

Human Time-Frequency Acuity Beats the Fourier Uncertainty Principle

Jacob N. Oppenheim and Marcelo O. Magnasco*

Laboratory of Mathematical Physics, Rockefeller University, New York, New York 10065

[*magnasco@rockefeller.edu](mailto:magnasco@rockefeller.edu)

Physical Review Letters 2013, v.110, p. #04301

Статья поступила 24 авг. 2012, испр. вариант 13 ноября 2012,
опубликована 23 янв. 2013 г.

Частотно-временная чувствительность слуха человека превосходит принцип неопределенности Фурье

Перевод С.В.Гапоненко

Частотно-временной принцип неопределенности утверждает, что произведение временной и частотной протяженностей сигнала не может быть меньше $1/(4\pi)$. Мы исследуем способность человека одновременно определять частоту и временное положение звука. Участники наших тестов часто превосходили принцип неопределенности, иногда более чем в 10 раз, в основном, благодаря замечательной временной чувствительности. Наши результаты устанавливают нижнюю границу нелинейности и сложности алгоритмов, применяемых нашим мозгом для анализа коротких (импульсных) звуков, исключают простые модели типа «линейный фильтр» для описания первичной обработки звуковых сигналов (слуховым аппаратом) и указывают, что временная чувствительность играет центральную роль в обработке звуковых образов.

Преобразование Фурье обращает сигналы «изнутри наружу» в том смысле, что низкие частоты определяют, что произойдет на больших временах, тогда как высокие частоты создают тонкие временные детали. Это свойство демонстрируется теоремой неопределенности Фурье, которая утверждает, что, если рассматривать квадрат абсолютной величины сигнала $x(t)$ как распределение вероятности во времени

$$P(t) = \frac{|x(t)|^2}{\int_{-\infty}^{\infty} |x(t')|^2 dt'} \quad (1)$$

и квадрат абсолютного значения его Фурье-преобразования $\tilde{x}(f)$ как распределение по частоте

$$P(f) = \frac{|\tilde{x}(f)|^2}{\int_{-\infty}^{\infty} |\tilde{x}(f')|^2 df'} \quad (2)$$

то произведение стандартных отклонений

$$\Delta t = \sqrt{\text{var}(t)} \quad \text{and} \quad \Delta f = \sqrt{\text{var}(f)} \quad (3)$$

ограничено снизу [1]

$$\Delta t \Delta f \geq \frac{1}{4\pi} \quad (4)$$

Из этого делается вывод, что короткие сигналы требуют для своего представления много частот.

Эта теорема относится к исходному сигналу и его Фурье-преобразованию. При частотно-временном анализе стараются описать сигнал на двумерной плоскости «время—частота» подобно тому, как в музыке, где время является горизонтальной осью, а частота – вертикальной осью.

Так принцип неопределенности приводит к пределу Габора [1,2]. Это рассмотрение подчеркивает, что неопределенности являются свойством самого преобразования, а не сигнала. В частотно-временном анализе доказано, что *линейные операторы не могут выйти за границу неопределенности* [2]. Нелинейность сама по себе не улучшает слуховую чувствительность и, действительно, большинство нелинейностей – это просто искажения, вредные для восприятия звука. Однако в соответствии с вышеуказанной теоремой любой тщательный анализ, который способен «преодолеть» этот предел, должен быть существенно нелинейным. Например, точная информация о частоте может быть получена для синусоидальной волны путем измерения времени между двумя соседними нулями волны, т.е. явно нелинейной операции. Нелинейные распределения можно классифицировать в виде семейств в соответствии с их степенью нелинейности или зависимостью от истории, таких как квадратические (класс Кохена) распределения наподобие распределений Вигнера—Вилля [3] и Чои—Вильямса [4], и распределения более высокого порядка, такие, как многоконусные спектральные производные [5,6], распределение Гильберта—Хуанга [7] и модифицированные спектрограммы [8—12]. Чтобы понять их отличия, надо четко различать разрешение и точность. Разрешение относится к нашей способности различить два объекта, а точность относится к нашей способности следить за параметрами одного объекта. Такое разграничение хорошо определено в оптике, где известно, что длина световой волны ограничивает разрешение: два шарика не могут быть восприняты как отдельные объекты в микроскопе, если они ближе друг к другу, чем длина волны. Точность не ограничена, так как одна частица может быть отслежена с нанометровой точностью. Все указанные выше распределения достигают большей точности, чем предел Габора, в применении к компонентам отдельного сигнала, но дают противоречивые (неоднозначные, нечеткие) результаты, если два сигнала ближе друг к другу, чем огибающая неопределенности. Наш экспериментальный тест предназначен для прямого измерения точности, а не разрешения.

Ключевая цель неврологии состоит в установлении алгоритмов, с помощью которых мозг обрабатывает информацию, получаемую органами чувств. Психофизика, устанавливая жесткие связи, существующие при выполнении функций органами чувств, может исключать целые группы алгоритмов восприятия как возможных кандидатов, если они не могут достичь ожидаемой чувствительности (эффективности, совершенства) [13,14].

Мы покажем ниже, что человек может различать лучше, а иногда намного лучше, чем ограничения неопределенности. Это категорически исключает из рассмотрения любые операторы первого порядка, такие как стандартные сонограммы (анализ распределения интенсивности по частоте), и накладывает жесткое ограничение на выбор возможного алгоритма для описания звуковосприятия, демонстрируя, что нелинейности в улитке уха существенны для точного звуковосприятия (точной обработки звуковой информации).

Наши результаты относятся и к научной, и к технической областям (напр., [15]), поскольку многие серьезные модели обработки звука подразумевают, что первичные шаги в звуковой информации гомологичны набору линейных фильтров [16,17]. Некоторые исследователи используют метод обратной корреляции или проецируют слуховые сигналы на базис более «естественных» фильтров, чем разложение Фурье. Во многих применениях, таких как распознавание речи или сжатие аудиоданных (напр., MP3 [18]), первая стадия вычислений состоит в генерировании из источника отрезков (фрагментов) звуковой сонограммы, которые становятся входными для последующих стадий. Наши данные показывают, что это -- не точное (неверное) описание первичных стадий в слуховом преобразовании и обработке, которые (стадии), как оказывается, сохраняют намного более точную информацию о временных и фазовых компонентах звука [12,19,20], чем об их интенсивности.

Мы будем тщательно разделять физические признаки (параметры) тестового сигнала и аналогичные физиологические значения (величины). Наиболее значимым (адекватным, подходящим) будет различие между Δt и Δf – физическими неопределенностями, задаваемыми выражениями (1,2), с одной стороны, и δt и δf – физиологическими порогами распознавания (разрешения), с другой стороны. Было бы тривиальным нарушить теорему путем использования неверного определения (дефиниции) δt и δf или неверной оценки границы. Пороги чувствительности задаются как стандартные отклонения, таким образом, действительное значение непосредственно сопоставимо с эквивалентным физическим атрибутом. В литературе принято определять пороги чувствительности через парадигму «совпадает—различается». По причинам, указанным ниже, но, в частности, из-за того, что подход «совпадает—различается» отличается от определения стандартного отклонения физических Δt и Δf , мы дадим операциональное определение δt и δf через двух-альтернативный принудительный выбор выше или ниже парадигмы (иллюстрируется в правой части рис. 2), затем найдем максимальную вероятность измеренной чувствительности по отношению к психометрическому графику в виде функции ошибки. Стандартное отклонение в этой функции ошибки и есть наш порог чувствительности.

Мы делаем испытания для обоих порогов одновременно, как показано на рис. 1. Рис. 2 показывает, как мы увеличиваем трудность и извлекаем пороги восприятия. Предыдущие исследования в этой области (напр., [22—24]) всегда сопоставляли измерения порогов чувствительности для различения частоты δf и физической временной длительности звуковых пакетов Δt . Это неадекватно для наших целей по двум причинам. Во-первых, в этом случае величины в неравенстве рассматриваются неодинаково, что противоречит духу принципа неопределенности. Во-вторых, при этом нельзя проверить способность человека в важном и экологически существенном вопросе временной чувствительности слуха.

Мы используем два тестовых сигнала [21]. Первый – это гауссовый пакет, для которого $4\pi\Delta t\Delta f = 1$, достигая границы в теореме. Наши опыты показывают, что многие участники теста имеют пределы чувствительности, удовлетворяющие соотношению $4\pi\delta t\delta f \ll 1$. Для большинства участников теста общее повышение чувствительности идет за счет существенного повышения временной точности. Один из наших участников, **ar4tl** при тестировании нотами с $\Delta t = 35$ мс достиг порога $\delta t = 3$ мс, в то время как чувствительность по частоте была понижена, $\delta f > \Delta f$. В качестве второго теста мы использовали волновой пакет с огибающей, похожей на ноту¹, с быстрым нарастанием и медленным экспоненциальным затуханием. Такие огибающие являются суб-оптимальными по отношению к принципу неопределенности, имея произведение $4\pi\Delta t\Delta f > 1$. В нашем случае было $4\pi\Delta t\Delta f = 5,7079$. Однако чувствительность наших участников теста к таким пакетам была так же хороша, если даже не лучше, чем для гауссового пакета, помогая понять первичную обработку сигнала слуховым аппаратом.

