

УДК 534.833.5

А.И. Комкин

О ВЫБОРЕ ПАРАМЕТРОВ РЕЗОНАТОРА ГЕЛЬМГОЛЬЦА В УЗКОМ КАНАЛЕ

Московский государственный технический университет им. Н.Э.Баумана

Россия, 105005 Москва, ул. 2-я Бауманская, 5

E-mail: akomkin@mail.ru

Анализируется зависимость акустических характеристик резонатора Гельмгольца в канале от его геометрических параметров, выраженных в безразмерном виде через диаметр канала. Показано, что для такой системы ширина полосы резонансной кривой, в отличие от относительной ширины полосы, не зависит от объема резонатора, а для увеличения ширины полосы длину горла следует делать как можно меньшей. Введено понятие минимально возможного объема резонатора Гельмгольца, обеспечивающее с учетом вязких потерь в горле требуемое снижение шума на резонансной частоте.

Резонаторные глушители находят широкое применение для снижения газодинамического шума машин. К наиболее распространенному виду такого рода глушителей относится резонатор Гельмгольца. Расчету резонатора Гельмгольца посвящено достаточно большое количество публикаций [1-18], в которых рассматриваются различные аспекты этой проблемы. В первую очередь к ним относится оценка резонансной частоты такого резонатора, анализ влияния на акустические характеристики резонатора особенностей его конфигурации.

Между тем, чтобы повысить акустическую эффективность резонатора Гельмгольца, важно уметь правильно подбирать его геометрические параметры. Обстоятельное рассмотрение этого вопроса применительно к изолированному резонатору и резонатору в безграничной стенке проведено Ингардом в его фундаментальной работе [1]. Здесь этот вопрос исследуется применительно к резонатору Гельмгольца, размещенного на стенке канала. При этом в такой системе к трем параметрам, характеризующим сам резонатор, добавляется еще один, определяющий поперечные размеры канала.

В качестве исходных данных при расчетах обычно принимаются собственная частота резонатора и ширина резонансной кривой, которые определяются геометрическими параметрами системы. В итоге приходим к системе двух уравнений с четырьмя неизвестными, что не позволяет выбрать параметры резонатора однозначным образом и может приводить к решениям, далеким от оптимальных. В данной работе представлен подход, при котором такая однозначность обеспечивается, причем с учетом исходных требований к характеристикам резонатора Гельмгольца.

Рассмотрим прямой канал (рис. 1) с абсолютно жесткими стенками и площадью поперечного сечения S , на боковой поверхности которого размещается резонатор Гельмгольца. Будем рассматривать простейшую модель резонатора Гельмгольца, в которой жесткая замкнутая поверхность резонатора, характеризующая только объемом V , соединяется с каналом через горло с площадью поперечного сечения S_0 и длиной l . При этом полагается, что размеры резонатора много меньше рассматриваемых длин волн. Будем считать канал узким, так что в нем могут распространяться только плоские звуковые волны. Кроме того, положим, что потери звуковой энергии в системе обусловлены вязким трением в горле резонатора, которое будем определять сопротивлением трения R_v , точнее ее нормированной величиной $R'_v = R_v / (\rho_0 c_0)$, где ρ_0 и c_0 определяют соответственно плотность воздушной среды и скорость звука в ней.

Действие резонатора в канале можно оценить матрицей передачи, определяемой коэффициентами T_A , T_B , T_C , T_D и связывающей амплитуды звукового давления P_u и колебательной скорости V_u в канале перед резонатором с соответствующими величинами P_d и V_d в канале после резонатора. При этом предполагается, что в плоскости, разделяющей горло резонатора от внутреннего объема канала, должны выполняться условия непрерывности звукового давления и объемной скорости, а также, что амплитуды звукового давления P_0 и колебательной скорости V_0 в горле резонатора связаны между собой через акустический импеданс резонатора $Z_0 = P_0 / V_0$ или его нормированное значение $Z'_0 = Z_0 / (\rho_0 c_0)$. Это дает следующее матричное уравнение

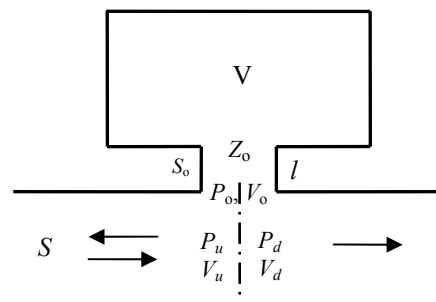


Рис. 1. Расчетная схема резонатора Гельмгольца в канале

$$\begin{bmatrix} P_u \\ \rho_0 c_0 V_u \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1/(S'Z'_0) & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_d \\ \rho_0 c_0 V_d \end{bmatrix}, \quad (1)$$

где безразмерный параметр $S' = S/S_0$.

