 1 с использованием независимого аргумента γ . Для упрощения расчета используем эквивалентную расчетную схему аттенюатора, смотри рис. 3. Для элементов эквивалентной схемы справедливы следующие соотношения:

$$E_2 = \frac{E_i \alpha R_0}{R_i + (1 - \alpha) R_0 + \alpha R_0} = \frac{E_i \alpha R_0}{R_i + R_0},$$

$$R = \frac{[R_i + (1 - \alpha) R_0] \alpha R_0}{[R_i + (1 - \alpha) R_0] + \alpha R_0} = \frac{\alpha R_0 (R_i + R_0 - \alpha R_0)}{R_i + R_0}.$$

По эквивалентной схеме уже легко можно установить зависимость входного напряжения усилителя от параметров α и R_s .

$$U_{\text{ВХ}} = \frac{E_2 R_g}{R + R_S + R_g}.$$

Далее переходим от уравнения и параметров эквивалентной схемы к уравнению и параметрам исходной схемы. Сначала осуществляем переходим от параметра E_2 к параметру E_i .

$$U_{\text{ВХ}} = \frac{E_2 R_g}{R + R_S + R_g} = \frac{E_i \alpha R_O}{R_i + R_O} \cdot \frac{R_g}{R + R_S + R_g}.$$

Затем избавляемся от лишнего параметра $U_{\text{ВХ}}$.

$$\gamma = \frac{U_{\text{ВХ}}}{E_i} = \frac{\alpha R_O R_g}{(R_i + R_O)(R + R_S + R_g)}.$$

И, наконец, выражаем параметр R через параметры α , R_i и R_O .

$$R + R_S + R_g = \frac{\alpha R_O R_g}{\gamma(R_i + R_O)}$$

$$R_S = \frac{\alpha R_O R_g}{\gamma(R_i + R_O)} - R_g - R$$

$$R_S = \frac{\alpha R_O R_g}{\gamma(R_i + R_O)} - R_g - \frac{\alpha R_O (R_i + R_O - \alpha R_O)}{R_i + R_O}, \quad \text{Уравнение I.}$$

Итак, получено первое уравнение системы.

Составляем уравнение II с использованием независимого аргумента $R_{\text{ВЫХ}}$. У потенциометрического регулятора громкости выходное сопротивление при регулировке имеет один максимум.

$$R_{\text{ВЫХ}} = \frac{(R_i + R_O)}{4}$$

В подавляющем большинстве случаев $R_i < R_O$, поэтому максимальное значение выходного сопротивления окажется при некотором промежуточном положении движка потенциометра. Такая величина $R_{\text{ВЫХ}}$ выбрана как целевое расчетное значение выходного сопротивления аттенюатора. И она будет минимально возможной, при которой сопротивления всех выравнивающих резисторов R_S еще будут иметь положительные значения. Отмечу также, что при такой величине $R_{\text{ВЫХ}}$ в ходе расчетов сопротивление одного из выравнивающих резисторов R_S может оказаться равным нулю. Это нормально, и в такой ситуации вместо резистора R_S нужно будет просто поставить перемычку. Однако, вероятность такого события крайне мала.

Далее запишем уравнение, исходя из требования неизменности выходного сопротивления. Используем схему, приведенную на **Рис. 1**, и сразу получаем:

$$\frac{(R_i + (1 - \alpha)R_O)\alpha R_O}{R_i + (1 - \alpha)R_O + \alpha R_O} + R_S = \frac{R_i + R_O}{4}.$$

Немного сократив запись, имеем:

$$\frac{(R_i + R_O - \alpha R_O)\alpha R_O}{R_i + R_O} + R_S = \frac{R_i + R_O}{4}, \quad \text{Уравнение II.}$$