¹ Имеется в виду, видимо, сигнал, похожий на музыкальный звук, с основной частотой, соответствующей одной из ступеней (нот) музыкального звукоряда (*прим. перев.*).

ис. 1. Тестовый сигнал и задание для участников. В нашем последнем задании пяти участникам предлагают различить одновременно, имеет ли тестовая нота (красный цвет) частоту выше или ниже, чем ведущая нота (зеленый цвет), и появляется ли тестовая нота ранее или позднее высокой ноты (голубой). Для каждого этапа задачи генерируются два числа (Dt и Df) и записываются два булевых отклика (право-лево, верх-низ). Задания 1—4 приводят к этому конечному заданию: задание 1 – только частота (использует две ноты), задание 2 – только временное, задание 3 – только частотное, но с высокой нотой (голубой цвет) в качестве отвлекающего сигнала, и задание 4 – только временное, но с ведущей нотой (зеленый цвет) в качестве отвлекающего звука.

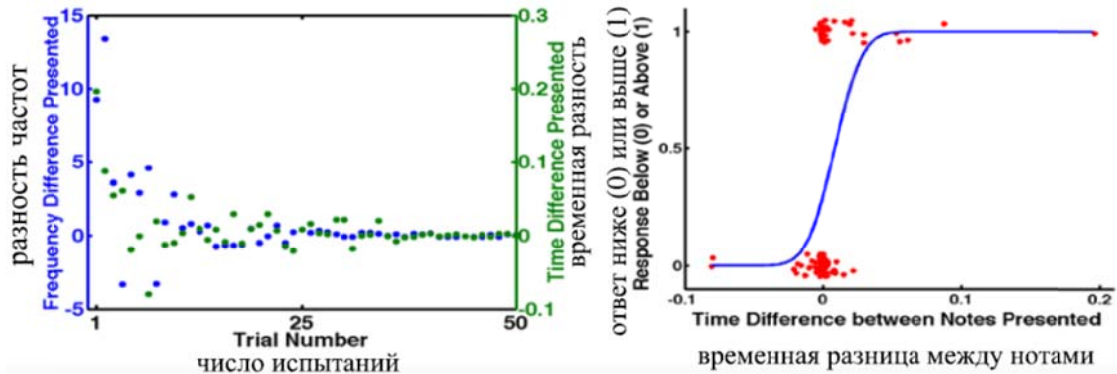
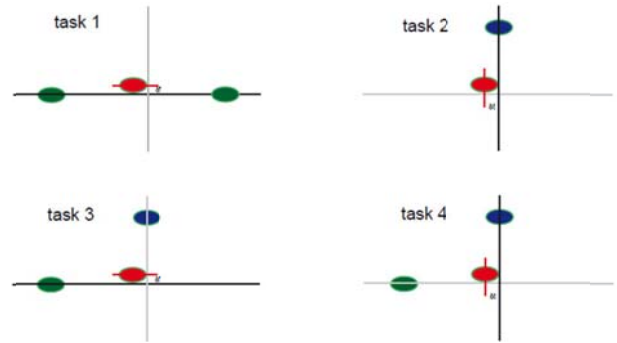
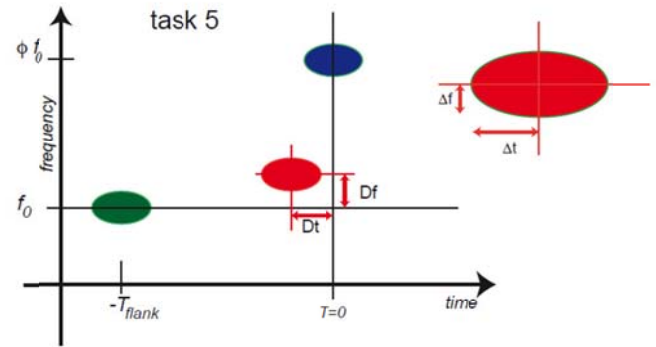


Рис.2. (А) Стратегия измерений. При выполнении задания 5 числа Df и Dt изображаются как гауссовы случайные числа с дисперсиями pref и multf . Чем меньше значения дисперсии, тем труднее задание. Значения дисперсий независимо задаются с помощью 2D1U (два вниз, один вверх) процедуры: когда два ответа в ряду правильны, дисперсию уменьшают и задачу делают более трудной; при каждом неверном ответе дисперсию увеличивают. Эта процедура доводится до режима запросов, когда испытуемый делает частые ошибки, но менее 50%. Данные приведены для участника *qr3zb* [21]. (В) Определение данных. Мы показываем красным ответы участника *qr3zb*; горизонтальная ось – это Dt , вертикальная ось – это 0 (до) или 1 (после); мы немного сместили данные на случайные величины от нуля до 1, чтобы лучше была видна плотность точек для каждого данного Dt . Голубым показана психометрическая кривая, которая соответствует правдоподобным данным. Процедура, описанная в 1(b), сводилась к тестам высокой плотности вокруг 0, охватывая наиболее крутой участок психометрической кривой.

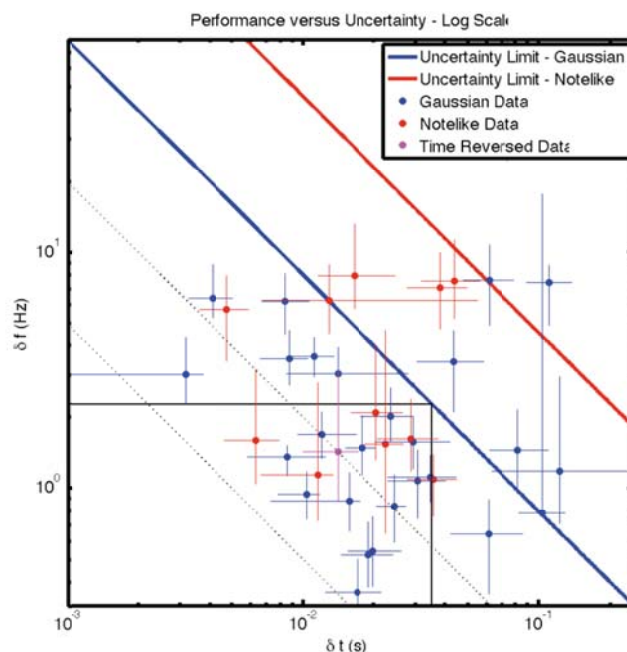


Рис. 3. Обобщение основных результатов: чувствительность к изменению частоты и чувствительность к временному сдвигу для каждого теста. Каждая круглая точка – результат выполнения полного задания 5 одним участником в один день (не менее 100 измерений). Всего было 12 участников и 26 индивидуальных сессий для гауссовых сигналов и 12 сессий для «нотных» тестов. Голубой цвет соответствует гауссовым пакетам, а красный – «нотным» сигналам. Две сплошные линии соответствуют случаю $\delta t \delta f = \Delta t \Delta f$. Любая точка ниже этих линий нарушает соответствующее соотношение неопределенностей. Величины ошибки были получены путем генерации 1000 «загрузок» из первичных данных и построения квантилей 25%–75%.² Первичные данные содержатся в приложении (табл. 1).

Результаты задачи 5 обобщены на рис.3 и доступны в [21]. Каждая точка соответствует одновременному измерению порога чувствительности, как отмечалось выше. Некоторые участники теста подвергались нескольким различным тестированиям, но никогда в течение одной и той же недели. Два крайних случая достойны подробного обсуждения. Самая нижняя голубая точка в центре нижней части графика показывает самое большое нарушение принципа в наших записях -- в 13 раз. Участник **qr3zb** показал в равной мере сильное повышение восприятия и по частоте, и по временной чувствительности. Поэтому данные измерений находятся ниже и левее физических величин Δt , Δf для гауссового сигнала (показано черными линиями). Этот участник теста – профессиональный музыкант. Вторая точка, заслуживающая внимания – самая левая в центральной части, от участника **ar4tl**. Это -- минимальное значение порога временной чувствительности δt в наших записях. При 3 мс участник теста мог различить относительную синхронизацию двух нот в 13 раз лучше, чем их ширины, при этом важно отметить, что интервал 3 мс лишь чуть-чуть превышает один период тестовой ноты (2,27 мс)³. Однако, этот участник не мог оценить частоту лучше, чем ее физическая протяженность, которая показана точкой выше черной линии, показывающей Δf для гауссианов, так что в целом это измерение «преодолевает» принцип неопределенности только в 10 раз. Этот участник – электронный музыкант, выполняющий микрокомпозицию и точное редактирование звука.