Потери передачи TL для рассматриваемой системы, определяемые логарифмом отношения звуковой мощности падающей волны в канале перед резонатором к мощности звуковой волны за резонатором при согласованной нагрузке на выходе канала, с учетом (1) имеют вид

$$TL = 10 \lg \left[|T_A + T_B + T_C + T|^2 / 2 \right] = 20 \lg |1 + 1/(2S'Z'_0)|, \quad (2)$$

Положим, что звуковые колебания в канале, также как и колебания воздуха в горле резонатора, происходят по гармоническому закону с круговой частотой ω . Тогда входящий в приведенные выражения нормированный акустический импеданс резонатора Z'_0 описывается, как показывает рассмотрение уравнения движения воздуха в горле резонатора [19], формулой

$$Z'_0 = R'_v + j \left(\frac{\omega l_e}{c_0} - \frac{S_0 c_0}{\omega V} \right), \quad (3)$$

где l_e – приведенная или эквивалентная длина горла резонатора, определяемая с учетом так называемой присоединенной длины горла, которая в свою очередь связана с перераспределением энергии звуковой волны в горле резонатора; $j = \sqrt{-1}$.

Введя в рассмотрение собственную частоту резонатора ω_0 , определяемую условием $\text{Im} Z'_0 = 0$ и в соответствии с (3) равную

$$\omega_0 = c_0 \sqrt{S_0 / (l_e V)} = c_0 / (l_e \sqrt{V'}), \quad (4)$$

а также относительную частоту $\Omega = \omega / \omega_0$, преобразуем формулу (3) к виду

$$Z'_0 = R'_v + j \frac{1}{\sqrt{V'}} \left(\Omega - \frac{1}{\Omega} \right). \quad (5)$$

При этом величина $V' = V / (l_e S_0)$ представляет собой отношение объема резонатора к эквивалентному объему его горла.

Подставляя (5) в (2), получим

$$TL = 10 \lg \left[1 + \frac{1 + 2R_s}{R_s^2 + [Q(\Omega - 1/\Omega)]^2} \right], \quad (6)$$

где $R_s = 2S'R'_v$; $Q = 2S'/\sqrt{V'}$.