и итоговую систему уравнений следующего вида:

$$\begin{cases} R_S = \frac{\alpha R_O R_g}{\gamma(R_i + R_O)} - R_g - \frac{\alpha R_O (R_i + R_O - \alpha R_O)}{R_i + R_O} \\ \frac{(R_i + R_O - \alpha R_O)\alpha R_O}{R_i + R_O} + R_S = \frac{R_i + R_O}{4} \end{cases}$$

Перегруппировав слагаемые, получаем

$$\begin{cases} R_S + \frac{\alpha R_O(R_i + R_O - \alpha R_O)}{R_i + R_O} = \frac{\alpha R_O R_g}{\gamma(R_i + R_O)} - R_g \\ R_S + \frac{\alpha R_O(R_i + R_O - \alpha R_O)}{R_i + R_O} = \frac{R_i + R_O}{4} \end{cases}$$

Чтобы избавиться от параметра R_S , вычитаем второе уравнение из первого:

$$0 = \frac{\alpha R_O R_g}{\gamma(R_i + R_O)} - R_g - \frac{R_i + R_O}{4},$$

умножаем уравнение на 4:

$$\frac{4\alpha R_O R_g}{\gamma(R_i + R_O)} - 4R_g - R_i - R_O = 0,$$

переносим некоторые слагаемые в правую часть:

$$\frac{4\alpha R_O R_g}{\gamma(R_i + R_O)} = 4R_g + R_i + R_O,$$

и находим, наконец:

$$\begin{aligned} 4\alpha R_O R_g &= \gamma(R_i + R_O)(4R_g + R_i + R_O), \\ \alpha &= \gamma \frac{(R_i + R_O)(4R_g + R_i + R_O)}{4R_O R_g} \end{aligned}$$

Т.е. долю угла поворота движка потенциометра α для каждого коэффициента ослабления входного сигнала γ .

Ввиду того, что параметры R_g , R_i и R_O не меняются по ходу расчетов, есть смысл сразу ввести параметр k , равный

$$k = \frac{(R_O + R_i)(4R_g + R_O + R_i)}{4R_O R_g}$$

и назвать его «коэффициентом пересчета» для следующей простой линейной зависимости

$$\alpha = k \cdot \gamma$$

Затем, зная параметр α , из уравнения II находим выражение для расчета сопротивления выравнивающего резистора R_S .

$$\begin{aligned} R_S &= \frac{R_i + R_O}{4} - \frac{(R_i + R_O - \alpha R_O)\alpha R_O}{R_i + R_O}, \\ R_S &= \frac{R_i + R_O}{4} + \alpha R_O \frac{\alpha R_O - (R_i + R_O)}{R_i + R_O}, \end{aligned}$$

$$R_S = \frac{R_O + R_i}{4} + \alpha R_O \left(\frac{\alpha R_O}{R_O + R_i} - 1 \right)$$

И, наконец, сопротивления гирлянд резисторов.

$$R_H = (1 - \alpha)R_O, \quad R_L = \alpha R_O$$

Тут: α – доля поворота вала потенциометра (0...1);
 γ – коэффициент ослабления входного сигнала (0...1);
 R_i – выходное сопротивление эквалайзера;
 R_g – входное сопротивление усилителя;
 R_O – суммарное сопротивление всей гирлянды резисторов;
 R_S – сопротивление последовательного выравнивающего резистора;
 R_H – суммарное сопротивление верхней гирлянды резисторов;
 R_L – суммарное сопротивление нижней гирлянды резисторов.

Параметры γ_0 , $\gamma_{\text{локальный}}$, $\gamma_{\text{глобальный}}$

Отношение напряжения на входе усилителя $U_{ВХ}$ к э.д.с. (т.е. выходному напряжению на холостом ходу) на выходе эквалайзера E_i названо параметром $\gamma_{\text{глобальный}}$ или просто γ .

$$\gamma = \gamma_{\text{глобальный}} = \frac{U_{ВХ}}{E_i}$$

Параметр γ может измеряться в долях $[0...1]$ или в дБ. Этот параметр, измеряемый в долях и будет использоваться для последующих расчетов параметра α . Для каждой ступени ослабления вычисляется свое значение γ .

