Расчет дифференциального активного ФНЧ второго порядка с многопетлевой ООС

Родионов А.В. // A.R. 2010

(%i42) kill(all);

(%o0) $done$

(%i1) Z(C):=1/(2*%pi*f*C);

(%o1) $$Z\left(C\right) :=\frac{1}{2\,\pi\,f\,C}$$

Схема фильтра:

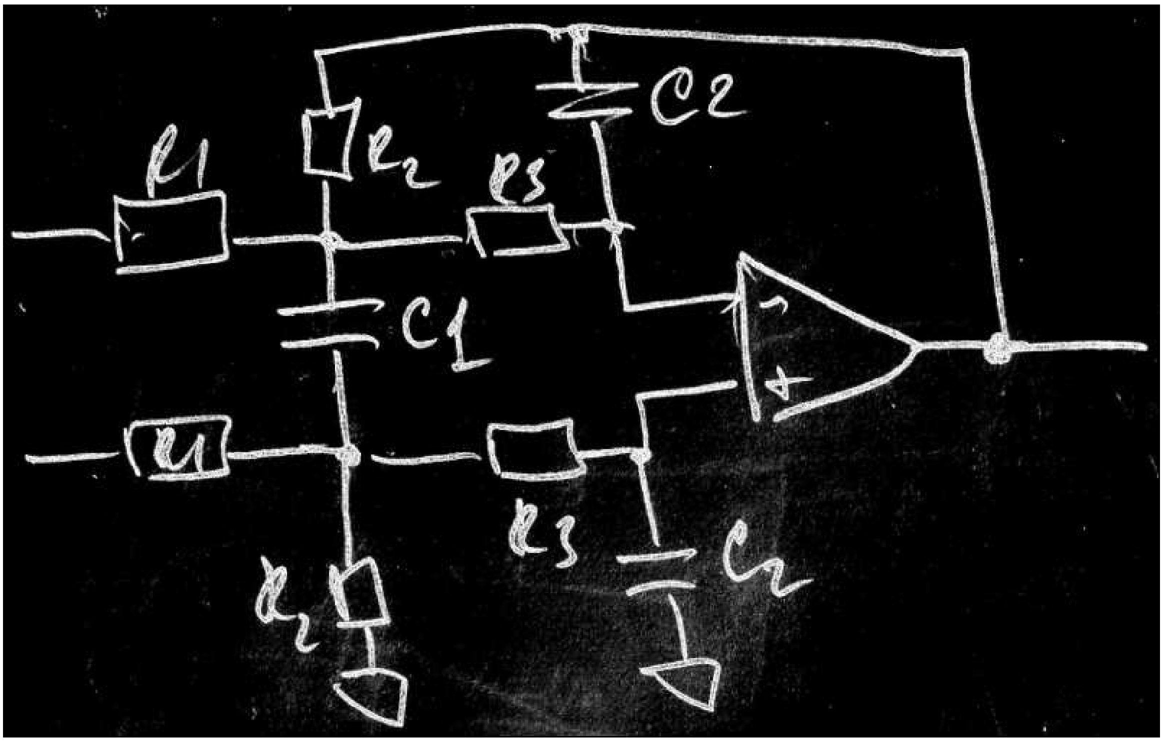

Figure 1: /home/andrew/doc/misc/iv/raush-di erential2a.png

Преобразуем схему к эквивалентному виду:

Запишем токи в ветвях:

(%i2) I1 : (Vp - V1)/R1;