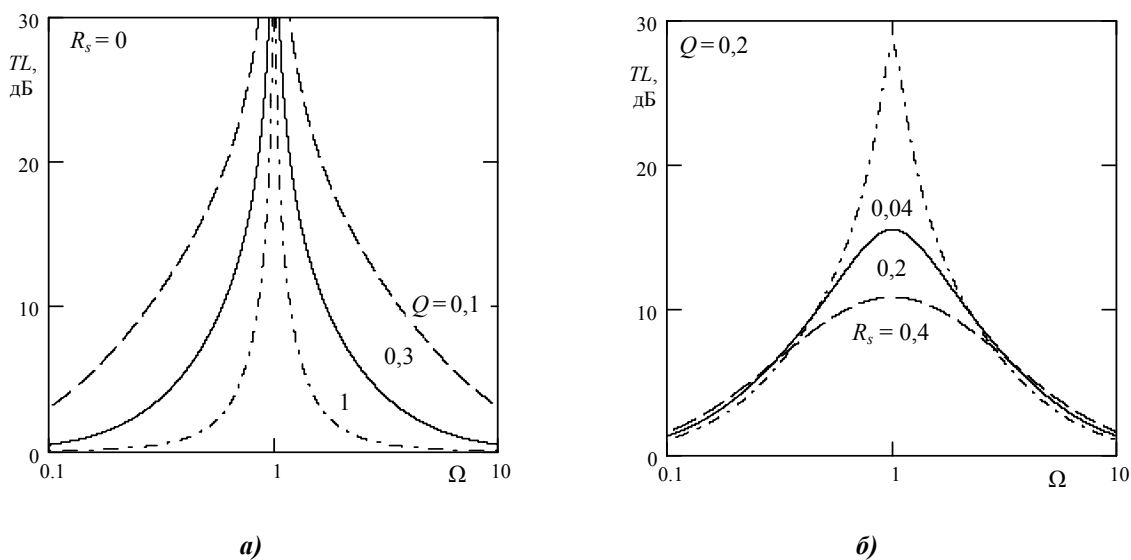


Рис. 2. Потери передачи для резонатора Гельмгольца в канале без учета (а) и с учетом (б) трения

$$TL_0 = 20 \lg(1 + 1/R_s) \quad (7)$$

и, таким образом, зависят только от параметра R_s . Когда трение незначительно, $R_s \rightarrow 0$, то, очевидно, потери передачи $TL_0 \rightarrow \infty$.

Когда трение отсутствует, $R_s = 0$, потери передачи системы TL , помимо относительной частоты Ω , определяются только параметром Q , так что с его ростом кривая потерь передачи сужается (рис. 2, а).

Так как величина Q пропорциональна отношению $S'/\sqrt{V'}$, то изменения величины S' оказывает большее влияние на потери передачи, чем соответствующие изменения V' . Что касается влияния трения на кривую потерь передач, оно оказывается заметным только в резонансной области, а за ее пределами влияние трения становится весьма незначительным (рис. 2, б).

Оценим теперь относительную ширину полосы резонансной кривой потерь передачи $\Delta\Omega = \Omega_2 - \Omega_1$, где относительные граничные частоты резонансной кривой Ω_1 и Ω_2 определяются из условия, что на этих частотах потери передачи $TL_{\text{гр}} = 3$ дБ, и как следствие, выражение под логарифмом в (6) равняется 2. Внутри этой полосы происходит заметное рассеяние звука резонатором, а вне ее звуковая волна в канале проходит практически не ослабевая. Это приводит после соответствующих преобразований к следующим формулам для граничных частот и ширины полосы:

$$\Omega_{1,2} = \mp \frac{K}{2Q} + \sqrt{\frac{K^2}{4Q^2} + 1}; \quad \Delta\Omega = K/Q, \quad (8)$$

где $K = \sqrt{(1 + 2R_s - R_s^2)}$.

Наряду с этим ширину полосы резонансной кривой можно определить из условия, что на граничных частотах потери передачи $TL_{\text{гр}}$ принимают значение отличное от 3 дБ. Так если принять это значение $TL_{\text{гр}} = 6$ дБ, то соответствующая этому условию относительная ширина полосы $\Delta\Omega_6 = \Delta\Omega/\sqrt{3}$, т.е. она сужается в $\sqrt{3}$ раз. Когда $TL_{\text{гр}} = 10$ дБ, то соответствующая относительная ширина полосы $\Delta\Omega_{10} = \Delta\Omega/3$.

Заметим, что в приведенных формулах величина обратная $\Delta\Omega$ будет определять добротность системы. Когда параметр $R_s \ll 1$, то в приведенных формулах можно положить $K=1$. При этом относительная ширина резонансной кривой потерь передачи $\Delta\Omega = 1/Q$, так что добротность рассматриваемой системы равна Q и не зависит от трения в горле резонатора. Тогда согласно принятым обозначениям

$$\Delta\Omega = \frac{1}{2S} \sqrt{\frac{VS_0}{l_e}} = \frac{V\omega_0}{2Sc}. \quad (9)$$

Таким образом, (4) и (9) образуют систему двух связанных уравнений с четырьмя неизвестными. Преобразуем ее, перемножив уравнения (4) и (9), что позволяет перейти от относительной к абсолютной ширине полосы резонансной кривой $\Delta\omega = \omega_0\Delta\Omega$ и дает

$$\Delta\omega = \frac{c_0}{2S} \frac{S_0}{l_e}. \quad (10)$$

Очевидно, что ширина полосы $\Delta\omega$, в отличие от относительной ширины $\Delta\Omega$, уже не зависит от объема резонатора. Она определяется только площадью поперечного сечения канала и параметрами горла резонатора, так что для увеличения $\Delta\omega$ площадь горла S_0 следует делать как можно большей, приведенную длину горла l_e – как можно меньшей.