При минимальном ослаблении входного сигнала E_i ($\alpha = 1$, т.е. при максимальной выходной громкости) часть сигнала все же будет потеряна в аттенюаторе. Для оценки потери сигнала в этом случае введен параметр γ_0 . Параметр γ_0 может измеряться в долях $[0...1]$ или в дБ. Это значение взято как начальное, т.е. нулевое ослабление аттенюатора. Поэтому и появился индекс «0». Именно от этого значения и пойдет в дальнейшем отсчет ослабления сигнала каждой ступени регулировки. В основе расчета лежит все та же формула $\alpha = k \cdot \gamma$. После подстановки в которую $\alpha = 1$ и получаем в итоге

$$\gamma_0 = \frac{1}{k}$$

Значение параметра γ_0 вычисляется на подготовительном этапе и остается неизменным для каждой ступени ослабления входного сигнала.

Каждой ступени регулировки громкости соответствует своя степень поглощения входного сигнала. Эти степени поглощения названы локальными и обозначаются параметром $\gamma_{\text{локальный}}$. Параметр $\gamma_{\text{локальный}}$ может измеряться в долях $[0...1]$ или в дБ. Этот параметр в расчетах по большому счету не нужен, однако оставлен как резервный на тот случай, когда, например, потребуется неравномерный шаг изменения громкости.

$$\begin{aligned} \gamma &= \gamma_0 + \gamma_{\text{локальный}}[\text{дБ}] \\ \gamma &= \gamma_0 \cdot \gamma_{\text{локальный}}[\text{доля}] \end{aligned}$$

Выбор суммарного сопротивления вертикальной гирлянды резисторов. Параметр R_0

Параметр R_0 равен сумме сопротивлений резисторов, которые расположены на схеме вертикально. Если применен переключатель на N положений, то можно записать

$$R_0 = R_1 + R_2 + R_3 \dots + R_N + R_{\text{END}}$$

Если величину R_0 сделать слишком малой, то подавляющая часть напряжения эквалайзера E_i будет потеряна на выходном сопротивлении эквалайзера R_i .

Если же величину R_0 , наоборот, сделать слишком большой, то в этом случае понадобится стабилизация выходного сопротивления аттенюатора $R_{\text{ВЫХ}}$ на более высоком уровне. А слишком большое выходное сопротивление $R_{\text{ВЫХ}}$, в свою очередь, повлечет за собой необходимость увеличения сопротивления выравнивающих резисторов R_S , которые расположены на схеме горизонтально и обозначены R_{201} , R_{202} , $R_{203} \dots R_{2xN}$. Вследствие этого подавляющая часть выходного напряжения аттенюатора будет потеряна уже на выходном сопротивлении аттенюатора и его выравнивающих резисторах R_S .

Логично предположить, что есть некоторая оптимальная величина сопротивления

$$R_0 = R_{\text{ОПТ}},$$

при которой потеря сигнала в аттенюаторе будет сведена к некоторому минимуму. Для поиска величины $R_{\text{ОПТ}}$ применим формулу $\alpha = k \cdot \gamma$. Минимизировать потерю сигнала в аттенюаторе, разумеется, есть смысл только при максимальной громкости, когда $\alpha = 1$, т.е. при

$$\gamma = \frac{1}{k}$$

$$\gamma = \frac{4 \cdot R_o \cdot R_g}{(R_o + R_i) \cdot (4R_g + R_o + R_i)}$$

Чтобы найти максимум функции γ , найдем частную производную по R_o .

$$\frac{\partial \gamma}{\partial R_o} = \left(\frac{4 \cdot R_o \cdot R_g}{(R_o + R_i) \cdot (4R_g + R_o + R_i)} \right)'_{R_o},$$

и найдем такое значение R_o , при котором она будет равна нулю. Это производная от сложной функции, поэтому применяем правило дифференцирования сложной функции.