² Квантиль (четверть) в статистике - одна из четырёх неперекрывающихся равных частей некоторого набора данных (25, 50, 75 и 100% некоторого значимого параметра). Напр., фраза "в третьей четверти по доходу" означает уровень дохода от 50% до 75% среднего дохода некоторой группы компаний (*прим. перев.*).

³ Период $T=2,27$ мс соответствует частоте $f=1/T=440,5$ Гц – это нота «ля» первой октавы, используемая обычно в стандартных камертонах (*прим. перев.*).

Теперь посмотрим, на что указывают эти данные. *Во-первых*, даже хотя произведение неопределенностей для «нотоподобного» пакета существенно выше минимума, участники, по-видимому, могут их распознавать так же хорошо, как и гауссов пакет, приводя в результате к двум измерениям (красная точка внизу графика и красная точка на черной горизонтальной линии), которые превосходят относительную неопределенность в 50 раз (имеем примерно $\delta t \delta f = (1/50) \Delta t \Delta f$), а абсолютную неопределенность – в 10 раз (имеем примерно $4\pi \delta t \delta f = 1/10$). Поэтому можно сделать вывод, что *большее произведение неопределенности тестовой ноты не обязательно влияет на порог чувствительности участников теста*. *Во-вторых*, для гауссовых данных (голубой цвет) график показывает несколько различных стратегий, которые применяют участники для различения (воспринимаемых сигналов) с приличным распределением: те, кто не достигает физических пределов ни в одном из измерений (1), затем те, кто имеет лучшее частотное, но худшее временное различение (4), далее те, кто лучше различает по времени, но хуже по частоте (10), и наконец, те, кто имеет лучшую чувствительность различения и по времени, и по частоте, чем физические значения (8). Хотя число измерений в каждой категории определенно выявляет присутствующую предвзятость в отборе участников тестирования, наличие многих стратегий представляется надежно установленным. Присутствует, однако, заметный сдвиг «облака» результатов влево от контрольных нот, поэтому мы видим, что в среднем участники теста демонстрируют временную чувствительность в два раза лучше физической величины: 80% данных для гауссовых сигналов и 100% данных для «нотных» сигналов лежат в полуплоскости $\delta t < \Delta t$.

Важно подчеркнуть, в чем состоит трудность задачи. Наши предварительные тесты включали немусыкантов, которые по чувствительности были близки к музыкантам в задачах 1 и 2 (раздельная временная и частотная острота слуха), но для которых задачи 3 и 4 оказались сложными, тогда как музыканты, натренированные для игры в ансамблях, находили эти задачи легкими.

Далее, мы установили, что композиторы и дирижеры достигают наилучших результатов в задаче 5, превосходя принцип неопределенности в 2 и более раз, тогда как исполнители превосходили его всего на несколько процентов. После опроса участников оказалось, что необходимость слышать многоголосую музыку (и по частоте, и по времени) в голове человека и обучение других делать это приводят к улучшенной чувствительности для дирижеров и композиторов.

В прошлом столетии несколько слуховых эффектов, таких как остаточная высота звука и потерянные основные гармоники, указали на то, что традиционный взгляд на слуховой процесс как на разновидность спектрального анализа должен быть пересмотрен. В 1951 г. Licklider [25] заложил основу для временных теорий восприятия высоты звука с использованием детальной конфигурации (карты, узора) потенциалов слухового нерва [26,28] в противоположность спектральным теориям и теориям, в которых оценивается общая амплитуда конфигурации активности (слухового нерва?) без детального анализа фазовой информации. В прорывных статьях Ronken [22] и Moore [23] сообщалось о нарушениях произведений, похожих на соотношение неопределенностей, и указывалось, что они свидетельствуют в пользу временных моделей. Однако это направление исследований встретило четыре препятствия: отсутствие (в то время) доступных сегодня формальных основ частотно-временных распределений, концентрацией внимания только на распознавании (различении) частот, техническими трудностями генерации тестовых сигналов, и наконец, недостаточным пониманием динамики улитки, так как активные процессы в улитке еще не были обнаружены. Возможно по этим причинам эта прорывная работа в целом не получила распространения в научном сообществе и, как следствие, сегодня большинство средств и инструментов анализа и обработки звука продолжают использовать модели, основанные на спектральных теориях. Мы считаем, что пришло время вернуться к этой проблеме.

Мы выполнили первый прямой психоакустический тест принципа неопределенности Фурье применительно к слуху человека путем измерения способности одновременно различать

звуки по частоте и по времени. Наши данные показывают, что люди часто преодолевают ограничение, предписываемое теоремой неопределенности, более чем в 10 раз. Это иногда достигается увеличением остроты слуха по частоте, но, в основном, увеличенной оказывается временная чувствительность, она же определяет и указанное превышение над ограничением соотношения неопределенностей. Далее, наши данные показывают, что острота человеческого слуха одинаково хороша для нотоподобных звуков и для гауссианов, даже хотя теоретически произведение неопределенностей в первом случае увеличено. Наши исследования прямо исключают многие простые модели ранней обработки звуковых сигналов (слуховым аппаратом), которые часто используются как исходные для стадий более высокого порядка в моделях высшей слуховой функции. Из многообразия изученных моделей частотно-временных распределений и обработки звуков лишь немногие имеют шанс одновременно соответствовать эффективности человека и быть с большой вероятностью осуществимы в нервной системе органов слуха (напр., [6, 7, 12, 28]), при этом надо отметить, что метод переадресации имеет наилучшую сравнительную временную чувствительность. Выявление механизма, лежащего в основе нашей слуховой гиперчувствительности, может иметь широкие приложения, как в областях, где важно соответствовать чувствительности человека, напр., распознавание речи, так и в более отдаленных, как радар, сонар и радиоастрономия.

Мы признательны Mayte Suarez-Farinas и Maurizio Pellegrino за консультации по алгоритмам и психофизике и Tim Gardner за полезные дискуссии. Работа частично поддержана грантом EF-0928723 Национального научного фонда (США).

- [1] D. Gabor, *Nature* 159, 591 (1947).
- [2] L. Cohen, *Time-frequency analysis* (Prentice Hall PTR, Englewood Cliffs, N.J., 1995).
- [3] E. P. Wigner, *Physical Review* 40, 749 (1932).
- [4] H. I. Choi and W. J. Williams, *Ieee Transactions on Acoustics Speech and Signal Processing* 37, 862 (1989).
- [5] D. J. Thomson, *Proceedings of the IEEE* 70, 1055 (1982).
- [6] O. Tchernichovski, F. Nottebohm, C. E. Ho, B. Pesaran, and P. P. Mitra, *Animal Behaviour* 59, 1167 (2000).
- [7] N. E. Huang, Z. Shen, S. R. Long, M. L. C. Wu, H. H. Shih, Q. N. Zheng, N. C. Yen, C. C. Tung, and H. H. Liu, *Proceedings of the Royal Society of London Series a-Mathematical Physical and Engineering Sciences* 454, 903 (1998).
- [8] K. Kodera, R. Gendrin, and C. D. Villedary, *IEEE Transactions on Acoustics Speech and Signal Processing* 26, 64 (1978).
- [9] F. Auger and P. Flandrin, *ICASSP-94 - Proceedings*, Vol 4, pp. 317-320 (1994).
- [10] E. Chassan de Mottin, I. Daubechies, F. Auger, and P. Flandrin, *IEEE Signal Processing Letters* 4, 293 (1997).
- [11] S. A. Fulop and K. Fitz, *Journal of the Acoustical Society of America* 119, 360 (2006).
- [12] T. J. Gardner and M. O. Magnasco, *Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America* 103, 6094 (2006).
- [13] H. Fastl and E. Zwicker, *Psychoacoustics : facts and models*, Springer series in information sciences, (Springer, Berlin; New York, 2007), 3rd ed.
- [14] G. A. Gescheider, *Psychophysics : the fundamentals* (L. Erlbaum Associates, Mahwah, N.J., 1997), 3rd ed.
- [15] F. Le Chevalier, *Principles of radar and sonar signal processing*, Artech House radar library (Artech House, Boston, 2002).
- [16] R. D. Patterson, K. Robinson, J. Holdsworth, D. Mckleown, C. Zhang, M. Allerhand, Decheveigne, and G. Langner, *Auditory Physiology and Perception* 83, 429 (1992).
- [17] V. Hohmann, *Acta Acustica United with Acustica* 88, 433 (2002).
- [18] M. Bosi and R. E. Goldberg, *Introduction to digital audio coding and standards*, The Kluwer international series in engineering and computer science (Kluwer Academic Publishers, Boston, 2003).
- [19] E. Covey and J. H. Casseday, *Annual Review of Physiology* 61, 457 (1999).
- [20] M. Elhilali, J. B. Fritz, D. J. Klein, J. Z. Simon, and S. A. Shamma, *Journal of Neuroscience* 24, 1159 (2004).
- [21] See Supplemental Material at [URL will be inserted by publisher] for testing procedures and parameters, fitted data, controls, and discussion of performance at other parameter values.
- [22] D. A. Ronken, *Journal of the Acoustical Society of America* 49, 1232 (1971).
- [23] B. C. J. Moore, *Journal of the Acoustical Society of America* 54, 610 (1973).
- [24] D. A. Nelson, M. E. Stanton, and R. L. Freyman, *Journal of the Acoustical Society of America* 73, 2117 (1983).
- [25] J. C. R. Licklider, *Journal of the Acoustical Society of America* 23, 147 (1951).
- [26] A. de Cheveigne, *Pitch perception models* (Springer, New York, 2005), Springer handbook of auditory research v 24.
- [27] E. C. Smith and M. S. Lewicki, *Nature* 439, 978 (2006).
- [28] M. Heinz, H. Colburn, and L. Carney, *Neural Computation* 13, 2273 (2001).