(%o2) $$\frac{Vp-V1}{R1}$$

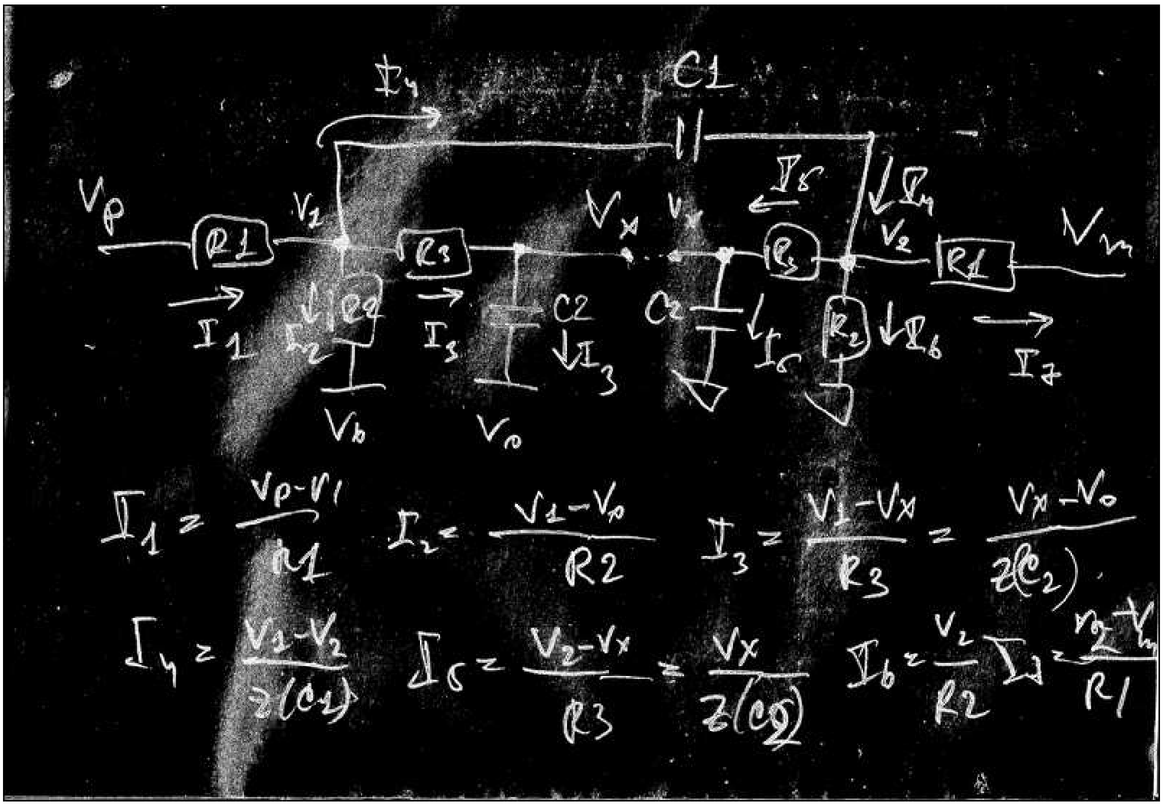

Figure 2: /home/andrew/doc/misc/iv/raush-di erential.png

(%i3) I2 : (V1 - Vo)/R2;

(%o3) $$\frac{V1-Vo}{R2}$$

(%i4) I3 : (V1 - Vx)/R3;

(%o4) $$\frac{V1-Vx}{R3}$$

(%i5) I3 = (Vx - Vo)/Z(C2);

(%o5) $$\frac{V1-Vx}{R3}=2\,\pi f\,\left(Vx-Vo\right)\,C2$$

Выразим V1 через Vo и Vx

(%i6) solve(%, V1); V11 : ev(V1, %), eval;

(%o6) $$[V1=\left(2\,\pi f\,Vx-2\,\pi f\,Vo\right)\,C2\,R3+Vx]$$

(%o7) $$\left(2\,\pi f\,Vx-2\,\pi f\,Vo\right)\,C2\,R3+Vx$$

(%i8) I4 : (V1 - V2)/Z(C1);

(%o8) $$2\,\pi\,f\,C1\,\left(V1-V2\right)$$

(%i9) I5 : (V2 - Vx)/R3;

(%o9) $$\frac{V2-Vx}{R3}$$

Выразим V2 через Vx

(%i10) I5 = Vx / Z(C2); V22 : ev(V2, solve(%, V2)), eval;

(%o10) $$\frac{V2-Vx}{R3}=2\,\pi\,f\,Vx\,C2$$

(%o11) $$2\,\pi\,f\,Vx\,C2\,R3+Vx$$

(%i12) I6 : V2/ R2;

(%o12) $$\frac{V2}{R2}$$

(%i13) I7 : (V2 - Vm)/R1;