Заметим, что входящая в (10) приведенная длина горла

$$l_e = l + \alpha d_0, \quad (11)$$

где α – некоторая постоянная, определяющая присоединенную длину горла и зависящая, вообще говоря, от конфигурации объема резонатора и поперечного сечения канала; d_0 – диаметр горла резонатора или эквивалентный по площади диаметр, если сечение горла отличается от круглого. Поэтому утверждение, что объем резонатора не влияет на абсолютную ширину резонансной кривой, справедливо лишь до тех пор, пока изменения этого объема не будут приводить к значимым изменениям присоединенной длины горла.

Таким образом, для определения параметров резонатора за основу возьмем формулы (9) и (10). А для того, чтобы получаемые результаты были более универсальными, приведем эти формулы к безразмерному виду.

С этой целью, следуя [20], введем в рассмотрение вместо частоты ее безразмерный аналог $\mu_0 = d/\lambda_0$, где λ_0 – длина волны на резонансной частоте; d – диаметр канала или эквивалентный по площади диаметр, если сечение канала отличается от круглого. Кроме того, определим геометрические параметры резонатора в относительных величинах, выраженных в единицах диаметра канала. Это, помимо прочего, позволит сократить количество входящих в формулы (9), (10) переменных.

Если параметры резонатора выразить через относительные величины $\bar{V} = V/(d^3/4)$, $\bar{d} = d_0/d$, $\bar{l} = l/d$ и ввести в рассмотрение безразмерную ширину полосы резонансной кривой $\Delta\mu = \Delta\omega d/(2\pi c)$, то формулы (9), (10) преобразуются к виду

$$\Delta\mu = \mu_0^2 \bar{V}; \quad (12)$$

$$\Delta\mu = \frac{\bar{d}}{4\pi(\bar{l}/\bar{d} + \alpha)}, \quad (13)$$

Заметим, что когда длина горла принимается равной толщине стенки канала, горло резонатора можно выполнить в виде одиночного отверстия в стенке канала или в виде совокупности из n отверстий меньшего диаметра. Если эти отверстия расположены близко друг от друга, то присоединенная длина каждого из них стремится к нулю, так что такая совокупность отверстий будет эквивалентна одному отверстию с площадью, равной площади n отверстий [19]. Такой подход можно использовать в том случае, когда требуемая площадь горла резонатора так велика, что для данной конфигурации канала ее невозможно по конструктивным соображениям обеспечить одним отверстием, и поэтому переход к совокупности близко расположенных отверстий меньшего диаметра является приемлемой альтернативой.

Объединяя (12) и (13), приходим к следующему уравнению

$$\Delta\mu = \frac{\bar{d}}{4\pi(\bar{l}/\bar{d} + \alpha)} = \mu_0^2 \bar{V}, \quad (14)$$

которое связывает между собой акустические параметры рассматриваемой системы с ее геометрическими параметрами и служит основным уравнением для определения параметров системы «резонатор Гельмгольца – канал».

Решение уравнения (13) дает следующее выражение для $\bar{d}$:

$$\bar{d} = 2\pi\alpha\Delta\mu \left(1 + \sqrt{1 + \bar{l}/(\pi\alpha^2\Delta\mu)} \right). \quad (15)$$

Когда ширина полосы $\Delta\mu$ достаточно большая, а относительная длина горла $\bar{l}$ мала, вторым слагаемым под корнем в формуле (15) можно пренебречь, что дает

$$\bar{d} \approx 4\pi\alpha\Delta\mu, \quad (16)$$

т.е. при этом диаметр $\bar{d}$ не зависит от длины горла $\bar{l}$ и просто пропорционален $\Delta\mu$.