$$Y = \frac{U}{V} \Rightarrow Y' = \frac{U'V - V'U}{V^2}$$

В нашем случае $U = 4 \cdot R_o \cdot R_g \Rightarrow U'_{R_o} = 4 \cdot R_g$

$$V = (R_o + R_i) \cdot (4R_g + R_o + R_i)$$

$$V = 4R_oR_g + 4R_iR_g + R_o^2 + R_oR_i + R_oR_i + R_i^2$$

$$V = 4R_oR_g + 4R_iR_g + R_o^2 + 2R_oR_i + R_i^2$$

$$V'_{R_o} = 4R_g + 2R_o + 2R_i$$

Полагая, что $V^2 \neq 0$, запишем сразу

$$4R_g(R_o + R_i)(4R_g + R_o + R_i) - (4R_g + 2R_o + 2R_i)4R_oR_g = 0,$$

$$(R_o + R_i)(4R_g + R_o + R_i) - (4R_g + 2R_o + 2R_i)R_o = 0,$$

$$4R_oR_g + 4R_iR_g + R_o^2 + R_oR_i + R_oR_i + R_i^2 - 4R_oR_g - 2R_o^2 - 2R_oR_i = 0,$$

$$4R_iR_g + R_o^2 + R_i^2 - 2R_o^2 = 0,$$

$$-R_o^2 + 4R_iR_g + R_i^2 = 0,$$

$$R_o^2 = 4R_iR_g + R_i^2,$$

$$R_o^2 = R_i(4R_g + R_i),$$

Окончательно получаем выражение для оптимального значения R_o , при котором будет минимизирована потеря сигнала в аттенуаторе при максимальной громкости.

$$R_o = R_{\text{ОПТ}} = \sqrt{R_i(4R_g + R_i)}.$$

В программе на листе «Графики R_o » можно посмотреть два графика. Фактически, это одна и та же зависимость, просто измеряемая в разных единицах.

На верхнем графике показана зависимость доли передачи входного сигнала (в процентах) от величины R_o при максимальной громкости. С некоторой натяжкой можно сказать, что это график зависимости КПД аттенуатора от величины R_o при максимальной громкости.

На нижнем графике показана зависимость потери входного сигнала (в дБ) от величины R_o при максимальной громкости.

Замечания и пояснения к применению программы расчета

Если произвольно задать программе параметр R_o и коэффициенты затухания для каждого шага регулировки громкости, то рассчитанные номиналы сопротивлений гирлянды могут принять весьма экзотические значения. В то же время, номиналы всех серийно выпускаемых резисторов стандартизированы и соответствуют рядам E3, E6, E12, E24, E48, E96 и E192. Можно легко сделать так, чтобы номиналы сопротивлений всей гирлянды резисторов точно соответствовали заранее выбранному стандартному ряду. Для этого нужно выполнить два условия.

1. Правильно выбрать приращение коэффициента затухания [в дБ] на каждом шаге регулировки громкости. Список «правильных приращений» (в порядке возрастания) следующий.

0.104166667	0.208333333	0.3125	0.416666667	0.520833333	0.625	0.729166667	0.833333333
0.9375	1.041666667	1.25	1.458333333	1.666666667	1.875	2.083333333	2.5
2.916666667	3.333333333	3.75	4.166666667	5	5.833333333	6.666666667	7.5
8.333333333	10	11.66666667	13.33333333	15	16.66666667	20	23.33333333
26.66666667	30	33.33333333	40	46.66666667	53.33333333	60	