(%o13) $$\frac{V2-Vm}{R1}$$

Зная V1 и V2, можно выразить I4. Заметим, что все, кроме Vo, сокращается

(%i14) I44 : I4, V1 = V11, V2 = V22; I44 : ratsimp(%);

(%o14) $$2\,\pi\,f\,C1\,\left(\left(2\,\pi\,f\,Vx-2\,\pi\,f\,Vo\right)\,C2\,R3-2\,\pi\,f\,Vx\,C2\,R3\right)$$

(%o15) $$-4\,\pi^2\,f^2\,Vo\,C1\,C2\,R3$$

По закону Кирхгофа для узлов:

(%i16) I1 - I2 - I3 = I44;

(%o16) $$-\frac{V1-Vx}{R3}-\frac{V1-Vo}{R2}+\frac{Vp-V1}{R1}=-4\,\pi^2\,f^2\,Vo\,C1\,C2\,R3$$

Выразим Vx через токи левой половины схемы:

(%i17) solve(%, Vx); ratsimp(%); Vxx : ev(Vx, %), eval;

(%o17)
$$[Vx=\frac{((R2+R1)\ R3+R1\,R2)\ V1-4\,\pi^2\,f^2\,Vo\,C1\,C2\,R1\,R2\,R3^2+(-Vp\,R2-Vo\,R1)\ R3}{R1\,R2}]$$

(%o18)
$$[Vx=\frac{((R2+R1)\ R3+R1\,R2)\ V1-4\,\pi^2\,f^2\,Vo\,C1\,C2\,R1\,R2\,R3^2+(-Vp\,R2-Vo\,R1)\ R3}{R1\,R2}]$$

(%o19) $$\frac{((R2+R1)\ R3+R1\,R2)\ V1-4\,\pi^2\,f^2\,Vo\,C1\,C2\,R1\,R2\,R3^2+(-Vp\,R2-Vo\,R1)\ R3}{R1\,R2}$$

С другой стороны, через токи правой половины выразим I4 и найдем Vx:

(%i20) I5 + I6 + I7 = I44; solve(%, Vx); ratsimp(%); Vxy : ev(Vx, %), eval;

(%o20) $$\frac{V2-Vx}{R3}+\frac{V2-Vm}{R1}+\frac{V2}{R2}=-4\,\pi^2\,f^2\,Vo\,C1\,C2\,R3$$

(%o21) $$[Vx=\frac{((R2+R1)\ R3+R1\,R2)\ V2+4\,\pi^2\,f^2\,Vo\,C1\,C2\,R1\,R2\,R3^2-Vm\,R2\,R3}{R1\,R2}]$$

(%o22) $$[Vx=\frac{((R2+R1)\ R3+R1\,R2)\ V2+4\,\pi^2\,f^2\,Vo\,C1\,C2\,R1\,R2\,R3^2-Vm\,R2\,R3}{R1\,R2}]$$

(%o23) $$\frac{((R2+R1)\ R3+R1\,R2)\ V2+4\,\pi^2\,f^2\,Vo\,C1\,C2\,R1\,R2\,R3^2-Vm\,R2\,R3}{R1\,R2}$$

Приравняем независимо найденные значение Vx друг другу, подставим туда V1 и V2:

(%i24) Vxx = Vxy;

(%o24)
$$\frac{((R2+R1)\ R3+R1\,R2)\ V1-4\,\pi^2\,f^2\,Vo\,C1\,C2\,R1\,R2\,R3^2+(-Vp\,R2-Vo\,R1)\ R3}{R1\,R2}=\frac{((R2+R1)\ R3+}{}$$

Выразим из полученного уравнения Vo:

(%i25) %, V1 = V11, V2 = V22; solve(%, Vo);

(%o25)
$$\frac{-4\,\pi^2\,f^2\,Vo\,C1\,C2\,R1\,R2\,R3^2+((2\,\pi\,f\,Vx-2\,\pi\,f\,Vo)\ C2\,R3+Vx)\ ((R2+R1)\ R3+R1\,R2)+(-Vp\,R2}{R1\,R2}$$