Наоборот, при небольшой ширине полосы $\Delta\mu$ и большой относительной длине $\bar{l}$ под корнем в формуле (15) становится преобладающим второе слагаемое, так что

$$\bar{d} \approx 2\sqrt{\bar{l}\pi\Delta\mu}. \quad (17)$$

На рис. 3 представлены графики, построенные в соответствии с формулой (15), для значения коэффициента присоединенной длины $\alpha=1,5$, которые показывают, что чем меньше значения параметров $\Delta\mu$ и $\bar{l}$, тем меньше соответствующее значение $\bar{d}$, и при этом, согласно (17), влияние на эту величину параметра $\bar{l}$ будет существенным. С ростом ширины полосы $\Delta\mu$ влияние длины горла $\bar{l}$ на его диаметр $\bar{d}$ становится все меньше и при значении $\bar{l} = 0,03$, что, например, примерно соответствует относительной толщине стенок труб в выпускных системах автомобиля, влиянием этой величины можно пренебречь уже при $\Delta\mu > 0,01$. Исходя из этого, а также с учетом практических сообра-

жений, при таких значениях $\Delta\mu$ целесообразно принять длину горла равной толщине стенки канала, на которой устанавливается резонатор.

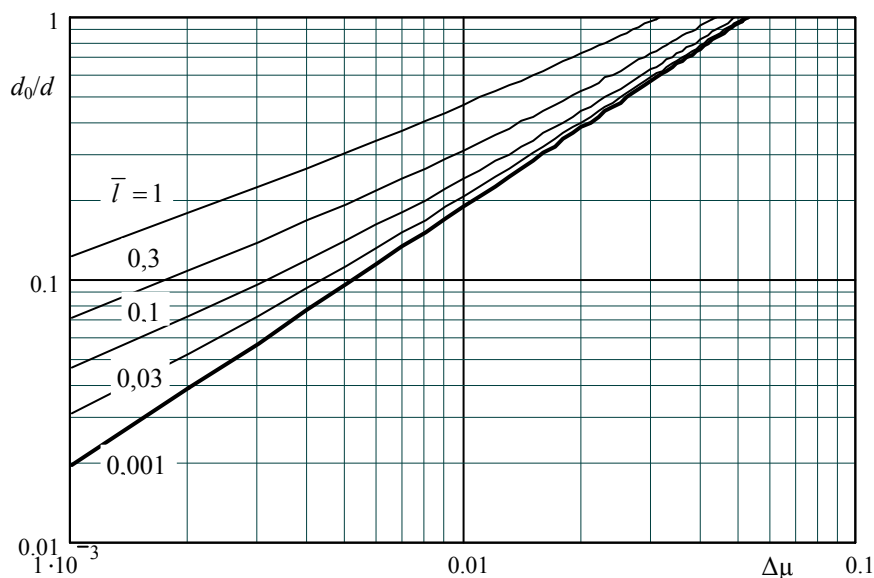


Рис. 3. Зависимость относительного диаметра горла резонатора от ширины полосы $\Delta\mu$ для различных значений относительной длины его горла

Сплошная жирная линия на рис. 3, соответствующая линейной зависимости (16), определяет границу минимально возможных значений $\bar{d}$ для заданных значений параметра $\Delta\mu$. При $\Delta\mu \leq 0,05$ параметр $\bar{d} \leq 1$ и следовательно диаметр горла d_0 не превышает диаметр канала d . В большинстве случаев это значение $\Delta\mu$ можно считать верхним предельным значением для этого параметра.

Следует отметить, что на получаемые из (15) значения $\bar{d}$ не накладывается никаких ограничений. Поэтому в ряде случаев искомый диаметр горла резонатора может принимать небольшие значения, так что потери на трение в горле резонатора будут достигать значительной величины. Это в свою очередь может привести к существенному снижению потерь передачи на резонансной частоте, так что резонатор перестанет выполнять основное свое назначение по снижению уровней дискретных составляющих шума.

Во избежание этого минимально допустимое значение потерь передачи на резонансной частоте TL_0 необходимо задать в качестве исходных данных. Можно положить из практических соображений, что для эффективной работы резонатора значение TL_0 должно быть не менее 20 дБ. Величина TL_0 согласно (7) зависит только от параметра R_s , так что, например, значению $TL_0=20$ дБ будет соответствовать значение $R_s=0,1$.