Supplementary Information for Human Time-Frequency Acuity Beats the Fourier Uncertainty Principle

Jacob N. Oppenheim and Marcelo O. Magnasco*
Laboratory of Mathematical Physics, Rockefeller University, New York, New York 10065
(Dated: November 14, 2012)

Дополнительная информация к статье Частотно-временная чувствительность слуха человека превосходит принцип неопределенности Фурье

Human Time-Frequency Acuity Beats the Fourier Uncertainty Principle

Jacob N. Oppenheim and Marcelo O. Magnasco*

Laboratory of Mathematical Physics, Rockefeller University, New York, New York 10065
[*magnasco@rockefeller.edu](mailto:magnasco@rockefeller.edu)

Physical Review Letters 2013, v.110, p. #04301

Неопределенность и ее определение

Если считать эти стандартные отклонения «неопределенностями», возникает концептуальная путаница. Это связано с тем, что «неопределенность» может быть описательной в квантовой механике, где P – это действительно распределения неопределенностей, однако это понятие оказывается неадекватным для описания заданного сигнала. В попытках объяснить качественно обратное соотношение между Δt и Δf многие учебники смешивают размер (протяженность) со стандартным отклонением [1,2], что приводит к значительной количественной путанице. Для пакета с прямоугольной огибающей шириной W имеет место $\Delta t = W / \sqrt{12}$ т.е. менее одной трети ширины. В случае пакета с гауссовой огибающей со стандартным отклонением σ стандартное отклонение, задаваемое соотношением (1), совпадает с отклонением для квадрата огибающей, поэтому $\Delta t = \sigma / \sqrt{2}$, и если полная ширина огибающей на середине высоты равна W , то $\Delta t = W / 4\sqrt{\ln 2}$. Другие понятия, введенные в литературе, включают длительность (и соответственно, ширину полосы) сигнала как интервал во времени (соответственно, и по частоте), в котором содержится определенная доля энергии сигнала. Такие определения приводят к концептуально различным соотношениям между длительностью и шириной полосы с численно различными пределами (ограничениями). Наконец, квантовомеханическая версия принципа сформулирована в терминах круговой частоты $\omega = 2\pi f$, а в некоторых учебниках ошибочно пишут $\Delta t \Delta f \geq 1/2$. Таким образом, несмотря на признаваемую важность этого соотношения, публикации в литературе часто неточны по отношению к точному значению ограничения и к определению неопределенностей (временной и частотной протяженностей). Для нашего исследования совершенно очевидна важность аккуратного определения численных значений, чтобы избежать ложных «нарушений» из-за неверного вычисления численных значений ограничения [2,3]. Среди предыдущих исследований, в которых сопоставлялось чувственное δf с физическим Δt , отметим работу [4], где проверялось обратное соотношение этих величин. Однако Ronken давал определение Δt и Δf как длительность и ширина полосы, соответственно, необходимые для переноса определенной доли энергии сигнала, и хотя эти величины демонстрируют обратную корреляцию, что использовано в более поздних работах (см. ссылку на работу Hartmann в [2]), они не являются неопределенностями в теореме.

Хотя исследования улитки продемонстрировали многочисленные нелинейности в преобразовании и, действительно, само «оцифровывание» слуховой информации из аналогового сигнала в набор пиков является по своей сущности нелинейным, остается не ясным, улучшают ли эти нелинейности слуховое восприятие за пределами ограничения Фурье, являются компенсаторными или вредными. Поскольку любой нелинейный компонент, помещенный в слуховую систему, скорее ухудшит точность по сравнению с точностью абсолютно линейной системы, естественно поставить вопрос, являются ли такие нелинейности «особенностью» или «дефектом».

Описание эксперимента

Участники тестов

Наши исследования были согласованы IRB по протоколу Rockefeller University MAG-0694. Мы привлекли людей с хорошей музыкальной тренировкой, поскольку предварительные тесты показали, что участники с хорошей музыкальной подготовкой обладают лучшей чувствительностью слуха и легче выполняют задачи на проверку слуха. Лучшими оказались студенты, обучающиеся композиторству и дирижерству. Наше исследование – не исследование параметров населения, и мы не претендуем на то, что наши участники представляют случайную выборку. Всего участвовали в тестах 12 человек, все с хорошей музыкальной подготовкой. 8 из 12 были либо композиторами, либо дирижерами.

Предварительные тесты немусыкантов и музыкантов-любителей не выявили участников, способных преодолеть ограничение принципа неопределенности. Для немусыкантов задание 3 (разделение (распознавание) частоты при наличии отвлекающего звука) оказалось трудным, тогда как музыканты нашли его тривиальным, благодаря практике игры на инструментах или пении в окружении других музыкантов в ансамблях. Мы полагаем, что способность игнорировать, иначе говоря, отделять, мешающие звуки является одним из главных свойств, обеспечивающих для музыкантов результат с минимальным произведением неопределенностей.

Прослушивание тестовых сигналов

Все испытания проводились в комнате с двойными стенками (Industrial Acoustics Corporation, Bronx). Монитор компьютера, показывающий варианты ответов, находился вне комнаты и был виден участникам через окно с двойным стеклом. Для повышения затухания добавлялись внутренние поглотители звука. Звуки генерировались программой MATLAB и конвертировались в аналоговую волновую форму звуковой картой (M-Audio Audiosport Quattro) с частотой дискретизации 96 kHz и точностью 24 bit. Звуковая карта соединялась аудиокабелем (Monster Cable Interconnect) с ламповым усилителем (Stax Systems SRM007t), подключенным к электростатическим головным телефонам в звукоизолированной комнате (Stax Systems SR007a Omega-II Signature electrostatic headphones). Комбинация усилитель/телефоны имеет по спецификации производителя полосу частот воспроизведения 6 Hz -- 44 kHz, 0.2 dB.

Сигналы

Использовались два типа сигналов: гауссиан шириной 0.05 секунды и «нотоподобный» сигнал, приближенный к музыкальному звуку, а именно резкое нарастание, пропорциональное $\tanh^2(t)$, и медленный экспоненциальный спад. Ширина гауссиана использовалась как постоянная времени экспоненциального затухания нотоподобного импульса. Волновые пакеты вводились в MATLAB для нахождения неопределенностей времени и частоты. Эти величины могли затем сопоставляться с величинами, полученными в ходе выполнения психометрических заданий. Массив наших данных для гауссовых сигналов имеет форму

$$x(t) = Ae^{-(t-t_0)^2/2\sigma^2} \cos(2\pi ft) \quad (1)$$

с амплитудным множителем A , $\sigma = 50ms$, $f_0 = 440Hz$; ⁴ побочный звук отделен от него на величину с множителем $\phi = (\sqrt{5}+1)/2$ (золотое сечение), выбранным по причине, что его наиболее сложно аппроксимировать рациональными числами [5]. Нотоподобные сигналы имели форму

$$x(t) = A \tanh^2(t/a) e^{-t/\sigma} \quad (2)$$

с параметрами, такими же, как в предыдущем случае, и с временем «атаки» $a = \sigma/10$. Результаты для других значений параметров будут обсуждаться ниже.

Гауссов пакет был выбран по причине минимального значения произведения неопределенностей, строго соответствующего пределу в принципе неопределенностей. Однако большинство естественных звуков несимметричны во времени, отражая физику того, как они возникли, обычно с большим переносом энергии и последующим более медленным спадом вследствие затухания [6]. Многие фильтры отклика улитки имеют такую же форму [7], что количественно согласуется с результатами теории оптимального переноса энергии с использованием преобладания таких звуков (быстрое нарастание — медленный спад) как статистически важного. Это привело нас к использованию одного такого звука, чтобы исследовать, как увеличение произведения неопределенностей повлияет на слуховую чувствительность, а также, чтобы проверить нашу гипотезу, что звуки с такими статистическими свойствами приводят к чувствительности, более высокой, чем значения неопределенности. Хотя для таких звуков временная неопределенность будет высокой из-за долгого спада, слушатель зафиксирует резкую атаку, в то время как по частоте длительное затухание даст слушателю точное измерение, даже хотя неопределенность будет увеличена резким началом импульса.