(%o26) $$[Vo=-\frac{(Vp-Vm)\ R2}{((8\,\pi^2\,f^2\,C1\,C2\,R1+2\,\pi\,f\,C2)\ R2+2\,\pi\,f\,C2\,R1)\ R3+2\,\pi\,f\,C2\,R1\,R2+R1}]$$

(%i27) Vo : ev(Vo, %), eval;

(%o27) $$-\frac{(Vp-Vm)\ R2}{((8\,\pi^2\,f^2\,C1\,C2\,R1+2\,\pi\,f\,C2)\ R2+2\,\pi\,f\,C2\,R1)\ R3+2\,\pi\,f\,C2\,R1\,R2+R1}$$

V=(Vp - Vm) -- дифференциальный сигнал на входе схемы.
Разделив Vo на V, получим передаточную функцию

(%i28) Vo/(Vp - Vm); ratsimp(%, f);

(%o28) $$-\frac{R2}{\left(\left(8\,\pi^2\,f^2\,C1\,C2\,R1+2\,\pi\,f\,C2\right)\,R2+2\,\pi\,f\,C2\,R1\right)\,R3+2\,\pi\,f\,C2\,R1\,R2+R1}$$

(%o29) $$-\frac{R2}{f\,\left(\left(2\,\pi\,C2\,R2+2\,\pi\,C2\,R1\right)\,R3+2\,\pi\,C2\,R1\,R2\right)+8\,\pi^2\,f^2\,C1\,C2\,R1\,R2\,R3+R1}$$

Здесь R2/R1 = A0 -- Кпередачи на постоянном токе,
а знаменатель ПФ определяет коэффициенты a1 и b1 звена

(%i30) denom(%) / R1;

(%o30) $$\frac{f\,\left(\left(2\,\pi\,C2\,R2+2\,\pi\,C2\,R1\right)\,R3+2\,\pi\,C2\,R1\,R2\right)+8\,\pi^2\,f^2\,C1\,C2\,R1\,R2\,R3+R1}{R1}$$

(%i31) d : expandwrt(%, f);

(%o31) $$\frac{f\,\left(\left(2\,\pi\,C2\,R2+2\,\pi\,C2\,R1\right)\,R3+2\,\pi\,C2\,R1\,R2\right)}{R1}+8\,\pi^2\,f^2\,C1\,C2\,R2\,R3+1$$

(%i32) A00 : -R2/R1;

(%o32) $$-\frac{R2}{R1}$$

Выразим a1 и b1 из знаменателя:

(%i33) coeff(d,f,1)*f; A1 : factor(%);

(%o33) $$\frac{f\,\left(\left(2\,\pi\,C2\,R2+2\,\pi\,C2\,R1\right)\,R3+2\,\pi\,C2\,R1\,R2\right)}{R1}$$

(%o34) $$\frac{2\,\pi\,f\,C2\,\left(R2\,R3+R1\,R3+R1\,R2\right)}{R1}$$

(%i35) B1 : coeff(d, f,2) * f^2;

(%o35) $$8\,\pi^2\,f^2\,C1\,C2\,R2\,R3$$

Зафиксируем номиналы C1 и C2, затем найдем номиналы R1, R2 и R3:

(%i36) solve(A00 = A0, R1); R11 : ev(R1, %),eval;

(%o36) $$[R1 = -\frac{R2}{A0}]$$

(%o37) $$-\frac{R2}{A0}$$

(%i38) solve(B1 = b1, R3), R1 = R11; R33 : ev(R3, %), eval;

(%o38) $$[R3 = \frac{b1}{8\,\pi^2\,f^2\,C1\,C2\,R2}]$$

(%o39) $$\frac{b1}{8\,\pi^2\,f^2\,C1\,C2\,R2}$$

(%i40) solve(A1 = a1, R2),R1 = R11, R3 = R33;

$$[R2 = -\frac{\sqrt{(2\,b1\,A0 - 2\,b1)\;C1\,C2 + a1^2\,C1^2} - a1\,C1}{4\,\pi\,f\,C1\,C2}$$

(%o40) $$R2 = \frac{\sqrt{(2\,b1\,A0 - 2\,b1)\;C1\,C2 + a1^2\,C1^2} + a1\,C1}{4\,\pi\,f\,C1\,C2}]$$