С другой стороны, в соответствии с принятыми обозначениями $R_s = 2S'R'_v = 2R'_v/\bar{d}^2$. Отсюда находим относительный диаметр горла $\bar{d}$, определяющий при этом его минимально возможное значение:

$$\bar{d}_{\min} = \sqrt[3]{2\bar{R}_v \bar{l} / (R_s)}. \quad (18)$$

Входящую сюда величину $\bar{R}_v$, определяемую вязким трением, следуя [21], можно представить в виде

$$R'_v = \frac{2l}{c_0 d_0} \sqrt{2\gamma v \omega} = \bar{R}_v l / d_0 = \bar{R}_v \bar{l} / \bar{d}, \quad (19)$$

где γ – показатель адиабаты; v – кинематическая вязкость.

Заметим, что для воздуха $\gamma=1,4$ и $v=1,5 \cdot 10^{-5}$ м²/с. Поэтому, если в (19) перейти от круговой к циклической резонансной частоте $f_0 = \omega_0/(2\pi)$, то получим, что входящий в (18) параметр $\bar{R}_v \approx \sqrt{f_0} \cdot 10^{-4}$.

Итак, формула (18) позволяет найти нижнюю границу допустимых значений диаметра горла резонатора. Но, в принципе, это граничное значение может выбираться и из других соображений. Например, в системах выпуска автомобилей с практической точки зрения целесообразно ограничивать минимальный размер диаметра d_0 значениями порядка 2...3 мм.

На рис. 4 представлены графические зависимости параметра $\bar{d}_{\min}$ от относительной длины горла $\bar{l}$ и частоты f_0 , которые показывают, что при небольших значениях $\bar{l}$ параметр $\bar{d}_{\min}$ изменяется в пределах от 0,05 до 0,1. Увеличение относительной длины $\bar{l}$ дает значения $\bar{d}_{\min}$ близкие к единице, что не всегда может быть реализовано на практике.

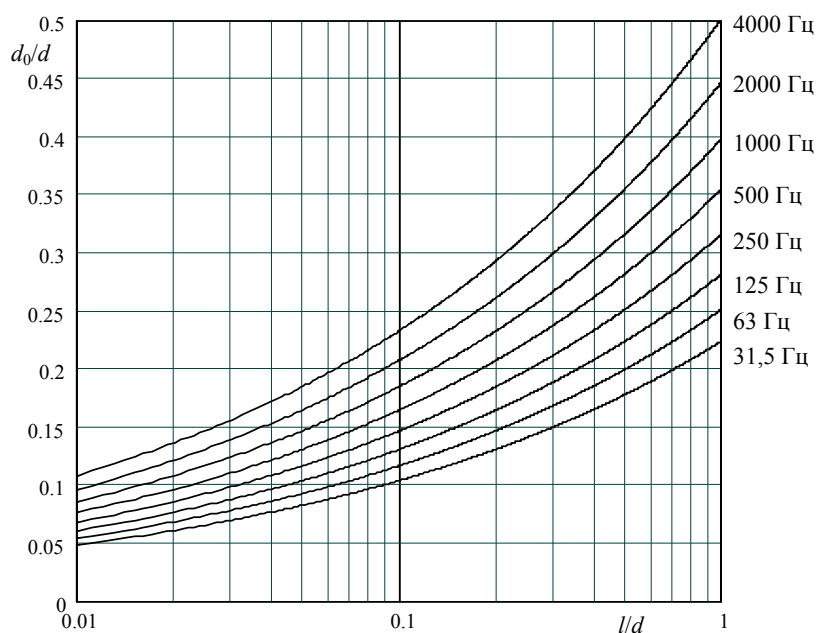


Рис. 4. Зависимость относительного диаметра горла от его относительной длины для различных значений собственной частоты резонатора

Кроме того, из представленных данных следует, что увеличение длины горла $\bar{l}$ приводит, как отмечалось выше, к уменьшению ширины полосы резонансной кривой. И с этой точки зрения необходимо, по возможности, ограничиваться минимальной длиной горла, принимая ее, например, равной толщине стенки канала, что будет соответствовать значениям $\bar{l}$ порядка 0,02. Если при этом выбрать значение параметра $\bar{d}_{\min} > 0,1$, то тогда трение в горле резонатора будет снижать потери передачи на резонансе в допустимых пределах практически в независимости от собственной частоты резонатора.