Задания и последовательность тестирования

Мы применяли эквивалент двумерной задачи Vernier, в котором задаются основа с горизонтальным (время) и вертикальным (частота) направлениями и тестовая нота, смещенная относительно этой основы. В предварительных тестах выяснилось, что чрезвычайно сложно одновременно внимательно следить за двумя измерениями, т.е. высотой звука и положением во времени. Для того, чтобы повысить способность участников делать это, использовали 5 заданий: 4 обучающие (одномерные) задачи, которые подводят к пятому, окончательному, двумерному заданию. Это задание тестирует одновременно временное и частотное восприятие (рис. 1а в статье). Участникам предлагалось 5 серий по 20 вопросов, по одной серии на задание. При необходимости применялась еще одна серия из 20 вопросов для лучшего согласия результатов или улучшения плохого начального выполнения задания. Уровень сложности всех заданий адаптировался динамично к способностям участника по принципу «два вниз – один вверх» (рис. 1b).

Мы установили оба подзадания как принудительный выбор из двух альтернатив, спрашивая, приходит тестовый звук раньше или позже высокой ноты, и является ли он более высоким или более низким по отношению к тестовой ноте. Во многих исследованиях, устанавливающих порог чувствительности по отдельному восприятию звуков, предпочтение отдают парадигме «совпадает—отличается» ввиду ее очевидной простоты. Для нашего исследования эта парадигма не подходит по двум причинам. Во-первых, мы хотим, чтобы порог чувствительности в точности имел значение стандартного отклонения, чтобы таким образом соответствовать определению в теореме. Это возможно, если установить порог чувствительности как разницу, при которой вероятность дискриминации (раздельного восприятия) соответствует стандартной погрешности. Задача усложняется, потому что различие должно быть зафиксировано с двух сторон и недопустимо, чтобы участник давал ответ «отличается» без идентификации, в какую сторону замечено различие.

Более сложной оказывается задача раздельного восприятия звуков во времени. Нет априорных оснований ожидать, что человек будет воспринимать два звука с гауссовой огибающей

⁴ 440 Гц – это частота ноты «ля» первой октавы (прим. перев.)

с различными частотами как одновременные, если их центры совпадают. Если время, «привязанное» к звуку как к событию, задается, например, с помощью механизма, основанного на превышении над некоторым порогом, разные пороги для разных частот немедленно разнесут по времени восприятия гауссовы огибающие. Поэтому задание должно не только установить, какова должна быть разница сигналов во времени, чтобы быть отдельно воспринятыми, но также установить, когда два сигнала воспринимаются как одновременные. Поэтому нет иной альтернативы, кроме как установить задание как задачу выбора «левый-правый» из двух альтернатив, и аппроксимировать психометрическую кривую двумя параметрами: центром, говорящим нам о времени синхронизации, и наклоном, обратная величина которого и есть уровень чувствительности.

Из соображений симметрии нам кажется естественным использовать такую же структуру (схему) для частотной задачи. В обоих случаях, независимо от смещений, уровни чувствительности пропорциональны размеру области, разделяющей два участка, когда испытуемый дает почти наверняка правильные ответы.

Стратегия измерений.

Для наиболее точной оценки психометрической кривой задача не должна быть ни слишком сложной, ни слишком легкой. Более точно, индивидуальные задания должны выбираться из диапазона, где испытуемый показывает результат ни 0, ни 1. Чтобы выйти на верный уровень трудности, мы использовали процедуру «два вверх—один вниз» (рис. 1b). Трудность задачи отслеживалась путем манипулирования стандартными отклонениями Σ гауссового распределения, из которых определялись величины D_f и D_t независимо для каждого канала. Σ уменьшалось на 20% после двух последовательных правильных ответов и увеличивалось на 11% после каждого неправильного ответа. Эта процедура сходится, приводя к тому, что Σ становится равным физической чувствительности участника теста, таким образом, что участник дает примерно 40% неверных ответов.

Определение наиболее вероятных уровней чувствительности по раздельному восприятию.

В качестве базовой психометрической функции мы использовали функцию ошибки $\text{erf}((x-b)/a)$ с центром b и шириной a . Полагается, что параметр ширины гауссиана прямо интерпретируется как стандартное отклонение. Значения центра и ширины определяются путем максимизации вероятности данных следующим образом. Данные имеют вид (x_i, r_i) , где x_i – параметр тестового сигнала, а r_i – ответ участника теста в булевой форме. Правдоподобие (вероятность) данных дается произведением отдельных вероятностей

$$L = \prod_{i \ni r_i=1} \text{erf} \left(\frac{x-b}{a} \right) \times \prod_{i \ni r_i=0} \left(1 - \text{erf} \left(\frac{x-b}{a} \right) \right)$$

После 5 наборов по 20 вопросов для каждой задачи с помощью MATLAB (функция FMINUNC) проводилась максимизация величины⁵ $\log L$, и пороги чувствительности определялись из ширины как $\delta t, \delta f = a / \sqrt{2}$. Величина смещения b обычно была мала.

Наши предположения были такими. 1) Вероятность неудачи в распознавании разницы по времени или частоте «нормальна» по отношению к величине этой разницы. 2) Будет возникать смещение от того, как воспринимаются (участником) тона, генерируемые одновременно или с одинаковой частотой. Напр., всегда более высокая нота позднее (воспринимается) или всегда вторая нота ниже (воспринимается). Пример показан на рис. 1 «Дополнения». Как видно из Табл.1 «Дополнения», смещения обычно имеют на порядок меньшее значение, чем пороги, оправдывая нашу идентификацию ширины⁶ с t .

⁵ В оригинальном pdf-файле написано “log?L”. Знак «?» может означать невозможность провести трансляцию символа в программе TEX. Однако в исходном TEX-файле в этом месте записано “log?L”, так что, по-видимому, опечатку допустили авторы. – прим. перев.

⁶ “?t” записано в исходном pdf-файле и TEX-файле. – прим. перев.

Использование золотого сечения

Мы выбрали частоту высокой ноты в ϕ раз выше частоты f_0 , так как это теоретически наиболее ангармоничный интервал (т.е. отношение частот - *прим. перев.*). Так как гармоничные интервалы соответствуют, в основном, рациональным отношениям, напр., 3:2 для пятого и 4:3 для четвертого интервала,⁷ такое соотношение частот приводит к ощущению гармонии. Чтобы избежать, насколько возможно, использования гармоник, мы применяли наиболее сложные соотношения частот. Таковым является золотое сечение, для которого разложение (вроде рационального приближения) имеет вид [1; 1,1,1...] (частичные суммы дают последовательности Фибоначчи), которое сходится наиболее медленно [5]⁸.

Обращение во времени

У нас был участник (**bh4qd**), которому дополнительно предложили тест с использованием обращенного (перевернутого) во времени нотоподобного сигнала (см. Time Reversed в таблице). Этот импульс с плавным нарастанием уровня и резким падением является по своему характеру успокаивающим (unnperving) и психоделическим. Измеренное произведение неопределенностей было на 50% ниже чем для нормального нотоподобного сигнала⁹. Этот результат был достигнут только после выявленной неспособности успешно выполнить задание на временное восприятие. Ronken [4] получил подобный результат для восприятия частоты обращенных во времени экспоненциальных импульсов с резким спадом. Мы предполагаем, что этот эффект возникает из-за того, что мозг использует статистику предшествующих (сигналов) по огибающей импульсных звуков; улиточные фильтры с обратной корреляцией имеют такую же характерную динамику быстрой атаки, медленное затухание в ансамбле естественных звуков [7], многие из которых порождаются быстрым переносом энергии в резонансную систему, где они медленно затухают. Импульс, не удовлетворяющий этим требованиям, соответственно может оказаться более трудно распознаваемым.

Контрольные измерения

Чтобы удостовериться, что мы исследуем правильную частотно-временную область, мы проверили, как влияет изменение основной частоты и длительности звука на наши результаты. Ronken [4,8] показывает оптимальное раздельное восприятие (разделение, дискриминацию) частот для более низкого значения -- 300 Гц. Houtsma [ссылка не указана] обсуждает исследования, показывающие плато или, возможно, оптимум для 300 Гц. Временное распознавание, к сожалению, не исследовалось так, как это сделали мы (Eddins и Green в [2]). Результаты наших контрольных экспериментов показывают (Рис. 3) удивительные нелинейные эффекты.