Эта таблица далеко не полная. Она искусственно ограничена до разумных пределов. Если использовать номиналы из ряда E192, то можно получить «правильные приращения» затуханий с минимальным шагом, равным

$$\frac{20}{192} = 0.10416667 \text{ дБ}$$

Предположим, понадобилось нам приращение 3.1415926 дБ. Чтобы все номиналы вертикальной гирлянды резисторов идеально совпали со стандартными, нужно немного скорректировать задание. Сначала находим кратность минимального шага. Она составит

$$K = \frac{3.1415926 \cdot 192}{20} = 30.159289 \approx 30$$

Затем находим «правильное приращение», которое должно быть $\frac{20 \cdot 30}{192} = 3.125$ дБ. С таким приращением затухания все номиналы вертикальной гирлянды резисторов идеально совпадут с рядом E192, причем, нужно будет взять каждый 30-ый номинал в ряду. Но резисторы из ряда E192 скорее всего, очень дорогие. Поэтому (делим на два) можно взять каждый 15-ый номинал из ряда E96.

Можно пойти дальше по пути снижения цены резисторов. Еще раз корректируем исходное задание. Просто изменяем немного кратность (желательно в сторону увеличения), чтобы она лучше делилась на 2. Берем $K = 32$. Тогда ближайшее «правильное приращение» будет уже $\frac{20 \cdot 32}{192} = 3.333333$ дБ. С таким приращением подойдут уже почти все стандартные ряды номиналов, лишь бы устроила их погрешность, смотри таблицу.

Стандартный ряд	Кратность номинала
E192	Каждый 32-ой номинал
E96	Каждый 16-ый номинал
E48	Каждый 8-ой номинал
E24	Каждый 4-ый номинал
E12	Каждый 2-ой номинал
E6	Каждый 1-ый номинал
E3	Каждый 0,5-ый ? Нельзя, приращение маловато

2. Подобрать величину R_0 таким образом, чтобы хотя бы один из номиналов вертикальной гирлянды резисторов (**кроме R_{END}**) строго соответствовал выбранному ряду номиналов. (Остальные номиналы при этом также будут строго соответствовать выбранному ряду номиналов, т.к. это обеспечено выполнением первого условия). В качестве опорного в программе выбран номинал резистора R_2 (просто потому, что этот резистор будет присутствовать в переключателях с любым числом положений). Методика подбора простая. Сначала проводим пробный расчет и находим номинал R_2 . Затем смотрим, на сколько процентов этот номинал отличается от ближайшего стандартного из выбранного ряда. Далее просто изменяем параметр R_0 на нужное число процентов. Убеждаемся, что в главном расчете №2, номинал R_2 достиг нужного значения (а вместе с ним и номиналы всех остальных резисторов вертикальной гирлянды, кроме R_{END}).

ЗАМЕЧАНИЕ–1. В рамках принятого алгоритма номиналы горизонтальных корректирующих резисторов R_S (они же $R_{201} \dots R_{300}$ на схеме) остаются без привязки к стандартным рядам и могут иметь странные значения. Сделать с этим ничего не получилось,

да и не особо нужно. Номиналы резисторов R_S занимают лишь часть номинала $R_{ВЫХ}$ и «маскируются» номиналом $R_{ВЫХ}$. Поэтому погрешность округления номиналов R_S (они же $R_{201} \dots R_{300}$ на схеме) до стандартных значений сказывается не слишком сильно.

ЗАМЕЧАНИЕ–2. Ряды E3...E24 неидеально равномерные в силу исторических причин. Мало того, они еще и не совпадают с рядами E48...E192. Поэтому программа «привязывает» номиналы резисторов не к стандартным рядам E3...E24, а к их скорректированным значениям. Принятые к расчетам скорректированные ряды можно найти на листе **E3_E24_Коррекция**. Работа со скорректированными номиналами в конечном итоге приводит к более точному приближению результатов расчета к стандартным номиналам E3...E24. Выигрыш составляет 0,9...2%, смотри поправочные коэффициенты красного цвета в желтых ячейках на листе **E3_E24_Коррекция**. Например, если выбран ряд E24, то расчетный номинал R_2 никогда не будет равен 1.000кОм. Вместо этого программа «притянет» номинал R_2 к 1.00894кОм за счет изменения R_O на этапе второй корректировки задания.