Конечно, для увеличения ширины полосы диаметр $\bar{d}$ желательно делать как можно большим. Основными ограничивающими факторами здесь является конструктивные соображения, связанные с возможностью реализации такого размера отверстия для данной конфигурации канала, а также возможные ограничения на объем резонатора, что приводит к соответствующим ограничениям на ширину полосы и, как следствие, на диаметр горла.

Когда относительный диаметр горла $\bar{d}$ и связанный с ним параметр $\Delta\mu$ установлены, тогда из (12) можно получить необходимый относительный объем резонатора и, таким образом, конфигурация резонатора Гельмгольца, удовлетворяющая исходным данным, оказывается полностью определенной.

Заметим, что если диаметр $\bar{d}$ принять равным $\bar{d}_{\min}$ и определить соответствующий этому диаметру ширину полосы $\Delta\mu$, а затем и объем $\bar{V}$, то полученное значение $\bar{V}$ будет определять минимально возможный объем резонатора Гельмгольца с принятыми исходными данными.

Если в качестве исходных данных задаются собственная частота резонатора и его объем, то по формуле (12) можно определить соответствующую этим условиям ширину полосы резонансной кри-

вой, а затем по формуле (13) найти и диаметр горла резонатора. При этом надо иметь в виду, что для данной частоты заданный объем резонатора должен превышать минимально возможный.

Для примера рассмотрим процедуру выбора параметров для резонатора Гельмгольца с собственной частотой 100 Гц, устанавливаемого в канале диаметром 100 мм и толщиной стенки 2 мм. Этим условиям соответствует безразмерная собственная частота $\mu_0 = 0,03$. Если принять длину горла резонатора равной толщине стенки канала, получим $\bar{l} = 0,02$.

Когда во главу угла ставится задача обеспечения большой ширины полосы резонансной кривой $\Delta\mu$, то требуется и большие значения относительного диаметра горла $\bar{d}$. Так, принимая $\bar{d} = 0,3$ ($d_0 = 30$ мм), получим в соответствии с рис. 3 ширину полосы $\Delta\mu = 0,03$. Это соответствует относительной ширине полосы $\Delta\Omega = \Delta\mu/\mu_0 = 1$, что больше относительной ширины октавной полосы. При этом, согласно (12), относительный объем резонатора $\bar{V} = \Delta\mu/\mu_0^2 \approx 33$. Кроме того, с помощью формулы (7) можно оценить для этого случая и потери передачи системы на резонансе TL_0 . Для данной частоты, согласно (19), входящий в эту формулу параметр $R_s \approx 3,7 \cdot 10^{-5} / \bar{d}^3 \approx 10^{-3}$, так что в соответствии с (7) потери передачи $TL_0 \approx 60$ дБ.

Наоборот, если стоит задача подбора резонатора Гельмгольца с минимально возможным объемом, обеспечивающим потери передачи на резонансе порядка 20 дБ, то для наших исходных данных из графиков на рис. 4 находим $\bar{d}_{\min} \approx 0,07$ ($d_0 = 7$ мм), что согласно рис. 3 дает $\Delta\mu = 0,005$. Отсюда получим $\Delta\Omega \approx 0,17$, что несколько уже третьоктавной полосы частот. Но здесь и относительный объем резонатора, как минимально возможный, будет значительно меньше, $\bar{V} \approx 6$.

Таким образом, в данной работе показано, что для рассмотренной системы ширина полосы резонансной кривой, в отличие от относительной ширины полосы, определяется только параметрами горла и не зависит от объема резонатора, который будет влиять только на собственную частоту резонатора. Этот параметр, наряду с собственной частотой резонатора, следует использовать как исходный. В качестве еще одного исходного параметра следует принять значение потерь передачи системы на резонансе. При этом оказывается, что длину горла резонатора всегда следует брать как можно меньшей, например, равной толщине стенки канала. Кроме того, для рассматриваемой системы может быть определен минимально возможный объем резонатора, удовлетворяющий установленным исходным данным.