⁷ В т.н. естественном звукоряде все музыкальные интервалы соответствуют отношениям целых чисел. Такие числа, представимые в виде отношения двух целых чисел, в математике называют рациональными числами, в отличие от иррациональных, напр., числа «пи» или квадратного корня из 2, которые не представимы в виде таких отношений. В равномерно темперированном звукоряде некоторые музыкальные интервалы отклоняются от простых отношений типа 4:3 или 3:2. Применение темперированного звукоряда обеспечивает возможность транспонирования мелодий в различные тональности и совместное исполнение произведений несколькими исполнителями в различных октавах ценой отступления от более приятных для слуха отношений частот. (*прим. перев.*)

⁸ Последовательность Фибоначчи имеет следующий вид: первый член равен 1, второй член равен 1, затем каждый последующий равен сумме двух предыдущих, т.е. 1,1,2,3,5,8,13, При неограниченном увеличении номера отношение члена последовательности Фибоначчи к предыдущему члену в пределе стремится к $(\sqrt{5} + 1) / 2 = 1,618...$. Это число и называют «золотым сечением» (*прим. перев.*)

⁹ В оригинальном тексте написано именно «ниже». С математической точки зрения «ниже» означает лучшее различение сигналов по времени и частоте. Однако из последующего текста этого раздела вытекает, что авторы, по-видимому, используют слово «ниже» в переносном смысле, т.е. ниже=хуже, подобно тому, как говорят, напр., «показатели снизились», имея в виду «ухудшились».

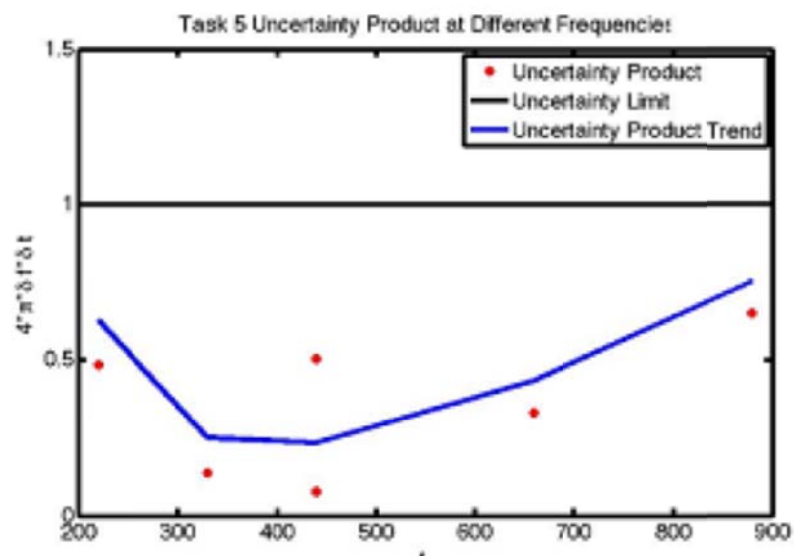


Рис. 1. Произведение неопределенностей участника **ka** для частот от 220 до 880 Гц. Красные точки – произведение неопределенностей (экспериментальные данные), черная линия – граница (предельное значение) неопределенностей, синяя линия – тенденция произведения неопределенностей – средняя величина δf , умноженная на среднюю величину δt (см. рис. 2,3). Произведение неопределенностей минимизировано на частоте 440 Гц, отражая компромисс между δf и δt . Вертикальная ось – $4\pi\delta t\delta f$, горизонтальная ось – f . Сверху надпись: «Задание 5. Произведение неопределенностей для различных частот:».

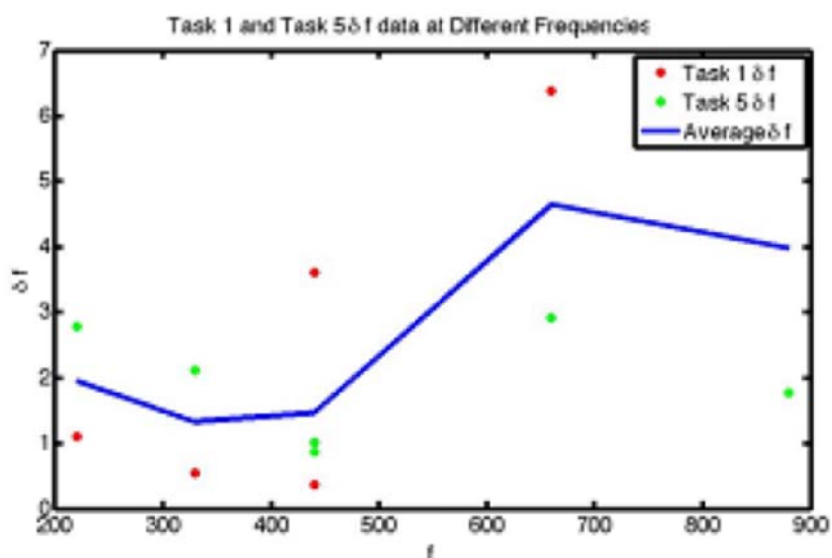


Рис. 2. Пороги чувствительности для распознавания частоты δf для участника **ka** для частот от 220 до 880 Гц. Зеленые точки – данные по заданию 1 (раздельное восприятие частот), красные точки – из задания 5 (одновременное раздельное восприятие времени-частоты). Голубая линия показывает среднее значение δf . Минимальные значения получены для 330 и 440 Гц.

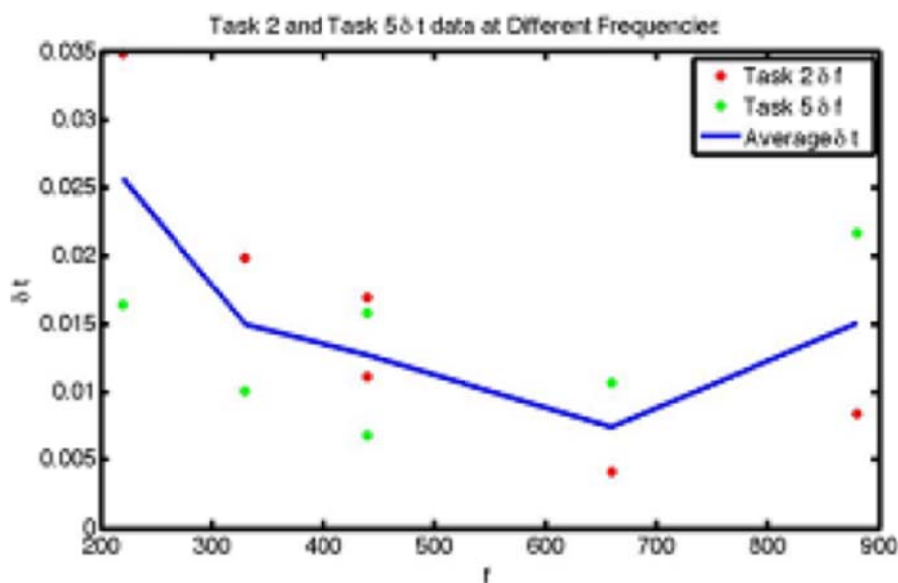


Рис. 3. Пороги чувствительности для распознавания времени δt для участника **ka** для частот от 220 до 880 Гц. Зеленые точки – данные по заданию 2 (раздельное восприятие по времени), красные точки – из задания 5 (одновременное раздельное восприятие времени-частоты). Голубая линия показывает среднее значение δt . Неглубокий минимум имеет место для 660 Гц.

В качестве первого шага мы исследовали влияние изменения основной частоты от 440 Гц до 220, 880, 1320 Гц¹⁰ на выполнение участниками эксперимента заданий 1, 2 и 5. Чтобы сделать это аккуратно, мы сохраняли число периодов в каждом импульсе одним и тем же, когда изменяли частоту в целое число раз по сравнению с 440 Гц. Таким образом, для 880 Гц импульсы были в два раза короче. Для первого участника, подвергнутого такому эксперименту, мы собрали результаты по заданиям 1 и 2, чтобы увидеть как чисто частотное и чисто временное восприятия зависят от изменения основной частоты. Частотное восприятие было оптимизированным около 440 Гц, возможно потому, что эта частота хорошо знакома. Когда частоту увеличивали, чувствительность резко падала. Временная чувствительность была наилучшей для 880 Гц, однако падала для 1320 Гц, возможно из-за раздражающего воздействия высоких звуков. Для 220 Гц временная чувствительность была довольно хорошей за счет долгих, перекрывающихся звуков (нот). Оба участника в этом тесте сообщали о том, что слышат разные части перекрывающихся звуков, а не начало музыкального сигнала.