Рассмотренный подход позволяет достичь однозначности в выборе геометрических параметров резонатора Гельмгольца, обеспечивающих требуемые характеристики заглушения шума.

Автор выражает признательность М.А. Миронову за оказанное настоящей работе внимание и за ряд ценных советов и замечаний, высказанных в ходе обсуждения полученных результатов.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Ingard U.* On the theory and design of acoustic resonators // J. Acoust. Soc. Am. 1953. V. 25, № 6. P. 1037–1061.
2. *Davis D.D., Stokes G.M., Moor D., Stevens G.L.* Theoretical and experimental investigation of mufflers with comments on engine exhaust muffler design // NASA. Rep. № 1192. 1954. – 48 p.
3. *Alster M.* Improved calculation of resonant frequencies of Helmholtz resonator // J. Sound Vib. 1972. – V. 24, № 1. P. 63–85.
4. *Tang P.K., Sirignano W.A.* Theory of generalized Helmholtz resonator // J. Sound Vib. – 1973. V. 26, № 2. P. 247–262.
5. *Panton R.L., Miller J.M.* Resonant frequencies of cylindrical Helmholtz resonators // J. Acoust. Soc. Am. 1975. V. 57, № 6. P. 1533–1535.
6. *Лапин А.Д.* Звукоизоляция в волноводах // Акуст. журн. 1975. Т. 21, № 3. С. 337–350.
7. *Руденко О.В., Хирных К.Л.* Модель резонатора Гельмгольца для поглощения интенсивного звука // Акуст. журн. 1990. Т. 36, № 3. С. 527–534.
8. *Chanaud R.C.* Effect of geometry on the resonance frequency of Helmholtz resonators // J. Sound Vib. 1994. V. 178, № 3. P. 337–348.
9. *Selamet A., Dickey N.S., Novak J.M.* Theoretical, computational and experimental investigation of Helmholtz resonators with fixed volume: lumped versus distributed analysis // J. Sound Vib. 1995. V. 187, № 2. P. 358–367.
10. *Dickey N.S., Selamet A.* Helmholtz resonators: one-dimensional limit for small cavity length-to-diameter ratios // J. Sound Vib. 1996. V. 195, № 3. P. 512–517.

11. *Selamet A., Radovich P.M., Dickey N.S., Novak J.M.* Circular concentric Helmholtz resonator // J. Acoust. Soc. Am. 1997. V. 101, № 1. P. 41–51.
12. *Chanaud R.C.* Effect of geometry on the resonance frequency of Helmholtz resonators, part II // J. Sound Vib. 1997. V. 204, № 5. P. 829–834.
13. *Лапин А.Д.* Сечения рассеяния и поглощения резонатора Гельмгольца в многомодовом волноводе // Акуст. журн. 1999. Т. 45, № 3. С. 376–379.
14. *Баженов Д.В., Баженова Л.А., Римский-Корсаков А.В.* Глушитель шума в виде резонатора Гельмгольца на выходе воздуховода конечной длины // Акустич. журн. 2000. Т. 46, № 3. С. 306–311.
15. *Selamet A., Ji Z.L.* Circular asymmetric Helmholtz resonators // J. Acoust. Soc. Am. 2000. V. 107, № 5. P. 2360–2369.
16. *Selamet A., Lee I.-J.* Helmholtz resonator with extended neck // J. Acoust. Soc. Am. 2003. V. 113, № 4, pt. 1. P. 1975–1985.
17. *Selamet A., Xu M.B., Lee I.-J., Huff N.T.* Helmholtz resonator lined with absorbing material // J. Acoust. Soc. Am. 2005. V. 117, № 2. P. 725–733.
18. *Tang S.R.* On Helmholtz resonators with tapered necks // J. Sound Vib. 2005. V. 279, № 5. P. 1085–1096.
19. *Ржевкин С.Н.* Курс лекций по теории звука. – М.: Изд-во МГУ, 1960. – 336 с.
20. *Комкин А.И.* Оптимизация реактивных глушителей шума // Акуст. журн. 2010. Т. 56, № 3. С. 373–379.
21. *Крендалл И.Б.* Акустика. М.: КомКнига, 2007. – 168 с.