Вооруженные этими результатами, мы предложили задания 1,2 и 5 для 220, 330, 660 и 880 Гц другому участнику. Комбинируя результаты для df и dt между заданиями 1 и 5 и заданиями 2 и 5, соответственно, мы нашли, что оптимальные результаты по частоте участник показывает для 330 Гц, причем эти результаты лишь немного хуже, чем для 440 Гц (рис. 1). Временная чувствительность была оптимальной для 660 Гц. Для низких частот временная чувствительность ухудшалась, а для высоких частот ухудшалась частотная чувствительность. Компромисс этих двух комбинаций виден на рис. 1. Участник имел минимальное произведение неопределенностей для 440 Гц с немного худшим показателем для 330 Гц. Эти результаты подтверждают наше интуитивное предположение, что 440 Гц – это оптимальная частота для измерения частотно-временной чувствительности вследствие естественного компромисса в восприятии основной частоты, а также, возможно, из-за того, что звуки этой частоты хорошо знакомы (участникам тестов).

Для изменения длительности использованных музыкальных звуков мы изменяли стандартное отклонение нашего гауссова пакета от 0,05 с до 0,01, 0,025, 0,075 и 0,1 с. Короткие

¹⁰ Напомним, что изменение частоты в два раза приводит к изменению высоты звука на одну октаву (*прим. перев.*)

импульсы были лучше с довольно выраженным оптимумом при выполнении задания 5 для 0,05 с. Для более длинных звуков чувствительность по частоте уменьшалась, по-видимому, потому, что звуки начинали перекрываться и смешиваться вместе. Временная чувствительность, как и ожидалось, была наилучшей для более коротких звуков, однако величину этого эффекта точно измерить не удалось, относительно хорошие результаты были для 0,1 с. Если рассматривать плоскость время—частота, наши результаты указывают, что длительность сигнала 0,05 с оптимальна.

Обучение

Чтобы исследовать влияние эффекта обучения на наши результаты, мы пригласили одного участника повторно через неделю после первого визита в течение трех раз день за днем. Во время этих визитов проводились тесты с заданиями 1,2 и 5. Эффект обучаемости был самым сильным для заданий 1 и 2, возможно из-за привыкания в ходе тестирования. Практически все эффективное увеличение чувствительности произошло между первым и вторым визитом, после чего данные стали «зашумленными», указывая на то, что, если обучение существует, оно происходит ускоренно, возможно полностью в течение первой сессии.

Смещение

Дискуссия с Тимом Гарднером (Tim Gardener) побудила нас исследовать временное смещение (измеренное значение, на которое центр порога, параметризованный по f , отличается от 0) . Например, отрицательное смещение присуще участнику, который постоянно отмечает, что звук, пришедший на величину t смещения позже во времени, пришел раньше по сравнению с первой (контрольной) нотой. Мы нормировали смещение по порогу и затем исследовали его для различных частот. Оно отрицательно для 220 Гц, почти равно 0 для 440 Гц и становится положительным при больших частотах, как видно в обоих случаях для заданий 2 и 5. Мы утверждаем, что этот эффект связан с тем, что более низкочастотные звуки имеют содержат меньше периодов. Поэтому звук, нарастающий до максимальной амплитуды, за счет более высокой частоты может звучать, как будто он появился первым. То есть, он первым пересекает психологический барьер слышимости. Эти результаты по смещению указывают на область дальнейших психофизических вопросов, связанных со слуховой чувствительностью по отношению к музыкальным звукам и способностью различать во времени несколько звуков.

- [1] R. P. Feynman, R. B. Leighton, and M. L. Sands, *The Feynman lectures on physics* (Addison-Wesley Pub. Co., Reading, Mass., 1963).
- [2] B. C. J. Moore, ed., *Hearing (Handbook of Perception and Cognition)* (Academic Press, San Diego, 1995), 2nd ed.
- [3] F. Le Chevalier, *Principles of radar and sonar signal processing*, Artech House radar library (Artech House, Boston, 2002).
- [4] D. A. Ronken, *Journal of the Acoustical Society of America* 49, 1232 (1971).
- [5] M. R. Schroeder, *Number theory in science and communication: with applications in cryptography, physics, digital information, computing, and self-similarity* (Springer, Berlin, 2009), 5th ed.
- [6] M. Geffen, J. Gervain, J. F. Werker, and M. O. Magnasco, *Front. Integr. Neurosci.* 5, 1 (2011).
- [7] E. C. Smith and M. S. Lewicki, *Nature* 439, 978 (2006).
- [8] D. A. Nelson, M. E. Stanton, and R. L. Freyman, *Journal of the Acoustical Society of America* 73, 2117 (1983).

Таблица 1.

| Task 1 | | | | | | | | | | | | | | | |
|---------------|------------|----------------|--------------------|----------------|-------------|---------------------------|----------------------------|---------------------|-------------|---------------------------|----------------------------|---------------------|---|--|------------|
| 'Filename' | Threshold' | 'Task 1 Shift' | 'Task 2 Threshold' | 'Task 2 Shift' | 'Task 5 df' | Task 5 df 25th Percentile | Task 5 df 75th Percentile' | 'Task 5 df - shift' | 'Task 5 dt' | Task 5 dt 25th Percentile | Task 5 dt 75th percentile' | 'Task 5 dt - shift' | 'Task 5 - Uncertainty Product vs Theoretical Minimum' | 'Task 5 - Uncertainty Product vs Notelike Product' | 'Envelope' |
| 'ae3re' | 3.94056001 | 0.780931344 | 0.027943439 | -0.004673263 | 1.075547434 | 0.744524114 | 1.441875636 | 0.192980574 | 0.030624174 | 0.022961561 | 0.040294701 | 0.001209999 | | 0.292677153 [] | 'Gaussian' |
| 'ae4re' | 1.1872689 | -0.361872544 | 0.019069798 | -0.000419088 | 1.086935267 | 0.762441991 | 1.379411674 | 0.109416997 | 0.035699823 | 0.027775488 | 0.044954165 | 0.010874939 | | 0.344797901 | 'Notelike' |
| 'ar3tl' | 1.16159162 | 0.072957107 | 0.047045396 | 0.00151031 | 7.556604779 | 4.879195759 | 10.69516418 | 0.846726619 | 0.061725845 | 0.04802295 | 0.078675237 | 0.001039458 | | 4.1446657251 [] | 'Gaussian' |
| 'ar4tl' | 9.29758395 | -0.967940355 | 0.033352178 | 0.005658607 | 7.512310032 | 5.213069925 | 11.24402911 | -0.776140809 | 0.04374701 | 0.031906662 | 0.056297454 | 0.000227142 | | 2.920227908 | 'Notelike' |
| 'bh01' | 2.3528782 | 0.403521036 | 0.01058193 | 0.006535866 | 3.508310191 | 2.731452133 | 4.639816257 | 0.025946316 | 0.008749869 | 0.006574096 | 0.010425408 | 0.010565595 | | 0.272768612 [] | 'Gaussian' |
| 'bh025' | 1.21134675 | -0.10137941 | 0.051592914 | 0.022871606 | 1.68135801 | 1.333530417 | 2.090049281 | 0.596153438 | 0.012012079 | 0.009466759 | 0.016708802 | 0.011216318 | | 0.179675774 [] | 'Gaussian' |
| 'bh075' | 3.17913942 | 0.78440548 | 0.032950631 | 0.024785834 | 1.175292791 | 0.709197197 | 2.962684358 | -0.471737405 | 0.12304733 | 0.063201566 | 1.645850376 | 0.084500034 | | 1.2850296 [] | 'Gaussian' |
| 'bh1' | 1.91899037 | 0.918356935 | 0.02206326 | 0.026730104 | 3.409791525 | 2.100162818 | 4.634058764 | -0.303651602 | 0.049363931 | 0.030509385 | 0.058498355 | 0.046170397 | | 1.322210417 [] | 'Gaussian' |
| 'bh3qd' | 1.78894037 | -0.323563572 | 0.035306283 | 0.021903776 | 3.026779681 | 2.275246517 | 4.363917648 | 0.223665887 | 0.003185652 | 0.000326684 | 0.003751081 | 0.019390635 | | 0.085678931 [] | 'Gaussian' |
| 'bh4qd' | 0.5767811 | -1.203969101 | 0.012320029 | 0.01073835 | 1.133159745 | 0.726130969 | 2.790013337 | -0.71659588 | 0.011512742 | 0.006637919 | 0.013403495 | 0.015871714 | | 0.115921708 | 'Notelike' |
| 'bh5qd' | 0.76175396 | -0.180385638 | 0.018421215 | 0.012086717 | 0.941825171 | 0.741698027 | 1.167590981 | -0.025464279 | 0.010379675 | 0.007843873 | 0.011745734 | 0.015498767 | | 0.086865821 [] | 'Gaussian' |
| 'bh7qd' | 1.4107206 | -0.701412475 | 0.022845289 | 0.020409164 | 0.880030375 | 0.657951997 | 1.165356395 | -0.025674432 | 0.015672848 | 0.007312511 | 0.017526761 | 0.023335753 | | 0.122557655 [] | 'Gaussian' |
| 'bh9qd' | 1.35429028 | -0.460395591 | 0.011730522 | 0.014804289 | 0.838364669 | 0.590964366 | 1.137931156 | 0.17048828 | 0.02464831 | 0.020623874 | 0.027337629 | 0.025478953 | | 0.182851117 [] | 'Gaussian' |
| 'br1qn' | 2.2942765 | -0.434592363 | 0.026629676 | 0.0154531 | 1.567361745 | 1.203757418 | 2.014237695 | 0.565875943 | 0.029295273 | 0.020277318 | 0.042159471 | 0.00450414 | | 0.407975374 [] | 'Gaussian' |
| 'br2qn' | 0.07071068 | 0 | 0.016590894 | 0.011836417 | 1.589837483 | 1.038088087 | 3.181699003 | -0.029504276 | 0.00632772 | 0.004640367 | 0.007891082 | 0.004300025 | | 0.089391217 [] | 'Notelike' |
| 'bx3ad' | 5.41348413 | -0.373796339 | 0.018831226 | 0.009425634 | 2.013773643 | 1.566190433 | 2.649018184 | 0.954763293 | 0.023688301 | 0.017593884 | 0.02909966 | 0.015383104 | | 0.424055533 [] | 'Gaussian' |
| 'bx4ad' | 0.94917179 | 0.542281051 | 0.012762376 | 0.006159805 | 6.216323621 | 4.508047739 | 8.828719065 | 2.042374356 | 0.0129036 | 0.006712441 | 0.054848346 | 0.020289624 | | 0.712753503 | 'Notelike' |
| 'dv3ka' | 2.0532756 | 0.165800006 | 0.075524242 | 0.007682748 | 1.4434479 | 0.951785055 | 2.141342703 | -0.067531668 | 0.081645009 | 0.061741515 | 0.109865685 | 0.006868665 | | 1.047190324 [] | 'Gaussian' |
| 'dv4ka' | 5.64470025 | 1.135225321 | 0.163890451 | 0.018585197 | 7.041667295 | 4.728518716 | 9.92602937 | -1.141622607 | 0.03811423 | 0.02772258 | 0.049711389 | -0.004673349 | | 2.384830484 | 'Notelike' |
| 'dx3pn' | 1.02298417 | 0.252021569 | 0.153611856 | 0.046421183 | 0.638894623 | 0.355187134 | 0.893064669 | -0.09698622 | 0.061456317 | 0.042311549 | 0.085748493 | 0.00902994 | | 0.348891691 [] | 'Gaussian' |
| 'dx4pn' | 1.00066665 | 0.147468328 | 0.010141034 | 0.008601998 | 1.534225549 | 0.642480111 | 4.654517926 | -0.453372833 | 0.022388152 | 0.018304056 | 0.026694363 | 0.008757217 | | 0.3052125 | 'Notelike' |
| 'fl3df' | 2.56367594 | 0.469078556 | 0.018022274 | -0.001328657 | 3.053508405 | 2.40515195 | 3.922456448 | 1.266864014 | 0.014101826 | 0.00847649 | 0.027854884 | 0.005659567 | | 0.38262146 [] | 'Gaussian' |
| 'fl4df' | 3.03938134 | -3.384162371 | 0.01808757 | -0.0003216 | 7.925005221 | 5.728788551 | 13.12219313 | -1.902859614 | 0.016475174 | 0.011577442 | 0.024692312 | 0.006777211 | | 1.160177517 | 'Notelike' |
| 'ka220' | 2.78007868 | 0.463435126 | 0.01641154 | -0.016081951 | 1.109308903 | 0.876410682 | 1.376666168 | 0.421961328 | 0.034878174 | 0.022968994 | 0.044490733 | -0.00274181 | | 0.343796227 [] | 'Gaussian' |
| 'ka330' | 2.11361595 | 0.115065419 | 0.010089307 | -0.002847222 | 0.54179077 | 0.382432066 | 0.750786352 | -0.080200694 | 0.019839886 | 0.015470009 | 0.026075232 | 0.001970695 | | 0.095513692 [] | 'Gaussian' |
| 'ka440' | 0.87139382 | -0.099871893 | 0.00679879 | -0.001679402 | 3.609074955 | 2.95448322 | 4.358841137 | -0.618757031 | 0.011135277 | 0.008544343 | 0.013500758 | 0.00194212 | | 0.357101598 [] | 'Gaussian' |
| 'ka660' | 2.91174406 | 0.033450553 | 0.010694569 | 0.004042192 | 6.379094479 | 5.263823088 | 8.813202036 | 0.974321014 | 0.004134611 | 0.003275856 | 0.005041259 | 0.000876074 | | 0.234362707 [] | 'Gaussian' |
| 'ka880' | 1.77492627 | 0.081392772 | 0.021687492 | 0.012137539 | 6.184164972 | 4.477843508 | 8.079579971 | 0.517913865 | 0.008394848 | 0.006698361 | 0.010553067 | 0.004327739 | | 0.461305666 [] | 'Gaussian' |
| 'la3dn' | 0.78365945 | 0.025213987 | 0.297546165 | -0.010952599 | 0.78175893 | 0.784199751 | 17.5789182 | -0.193600941 | 0.103755123 | 0.08274565 | 0.1293894 | 0.018711069 | | 0.720737743 [] | 'Gaussian' |
| 'na1320' | 3.87080668 | 0.049708985 | 0.03109371 | -0.001076134 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | | 0 [] | 'Gaussian' |
| 'na220' | 1.80676977 | 0.382862197 | 0.013049837 | -0.00411715 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | | 0 [] | 'Gaussian' |
| 'na440' | 0.91294189 | 0.120977612 | 0.029805369 | -0.011475062 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | | 0 [] | 'Gaussian' |
| 'na880' | 2.90855033 | 0.660976265 | 0.007200871 | -0.000705461 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | | 0 [] | 'Gaussian' |
| 'qr3zb' | 1.01268622 | -0.517928628 | 0.015801869 | -0.002263595 | 0.361127658 | 0.197413018 | 4.997544856 | -0.105643003 | 0.016952068 | 0.012470885 | 0.021414735 | 0.005420049 | | 0.054419262 [] | 'Gaussian' |
| 'qr4zb' | 1.35586968 | -0.042438065 | 0.00532802 | -2.36E-05 | 5.717886333 | 3.438548537 | 7.935439083 | 0.279824397 | 0.004755706 | 0.003629178 | 0.005884541 | 0.001547266 | | 0.241626964 | 'Notelike' |
| 'zt3fk' | 1.55586968 | 0.055634071 | 0.023782257 | -0.003636079 | 2.086556231 | 1.316460219 | 4.00973081 | -0.169071184 | 0.020439239 | 0.015979467 | 0.026447622 | 0.006859009 | | 0.378956778 [] | 'Gaussian' |
| 'zt4fk' | 0.78274274 | -0.285234481 | 0.034143488 | -0.0028004 | 1.473966378 | 1.135426514 | 2.027760333 | -0.267112325 | 0.017948064 | 0.015120901 | 0.020439498 | 0.009355643 | | 0.235071535 | 'Notelike' |
| 'oe3ij' | 1.02976889 | -0.028028609 | 0.026053567 | 0.002655771 | 1.610701556 | 1.180673105 | 2.368338544 | 0.413555397 | 0.028714223 | 0.020727416 | 0.037470222 | 0.021318232 | | 0.410967054 [] | 'Gaussian' |
| 'oe4ij' | 0.81007357 | -0.099857888 | 0.013265957 | 0.005190685 | 0.19512705 | 0.380194906 | 0.71617415 | 0.003171304 | 0.018935194 | 0.014463949 | 0.024137895 | 0.013495697 | | 0.087409935 | 'Notelike' |
| 'df3ag' | 5.53773369 | 1.675805126 | 0.028023631 | 0.008135059 | 7.385470387 | 4.883339969 | 8.753504727 | 3.258503336 | 0.110546811 | 0.089275366 | 0.138173282 | 0.026295974 | | 7.254696463 [] | 'Gaussian' |
| 'ex3ys' | 1.52541198 | 0.126577607 | 0.09297949 | -0.0275283 | 47.84297755 | 24.23831563 | 2305.980772 | -22.47221012 | 0.07416891 | 0.057300229 | 0.109472572 | -0.021618007 | | 31.53079807 [] | 'Gaussian' |
| 'Time Revers' | 1.00550019 | 0.493920009 | 0.195547356 | -0.054285273 | 1.424061888 | 0.888881615 | 3.123005084 | 0.336111259 | 0.014082654 | 0.01001501 | 0.017116868 | 0.007500984 | | 0.178200218 | 'Notelike' |